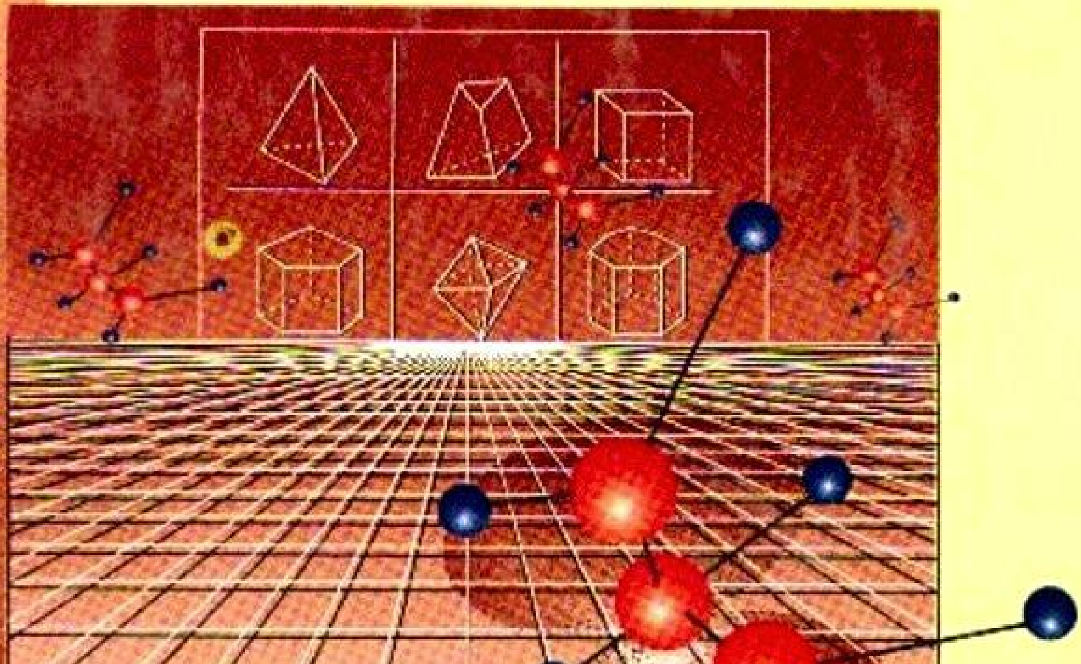
AN VĂN CHIÊU

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÝ THEO CHỦ ĐIỂM

TẬP 2

QUANG HÌNH HỌC

DÙNG CHO HỌC SINH LUYỆN THI ĐẠI HỌC
BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

AN VĂN CHIÊU

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÝ THEO CHỦ ĐIỂM

TẬP 2

QUANG HÌNH HỌC

DÙNG CHO HỌC SINH LUYỆN THI ĐẠI HỌC
VÀ BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Phần III

QUANG HÌNH HỌC

Chương I

PHẢN XẠ, KHÚC XẠ VÀ PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ KHI GIẢI BÀI TOÁN VỀ PHẢN XẠ, KHÚC XẠ VÀ PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

1. 1. Định luật phản xạ ánh sáng

a. Tia phản xạ và tia tới nằm trên cùng mặt phẳng với pháp tuyến.

b. Góc tới i = góc phản xạ i'.

1. 2. Định luật khúc xạ ánh sáng

a. Tia khúc xạ và tia tới nằm trên cùng mặt phẳng với pháp tuyến và ở hai bên đường pháp tuyến.

b. $$\frac{\sin(\text{góc tới})}{\sin(\text{góc khúc xạ})} = \frac{\sin i}{\sin r} = n \qquad (1.\ 2)$$

n là chiết suất của môi trường khúc xạ đối với môi trường tới

nếu $n > 1 \rightarrow i > r$: môi trường khúc xạ chiết quang hơn môi trường tới.

nếu $n < 1 \rightarrow i < r$: môi trường tới chiết quang hơn môi trường khúc xạ.

Nếu các góc đều nhỏ thì : $i = n r$

c. Chiết suất tuyệt đối của mọi môi trường trong suốt đều lớn hơn 1 và bằng 1 đối với chân không và không khí.

d. Quan hệ giữa chiết suất tuyệt đối và chiết suất tỷ đối

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \qquad (1.3)$$

e. Khi ánh sáng đi từ môi trường 2 chiết quang hơn tới mặt giới hạn hai môi trường 1 và 2 sẽ phản xạ toàn phần nếu góc tới lớn hơn góc giới hạn phản xạ toàn phần được tính theo công thức :

$$\sin(ggh) = \frac{1}{n_{21}} = n_{12} \qquad (1.4)$$

g. Tia sáng đi qua bản mặt song song bị khúc xạ hai lần, tia ló song song với tia tới ban đầu và bị dịch đi một đoạn:

$$IH = \frac{h\sin(i-r)}{\cos r} \qquad (1.5)$$

với h là bề dày bản mặt.

h. Tia sáng đi qua lăng kính bị khúc xạ hai lần, tia ló bị lệch về phía đáy một góc δ so với tia tới ban đầu:

$$\delta = i + i' - A \qquad (1.6.)$$

Góc lệch δ sẽ nhỏ nhất khi:

góc tới i = góc ló i'

Δ AII' - cân

tia ló I'R nằm đối xứng với tia tới SI qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang

$$\delta_{min} = 2i - A \qquad (1.7)$$

Trong trường hợp góc chiết quang A và góc tới i nhỏ thì góc lệch δ không phụ thuộc góc tới i:

$$\delta = A(n-1) \qquad (1.8)$$

II. MỘT SỐ BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1.1. Bài toán khảo sát đường truyền của các tia sáng theo các định luật phản xạ, khúc xạ và phản xạ toàn phần

Đây là loại bài toán quang hình học khó nhất. Nó không những đòi hỏi phải nắm vững các định luật quang hình học mà còn vận chúng một cách sáng tạo, linh hoạt kết hợp với các định lý hình học và các hàm lượng giác.

Bài toán 1.1.1

Một tia sáng SI tới một gương phẳng rồi phản xạ thành tia IR.

1. Hỏi tia phản xạ IR quay một góc bao nhiêu khi quay gương phẳng một góc α chung quanh trục O?

2. Tia phản xạ IR tiếp tục quay một góc bằng bao nhiêu nếu quay gương thêm một góc β?

Giải

1. Các góc được kí hiệu như trên hình vẽ 1.1 :các góc bằng nhau được kí hiệu bằng cùng một chữ.

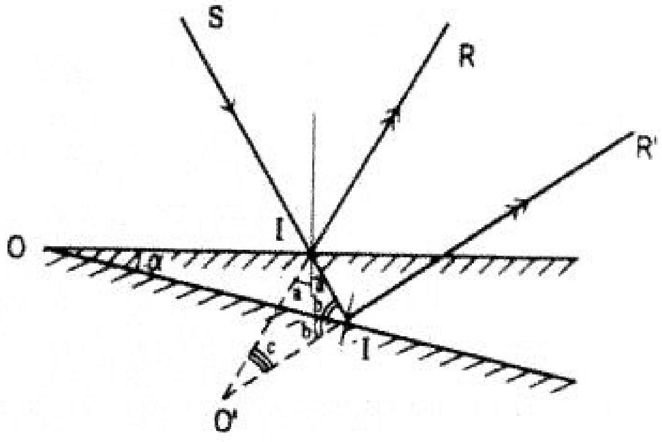
Từ tam giác O'II' ta có:

$$x = 180^0 - 2a - 2b = 180^0 - 2(a + b)$$

Trong tam giác OII' : $a + b + 90^0 + \alpha = 180^0$

Hay: $a + b = 90^0 - \alpha$

Suy ra : $x = 180^0 - 2(90^0 - \alpha) = 2\alpha$



H.1.1

Hình 1. 1

2. Từ phần trên ta thấy, góc quay của tia phản xạ chỉ phụ thuộc góc quay của gương và bao giờ cũng bằng 2 lần góc này, nên khi gương quay thêm một góc β tia phản xạ tiếp tục quay một góc 2 β .

Bài toán 1.1.2

Có hai gương phẳng M_1 và M_2 hợp với nhau một góc α. Một tia sáng SI tới gương M_1 phản xạ theo phương II' tới gương M_2 rồi phản xạ theo phương I'R.

1. Tìm góc hợp bởi tia tới ban đầu SI và tia phản xạ lần thứ hai I'R.

2. Góc này thay đổi như thế nào khi giảm góc hợp bởi hai gương đi một lượng β bằng cách:

a. giữ yên gương M_2, quay gương M_1?

b. giữ yên gương M_1 quay gương M_2?

Giải

1. Các góc được ký hiệu như trên hình 1.2: các góc bằng nhau kí hiệu bởi cùng một chữ:

Từ tam giác DII' ta có:

$$x = 2a + 2b = 2(a + b)$$

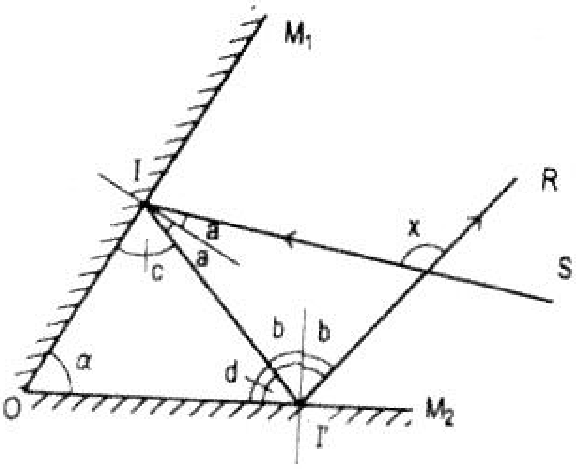
nhưng $a = 90^o - c$ và $b = 90^o - d$ nên:

$$x = 2(180^o - c - d)$$

trong tam giác IOI' : $180^o - c - d = \alpha$

Do đó: $x = 2\alpha$

và $y = 360^0 - x = 2(180^0 - \alpha)$



Hình 1.2

2. Qua trên ta thấy, góc x hợp bởi hai tia SI và I'R chỉ phụ thuộc góc hợp bởi hai gương mà không phụ thuộc góc tới gương M_1 hay góc tới gương M_2, nên dù quay gương nào thì khi giảm góc hợp bởi hai gương đến ($\alpha - \beta$), góc hợp bởi hai tia vẫn là 2 ($\alpha - \beta$),tức là đã giảm đi 2 β.

Bài toán 1.1.3

Có hai gương phẳng M_1 và M_2 hợp với nhau một góc nhọn nào đó. Một tia sáng SI tới gương M_1 phản xạ theo phương IK tới gương M_2 rồi phản xạ theo phương KR (hình 1.3). Hỏi tia phản xạ KR quay một góc bằng bao nhiêu trong những trường hợp sau:

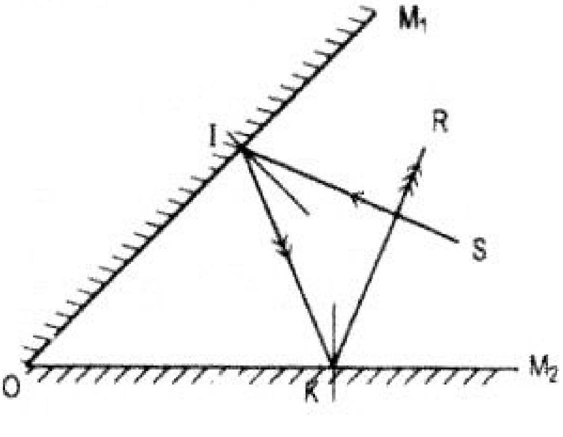
1. Quay tia SI đi một góc a?

2. Quay gương M_1 đi một góc b?

3. Quay gương M_2 đi một góc c?

4. Quay cả hai gương với cùng một góc d theo cùng một chiều?

5. Quay cả hai gương đi cùng một góc e theo chiều ngược nhau?



Hình 1.3

Giải

Sử dụng các kêt luận sau:

- Tia tới quay một góc α thì tia phản xạ cũng quay một góc α.

- Gương quay một góc α thì tia phản xạ quay một góc 2α

- Nếu hai gương phẳng hợp với nhau một góc α thì góc hợp bởi tia tới ban đầu và tia phản xạ lần thứ hai chỉ phụ thuộc góc hợp bởi hai gương và bằng 2α hay bằng $2(180^\circ - \alpha)$

Có thể lập luận theo sơ đồ sau:

Tia tới SI	Gương M_1	Tia phản xạ II'	Tia tới II'	Gương M_2	Tia phản xạ
1. quay 1 góc a	không quay	quay 1 góc a	quay 1 góc a	không quay	quay 1 góc a
2. không quay	quay 1 góc b	quay góc 2b	quay góc 2b	không quay	quay góc 2b
3. không quay	không quay	không quay	không quay	quay 1 góc c	quay góc 2c

4. Vì hai gương quay với cùng một góc d theo cùng một chiều nên góc hợp bởi hai gương không đổi, dẫn đến góc hợp bởi hai tia SI và I'R cũng không đổi. Thế mà tia SI không đổi

phương nên tia I'R cũng không đổi phương, tức là nó không quay mà chỉ tịnh tiến.

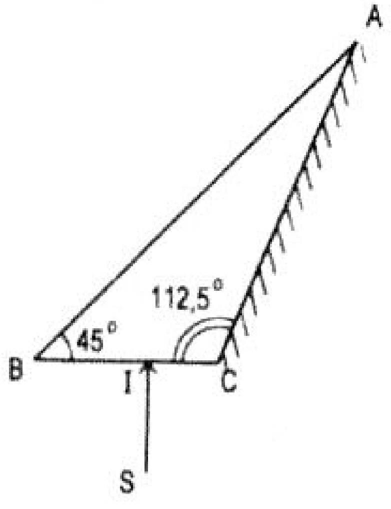
5. Khi hai gương quay cùng một góc e theo chiều ngược nhau, góc hợp bởi hai gương là $\alpha + 2e$, dẫn đến góc hợp bởi hai tia SI và I'R bằng $2(\alpha + 2e) = 2\alpha + 4e$. Do tia SI không đổi phương nên tia I'R phải quay một góc 4e.

Bài toán 1.1.4

Một lăng kính tam giác ABC bằng thuỷ tinh chiết suất 1,5 có tiết diện như hình vẽ 1.4 : mặt AC tráng bạc. Một tia sáng SI tới vuông góc với mặt BC.

1. Vẽ tiếp đường truyền của tia sáng đó.

2. Quay tia SI đi một góc nhỏ i chung quanh điểm I. Hỏi tia sáng ló khỏi lăng kính quay một góc bằng bao nhiêu?

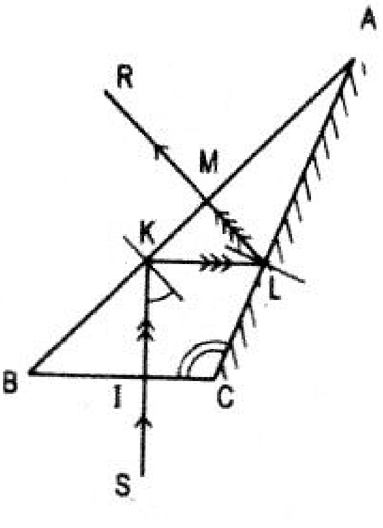


Hình 1. 4

Giải

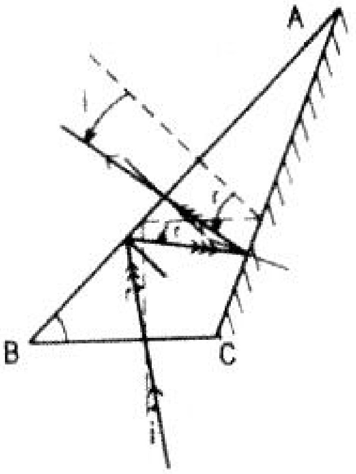
$$\sin(ggh) = \frac{1}{1,5} \rightarrow ggh = 42^{o}$$

1. Tia SI tới vuông góc với mặt BC đi thẳng vào lăng kính tới mặt AB với góc tới $45^{o} > ggh$ và bị phản xạ toàn phần, đi song song với đáy BC tới mặt AC với góc tới bằng $22^{o}30'$, bị phản xạ ở mặt gương tới vuông góc với mặt AB rồi ló thẳng ra ngoài (hình 1.5).



Hình 1. 5

2. Vì lúc đầu tia SI và tia khúc xạ IK trùng với pháp tuyến nên khi quay SI một góc nhỏ i thì tia khúc xạ IK quay một góc r. Tia IK, trở thành tia tới mặt AB, quay một góc r thì tia phản xạ KL cũng quay một góc r. Tia tới KL quay một góc r kéo theo tia phản xạ tương ứng LM từ mặt AC cũng quay một góc r. Tia LM trở thành tia tới mặt AB với góc tới r nên khúc xạ ra ngoài với góc khúc xạ i.



Hình 1.6

Vậy tia ló khỏi lăng kính đã quay một góc i (hình 1.6).

Bài toán 1.1 5

Có hai tia sáng đi vuông góc với nhau trong không khí, khi tới mặt một chất lỏng thì bị khúc xạ với những góc 45^{0} và 30^{0}. Tìm chiết suất n của chất lỏng.

Giải

Đường truyền của các tia sáng và các góc tương ứng được ghi trên hình vẽ 1.7:

Theo định luật khúc xạ ta có:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin 45^\circ} = n \quad \text{và} \quad \frac{\sin\beta}{\sin 30^\circ} = n$$

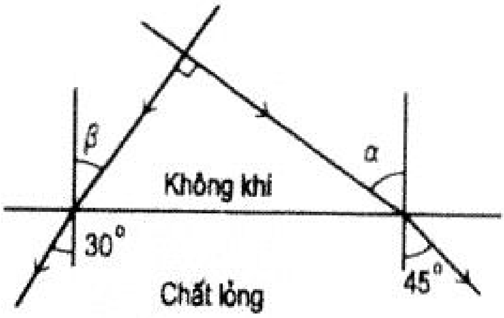
nhưng α và β là hai góc phụ nhau ($\sin\beta = \cos\alpha$)

$$\cos^2\alpha = n^2 \sin^2 30o$$

$$\sin^2\alpha = n^2 \sin^2 45^o$$

cộng hai phương trình ta được: $1 = n^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$

suy ra: $n = \frac{2\sqrt{3}}{3}$



Hình 1.7

Bài toán 1.1.6

Có 4 môi trường trong suốt 1,2,3,1 có chiết suất $n_1 < n_2 < n_3$ giới hạn bởi ba mặt phẳng song song. Một tia sáng đơn sắc SI từ môi trường 1 tới mặt giới hạn với góc tới a (hình1.4):

1. Chứng minh rằng tia khúc xạ HR trong môi trường 1 song song với tia tới SI.

2. Hỏi tia sáng qua hệ đã bị dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu biết khoảng cách giữa các mặt song song là d_1 và d_2 ?

Giải

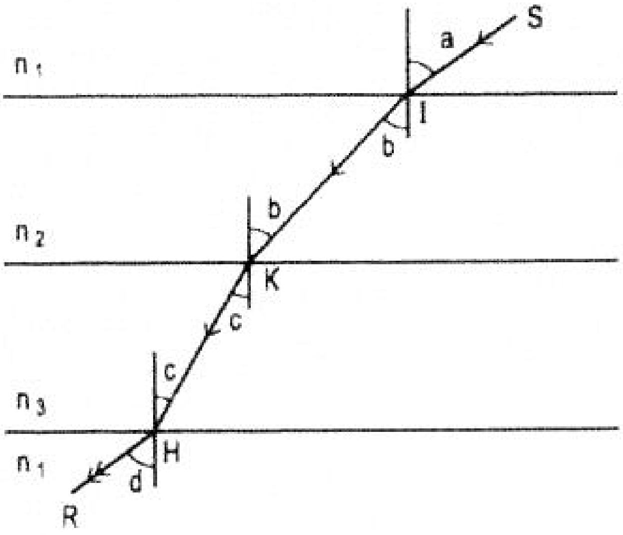
1. Áp dụng định luật khúc xạ cho từng cặp môi trường ta có (hình 1. 8):

$$\frac{\sin a}{\sin b} = \frac{n_2}{n_1};\quad \frac{\sin b}{\sin c} = \frac{n_3}{n_2};\quad \frac{\sin c}{\sin d} = \frac{n_1}{n_3}$$

Nhân các phương trình cho nhau ta được:

$$\frac{\sin a}{\sin d} = \frac{n_1}{n_1} = 1 \rightarrow a = d$$

Vậy tia HR song song với tia SI.



Hình 1. 8

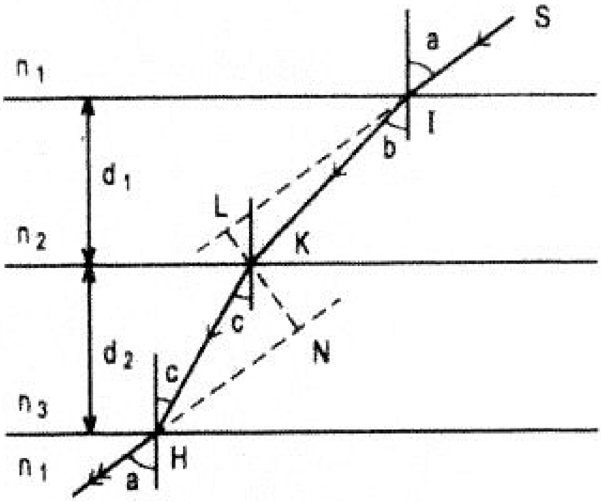
2. Qua hình vẽ 1.9 ta thấy độ dịch x của tia sáng sau khi qua hệ :

$$x = KL + KN$$

Từ tam giác IKL : KL = IK sin (a - b)

nhưng $$IK = \frac{d_1}{\cos b}$$

nên: $$KL = d_1 \frac{\sin(a-b)}{\cos b}$$


S
a
n_1
I
b
d_1
L
n_2
K
c
N
d_2
c
n_3
H
n_1
a

Hình 1.9

Tương tự:

$$KN = d_2 \frac{\sin(a-b)}{\cos c}$$

Sau khi biến đổi ta được:

$$x = \sin a\,(d_1 + d_2) - \cos a\,(d_1 \operatorname{tg} b + d_2 \operatorname{tg} c)$$

Thay:

$$\operatorname{tg} b = \frac{\sin b}{\sqrt{1-\sin^2 b}} \quad \text{với} \quad \sin b = \frac{n_1}{n_2} \sin a$$

$$\mathrm{tg}\, c = \frac{\sin c}{\sqrt{1 - \sin^2 c}} \quad \text{với} \quad \sin c = \frac{n_2}{n_3} \sin b$$

ta được kết quả:

$$x = (d_1 + d_2)\sin a - n_1 \sin a \cos a \left\{ \frac{d_2}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 a}} + \frac{d_3}{\sqrt{n_3^2 - n_1^2 \sin^2 a}} \right\}$$

Thí dụ 1.1.7

Trong một chậu thuỷ tinh đựng thuỷ ngân và nước. Nước trong chậu cao 5 cm và có chiết suất $n = 4/3$. Từ không khí có một tia sáng đơn sắc tới mặt nước với góc tới 45^0 đi vào trong nước tới mặt thuỷ ngân, phản xạ lên mặt nước rồi ló ra ngoài không khí. Thay nước bằng một chất lỏng chiết suất $n' = 5/3$.

Tìm chiều cao của chất lỏng trong chậu để tia ló khỏi mặt chất lỏng trùng với tia ló khỏi mặt nước cũ.

Giải

Vì chất lỏng chiết quang hơn nước nên muốn tia sáng ló khỏi mặt chất lỏng trùng với tia ló khỏi mặt nước cũ thì mặt chất lỏng phải thấp hơn mặt nước (hình 1.10).

Do góc tới bằng 45° nên ABCD là một hình vuông:

$$AB = BC = IK - HK = 5 - HK$$

Từ tam giác AIK : $AI = IK\, \mathrm{tg}\, r$

Từ tam giác CHK: $CH = HK\, \mathrm{tg}\, r'$

Trừ hai phương trình: $AI - CH = IK\, \mathrm{tg}\, r - HK\, \mathrm{tg}\, r'$

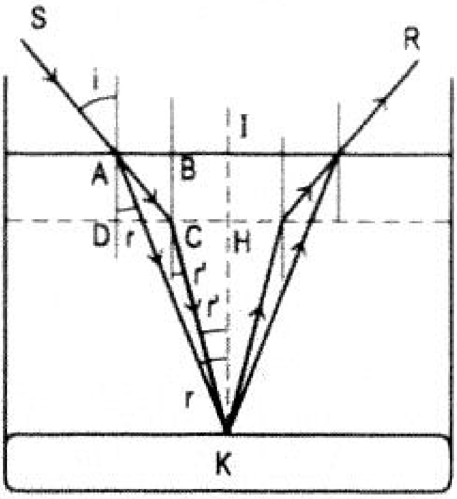
với : $AI - CH = AB = 5 - HK$

$$\sin r = \frac{\sin i}{n_{nc}} = \frac{3\sqrt{2}}{8} \quad \sin r' = \frac{\sin i}{n_{nl}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$$

$$\operatorname{tg} r = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{46}} \quad \text{và} \quad \operatorname{tg} r' = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{82}}$$

$$5 - HK = \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{46}} - \frac{HK.3\sqrt{2}}{\sqrt{82}}$$

Rút ra : $HK = 3{,}54$ cm



Hình 1.10

Bài toán 1.1.8

Một tia sáng đơn sắc đi từ trong nước bị phản xạ toàn phần ở mặt nước. Hỏi tia sáng đó có ló ra ngoài không khí không nếu đổ lên trên mặt nước một lớp dầu hoả trong suốt ?

Giải

Cách 1

Vì tia sáng phản xạ toàn phần ở mặt nước nên góc tới i phải lớn hơn góc giới hạn phản xạ toàn phần (hình 1.11):

$i > i_{gh} \rightarrow \sin i > \sin i_{gh} = 1/n$; n là chiết suất của nước

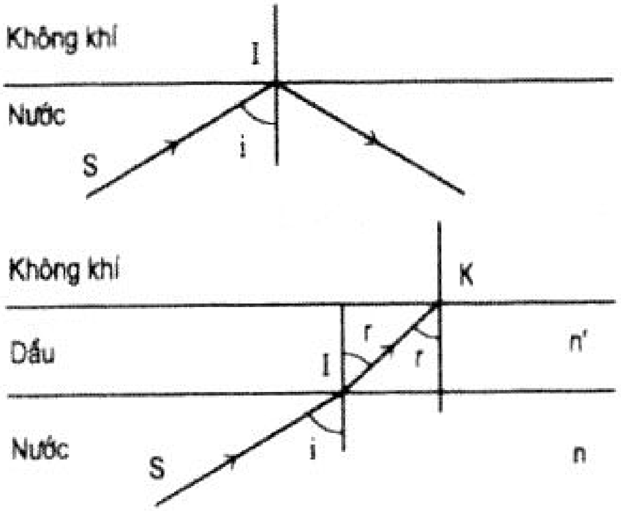
Giả sử chiết suất của dầu n' > n để tia sáng bao giờ cũng đi vào trong dầu với góc khúc xạ r và tới mặt trên của dầu với góc tới r. Cần so sánh góc tới r với góc giới hạn phản xạ toàn phần giữa dầu và không khí.

Áp dụng định luật khúc xạ ta có:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n} \qquad \sin i = \frac{n'\sin r}{n} > \frac{1}{n}$$

suy ra: $$\sin r > \frac{1}{n'} = \sin r_{gh}$$

Vậy $r > r_{gh}$: tia sáng không ló ra ngoài không khí mà phản xạ toàn phần ở mặt dầu.



Hình 1.11

Cách 2

Giả thiết : tia sáng ló khỏi mặt dầu cần tìm góc ló φ.

Nếu sin φ > 1 : không tồn tại góc φ tức là tia sáng không ló ra ngoài không khí.

Nếu sin φ ≤ 1 : tồn tại góc φ tức là tia sáng ló ra ngoài không khí.

Theo định luật khúc xạ:

$$\sin\varphi = n_d \sin r \quad (1), \qquad \sin i = \frac{n_d}{n_{nc}} \sin r \qquad (2)$$

Chia (2) cho (1) và biến đổi:

$$\sin i = \frac{\sin\varphi}{n_{nc}} > \frac{1}{n_{nc}}$$

Suy ra: $\sin\varphi > 1$: không ló.

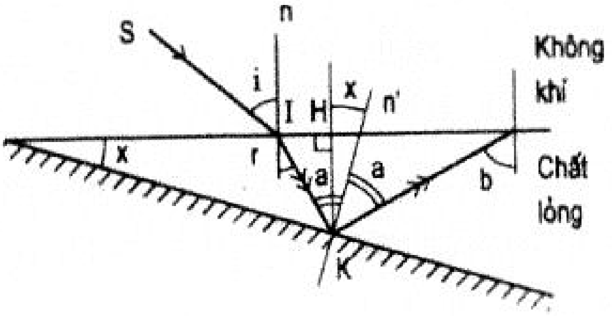
Thí dụ 1.1.9

Trong một chất lỏng chiết suất $n = \sqrt{2}$ có một gương phẳng nằm nghiêng một góc x. Từ không khí có một tia sáng đơn sắc tới mặt chất lỏng với góc tới $i = 45^o$, đi vào trong chất lỏng tới gương phẳng rồi phản xạ lên mặt chất lỏng. Với góc x bằng bao nhiêu thì tia sáng không ló được ra ngoài không khí ?

Giải

$$\sin(\text{ggh}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{ggh} = 45^\circ$$

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{1}{2} \rightarrow r = 30^\circ$$



Hình 1.12

Đường truyền của tia sáng và các góc tương ứng được vẽ ở hình 1.12. Từ điểm K kẻ một đường KH vuông góc với mặt chất lỏng. Góc b hợp bởi đường này và pháp tuyến Kn' là:

$$b = a + x \quad \text{nhưng} \quad a = r + x$$

nên $\quad b = r + 2x$

Điều kiện để tia sáng không ló ra ngoài không khí, tức là phản xạ toàn phần ở mặt chất lỏng là:

$$b > ggh = 45^o$$

suy ra : $\quad r + 2x > 45^o$

Vậy $\quad x > 7^o30'$.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 1. 1

Loại bài toán này nhằm giải quyết hai vấn đề:

1. Vẽ đường truyền của tia sáng theo định luật phản xạ, định luật khúc xạ, các điều kiện của phản xạ toàn phần, tính chất phản xạ hay khúc xạ của các tia sáng khi gặp gương hay kính.

2. Xác định các yếu tố có liên quan với các hiện tượng trên.

Vì thế muốn giải tốt loại bài toán này cần lưu ý những điểm sau:

+ Dùng các định lý hình học xác định góc tới, từ đó dùng định luật khúc xạ hay phản xạ xác định góc khúc xạ hay phản xạ để vẽ tiếp đường truyền của tia sáng.

Khi ánh sáng đi từ môi trường chiết quang hơn tới mặt giới hạn thì phải so sánh góc tới với góc giới hạn phản xạ toàn phần rồi mới quyết định vẽ tiếp tia sáng.

Nếu góc tới > ggh thì vẽ tia sáng phản xạ lại.

Nếu góc tới ≤ ggh thì vẽ tia sáng khúc xạ sang môi trường bên.

+ Trên cơ sở các hình hình học tạo bởi các tia sáng và dụng cụ dùng các định lý hình học và lượng giác xác định các yếu tố cần tìm.

+ Sử dụng các công thức về đường truyền của tia sáng qua các dụng cụ để vẽ hay tính toán.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 1.1.10

Phía dưới mặt nước 30 cm có một bóng đèn điện nhỏ. Ngay trên mặt nước thả nổi một đĩa giấy tròn có tâm nằm trên đường thẳng đứng qua bóng đèn. Hỏi đĩa giấy chỉ cần có bán kính đủ lớn bằng bao nhiêu là mọi tia sáng phát ra từ bóng đèn tới mặt nước không lọt được ra ngoài không khí? Chiết suất của nước bằng $4/3$.

Giải

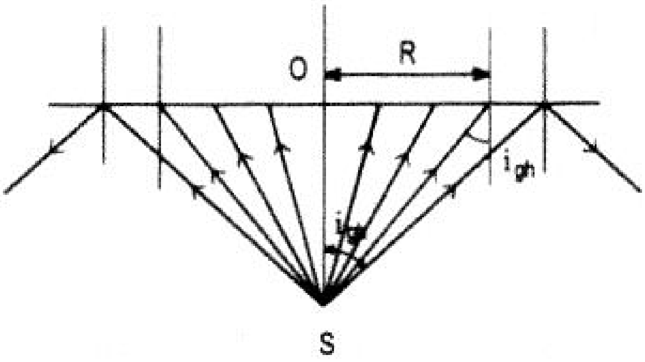
Từ bóng đèn có nhiều tia sáng chiếu tới mặt nước với những góc tới khác nhau, càng ra xa đường thẳng đứng qua bóng đèn góc tới càng lớn (hình 1.13).

Những tia sáng nào có góc tới lớn hơn góc giới hạn phản xạ toàn phần thì tự chúng phản xạ lại và không cần giấy chẹn chúng. Vì thế đĩa giấy chỉ cần có bán kính đủ lớn để chẹn những tia nào có góc tới nhỏ hơn và bằng góc giới hạn:

$$R = OS\ \text{tg}\ i_{gh} = OS\frac{\sin i_{gh}}{\sqrt{1-\sin^2 i_{gh}}} \text{ với } \sin i_{gh} = 1/n = 3/4$$

Thay vào ta được:

$$R = 90\frac{\sqrt{7}}{7} \text{ cm}$$



Hình 1.13

Bài toán 1.1.11

Có một lăng kính tam giác đều ABC (AB = a = 10 cm), bằng thuỷ tinh chiết suất n = $\sqrt{2}$. Một tia sáng đơn sắc SI tới vuông góc với mặt AB.

1. Vẽ tiếp đường truyền của tia sáng.

2. Với góc tới bằng bao nhiêu thì tia sáng đi vào lăng kính không ló khỏi mặt AC.

3. Quay tia SI để nó qua lăng kính bị lệch đi một góc nhỏ nhất:

a. Tìm góc tới và góc lệch.

b. Đáy AB nằm ngang. Tia ló khỏi mặt AC tới đập vào một màn thẳng đứng và tạo ra trên màn một chấm sáng. Hỏi chấm sáng di động như thế nào khi cho lăng kính dao động một góc nhỏ trên mặt phẳng thẳng đứng chung quanh đỉnh A?

c. Đáy BC được đặt trên một gương phẳng rộng. Tia ló khỏi mặt AC tới đập vào mặt gương phẳng rồi phản xạ. Tìm mối quan hệ giữa tia phản xạ và tia tới SI.

d. Áp sát vào mặt AC một lăng kính như thế nữa. Vẽ đường truyền của tia sáng và tìm độ dịch của tia sáng sau khi qua hệ.

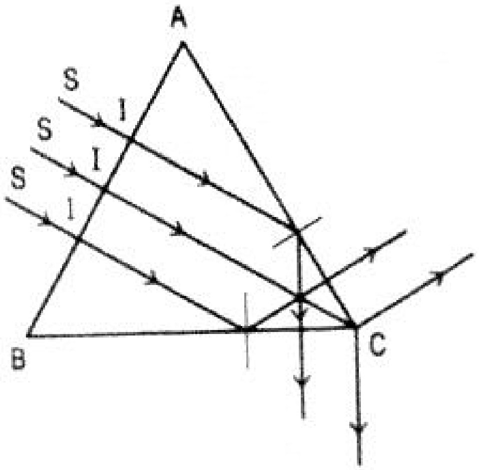
4. Quay tia SI để nó đi song song với đáy BC,tới mặt AB đi vào lăng kính theo phương IK tới đáy BC, phản xạ theo phương KI' tới mặt AC rồi ló ra ngoài. Vẽ đường truyền của tia sáng và tính tổng số chiều cao h + h' của hai điểm I và I' so với đáy BC.

Giải

$$\sin(ggh) = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow ggh = 45^o$$

1. Đường truyền của tia sáng được vẽ ở hình 1.14: vì tia SI tới vuông góc với mặt AB đi thẳng vào lăng kính tới các mặt giới hạn với góc tới bằng $60^o > ggh$ nên phản xạ toàn phần và tới vuông góc với mặt giới hạn sau rồi ló thẳng ra ngoài .

2. Muốn tia sáng đi vào lăng kính không ló khỏi mặt AC thì góc tới r' phải lớn hơn 45^o,do đó góc khúc xạ r phải nhỏ hơn 15^o (vì $r = A - r'$) và góc tới i phải nhỏ hơn $21^o\ 40'$ (vì $\sin i = \sqrt{2}\ \sin r$).



Hình 1.14

3a. Khi $\delta = \delta_{min}$ thì $r = A/2 = 30^o$

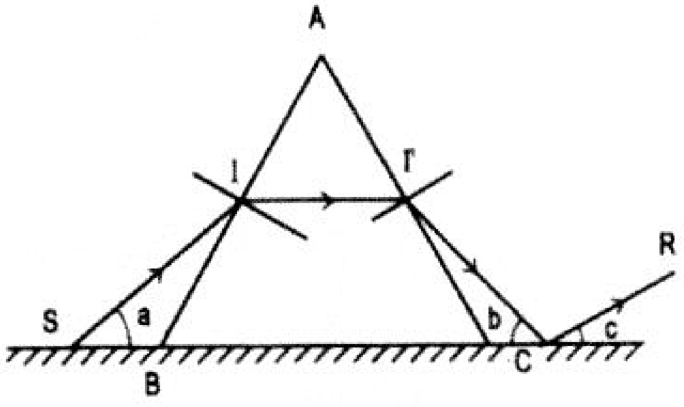
$\sin i = \sqrt{2} \sin 30^o \dashrightarrow i = 45^o$

và $\delta_{min} = 2i - A = 30^o$.

3b. Dù lăng kính dao động sang bên phải hay bên trái thì góc lệch δ cũng đều tăng từ $\delta_{min} = 30^o$ lên. Trong quá trình đó, tia tới SI không đổi phương nên tia ló I'R phải lệch thêm về phía đáy kéo theo chấm sáng trên màn dịch chuyển về phía dưới.

Vậy khi lăng kính dao động thì chấm sáng cũng dao động với biên trên là vị trí ứng với khi lăng kính qua vị trí cân bằng.

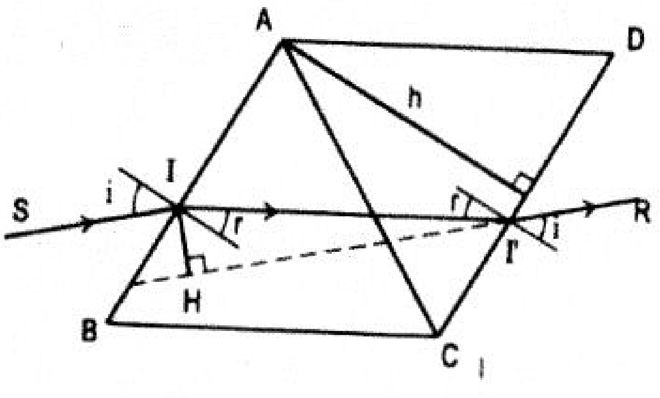
3c. Khi góc lệch có giá trị cực tiểu thì tia tới SI và tia ló I'R nằm đối xứng nhau qua mặt phẳng phân giác của góc chiết quang nên hai góc a và b bằng nhau. Nhưng b = c (vì góc phụ của góc tới bằng góc phụ của góc phản xạ) nên a = c :.Tia tới SI song song với tia phản xạ K R (hình 1.15).



Hình 1.15

3d. Vì hai lăng kính giống nhau nên khi áp sát chúng lại ta được một bản mặt song song, do đó tia sáng đi qua hệ bị khúc xạ hai lần và tia ló I'R song song với tia tới ban đầu SI nhưng bị dịch đi một đoạn (hình 1.16) :

$$IH = h\frac{\sin(i-r)}{\cos r} = 5\sqrt{3}\,\frac{\sin(45-30)^\circ}{\cos 30^\circ} = 2{,}59 \text{ cm.}$$



Hình 1. 16

4. Đường truyền của tia sáng được vẽ như ở hình (1.17). Vì tia tới SI song song với đáy BC nên góc tới i = 30° và góc khúc xạ r có :

$$\sin r = \frac{\sin 30^\circ}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Theo hình vẽ ta có:

$$IH = h = HK\ \text{tg}\ b \qquad I'H' = h' = H'K\ \text{tg}b$$

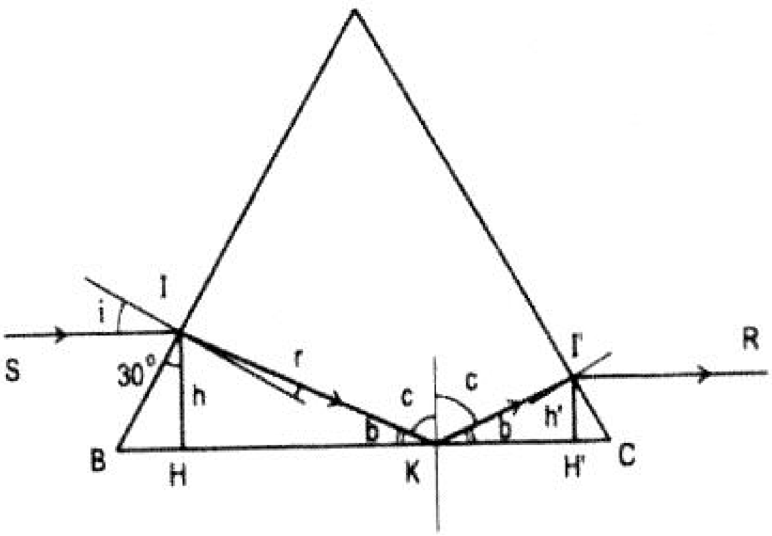
$$h + h' = (HK + H'K)\ \text{tg}\ b = HH'\ \text{tg}\ b$$

$$= (BC - BH - H'C)\ \text{tg}\ b$$

với $BC = a = 10$ cm, $BH = h\ \text{tg}\ 30^o$, $H'C = h'\ \text{tg}\ 30^o$

$$h + h' = a\ \text{tg}\ b - (h + h')\ \text{tg}\ 30^o\ \text{tg}\ b$$

$$h + h' = \frac{a\text{tg}\ b}{1 + \text{tg}\,30^\circ\ \text{tg}\ b}$$



Hình 1.17

Tìm tg b:Qua hình vẽ ta thấy: $b = 30^o - r$

$$\text{tg}\ b = \text{tg}\ (30^o - r) = \frac{\text{tg}\,30^\circ - \text{tg}\,r}{1 + \text{tg}\,30^\circ\ \text{tg}\,r} \text{ với } \text{tg}\,r = \frac{\sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 r}}$$

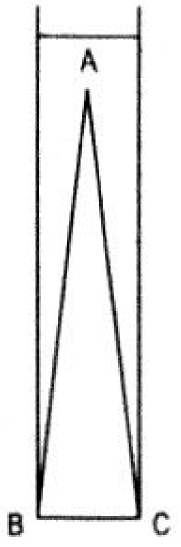
$$h + h' = 1{,}49 \text{ cm.}$$

Bài toán 1.1.12

Một lăng kính tam giác cân ABC có góc chiết quang A = 4°, bằng thuỷ tinh chiết suất n = 1,5. Một tia sáng đơn sắc SI tới vuông góc với mặt AB.

1. Vẽ tiếp đường truyền của tia sáng đó.

2. Ngâm lăng kính vào nước, chiết suất n' = 4/3, đựng trong một bình thuỷ tinh thành phẳng và mỏng (hình 1. 18). Chiếu một tia sáng SI tới vuông góc với thành bình. Hỏi sau khi qua hệ tia sáng bị lệch đi một góc bằng bao nhiêu?



Hình 1.18

Giải

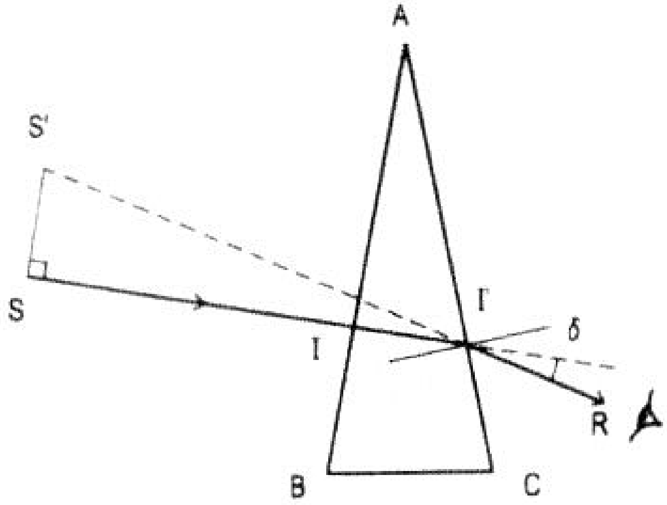
1. Tia sáng đi qua lăng kính bị lệch một góc δ (hình 1.19)

$$\delta = A(n-1) = 4(1{,}5-1) = 2^{o}$$

2. Ta có thể coi hệ gồm một lăng kính thuỷ tinh nằm xen giữa hai lăng kính nước cùng có góc chiết quang bằng 2°. Để có thể dùng công thức δ = A (n - 1) tính góc lệch cho từng lăng kính, ta phải giả thiết rằng giữa các mặt tiếp xúc có một khe không khí mỏng. Khi đó góc lệch của hai lăng kính nước đều bằng:

$$\delta' = B(n'-1) = 2(4/3-1) = 2^{o}/3$$

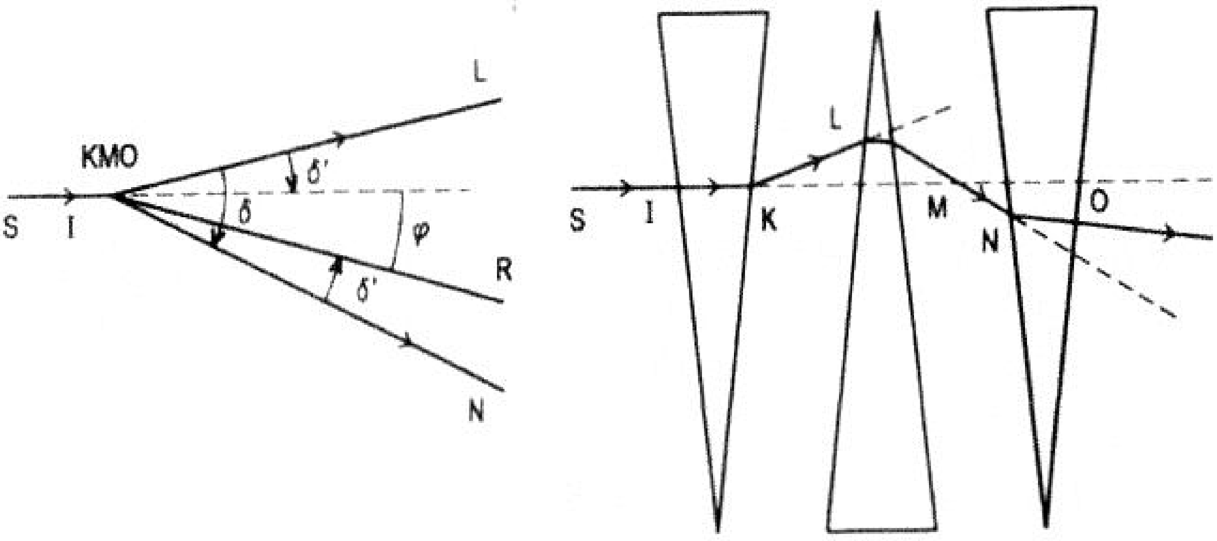
Đường truyền của tia sáng qua hệ được vẽ ở hình 1.20.



Hình 1.19

Để dễ so sánh ta thu các điểm ló K,M,O về một điểm (hình 1.21). Tia ló KL lệch lên phía trên một góc $\delta' = 2/3^{o}$ so với tia tới SI, Tia ló MN lệch xuống phía dưới một góc$\delta = 2^{o}$ so với tia tới KL, tia ló OR lệch lên phía trên một góc $\delta' = 2/3^{o}$ so với tia tới MN.

Do đó tia ló OR bị lệch một góc $\varphi = \delta - 2\,\delta' = \dfrac{2^{\circ}}{3}$



Hình 1.20

Bài toán 1.1.13

Một chậu thuỷ tinh có thành và đáy đều phẳng và mỏng được đặt nằm ngang. Trong chậu đựng một chất lỏng chiết suất $n = \sqrt{2}$*. Từ không khí có một tia sáng SI chiếu tới mặt chất lỏng với góc tới* 45^0*.*

1. Hỏi tia sáng đi vào trong chất lỏng đã bị lệch đi một góc a bằng bao nhiêu?

2. Muốn tia sáng ló khỏi đáy chậu lệch đi một góc đúng bằng góc lệch a trong câu hỏi 1 so với tia SI thì phải nâng đáy chậu lên một góc bằng bao nhiêu?

3. Để tia sáng ló khỏi đáy chậu bị lệch đi một góc nhỏ nhất thì phải nâng đáy chậu lên một góc bằng bao nhiêu?

Giải

1. Tia sáng SI tới mặt chất lỏng với góc tới $i = 45^0$ đi vào chất lỏng với góc khúc xạ r:

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \rightarrow r = 30^0$$

Tia sáng đi vào trong chất lỏng đã bị lệch đi một góc $a = 45 - 30 = 15^0$ (hình 1.21).

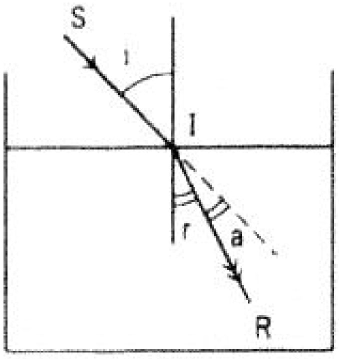
2. Muốn tia sáng ló khỏi đáy chậu lệch đi một góc a nó phải tới vuông góc với đáy chậu để ló thẳng. Điều đó chỉ có được khi nâng đáy chậu bên phải lên một góc 30^0 (hình 1.22).

3. Muốn tia sáng đi qua chất lỏng bị lệch đi một góc nhỏ nhất thì góc ló i' phải bằng góc tới i: $i' = i$ (hình 1.23).

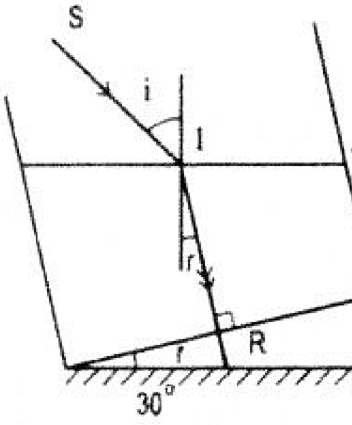
ta có: $r = r' = 30^0$

Suy ra góc chiết quang: $A = 2r = 60^0$

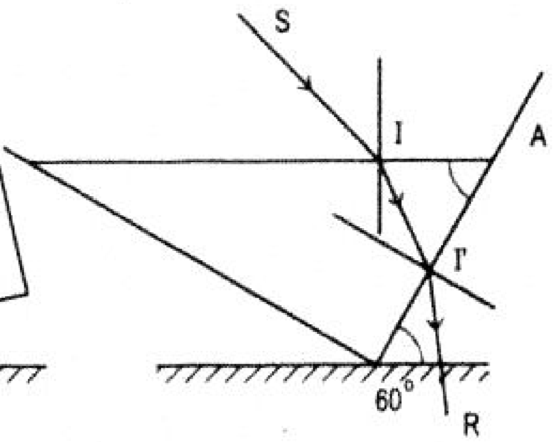
Vậy phải nâng đáy chậu lên một góc 60^0 (hình 1.24).



Hình 1 21



Hình 1.22



Hình 1.23

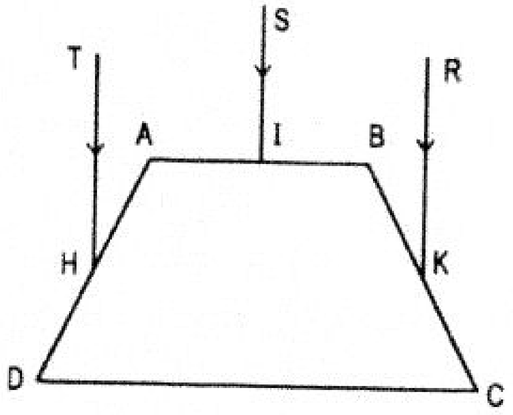
Bài toán 1.1.14

Một lăng kính thuỷ tinh chiết suất $n = \sqrt{3}$, tiết diện là một hình thang cân ABCD, đáy lớn CD bằng hai lần đáy nhỏ AB = 10 cm và góc ở đáy lớn bằng 60^0, được đặt sao cho đáy lớn ở phía dưới và nằm ngang. Ba tia sáng đơn sắc thẳng đứng SI, RK và TH từ trên xuống tới ba trung điểm của ba cạnh AB, BC và AD (hình 1.24).

1. Vẽ tiếp đường truyền của ba tia sáng này.

2. Phía dưới đáy lớn 10 cm đặt một màn song song với nó. Ba tia ló khỏi đáy lớn tạo ra trên màn ba chấm sáng. Tìm khoảng cách giữa ba chấm này.

3. Hỏi ba chấm sáng này di động như thế nào khi cho lăng kính dao động nhỏ trên mặt phẳng thẳng đứng chung quanh một trục nằm ngang đi qua trung điểm I của đáy nhỏ AB?



Hình 1.24

Giải

1. Hai tia sáng RK và TH tới mặt AD và BC với góc tới i = 60^o và đi qua hai lăng kính ADC và BCD với góc khúc xạ r :

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \rightarrow r = 30^0.$$

Hai tia tới đáy DC với góc tới r' = $60^0 - 30^0 = 30^0$ và khúc xạ ra ngoài không khí với góc i' = 60^0. Vì r = r' nên tia ló đã lệch đi một góc nhỏ nhất so với tia tới ban đầu.

2. Đường truyền của các tia sáng được vẽ ở hình 1.25:

Ba tia sáng ló khỏi đáy DC tới màn, tạo ra ba chấm sáng L, M,N, có cách khoảng cách như sau:

Từ hai tam giác đồng dạng 0LN và OK'H':

$$\frac{LN}{K'H'} = \frac{OM}{OI'}$$

K', H' là trung điểm của DI' và CI' nên :

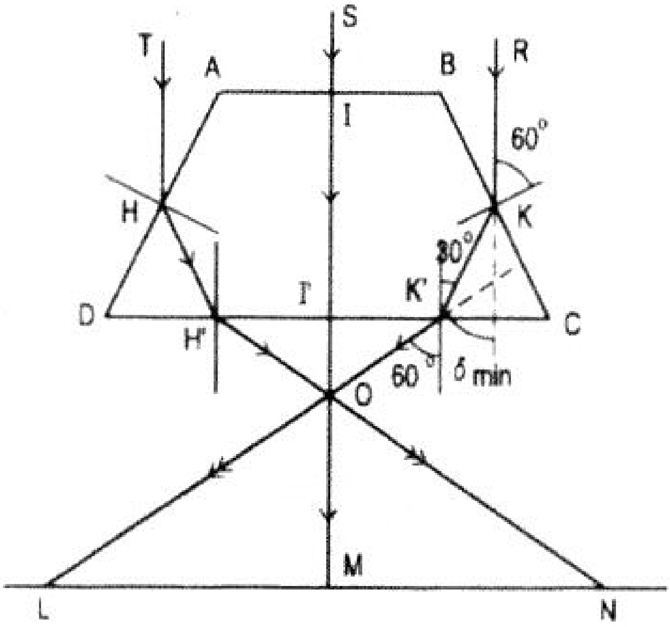
$K'H' = 10$ cm

$OI' = IK'\ tg\ 30^0 = 5\ \sqrt{3}\ /\ 3 = 2,89$ cm

$OM = MI' - OI' = 10 - 2,89 = 7,11$ cm

$$LN = \frac{10.7,11}{2,89} = 24,6 \text{ cm}$$

$LM = MN = 12,3$ cm



Hình 1.25

3. Khi khối thuỷ tinh dao động nhỏ chung quanh I:

Tia SI đi qua bản mặt song song giữ nguyên phương nên chấm sáng M chỉ dao động hai bên vị trí ban đầu.

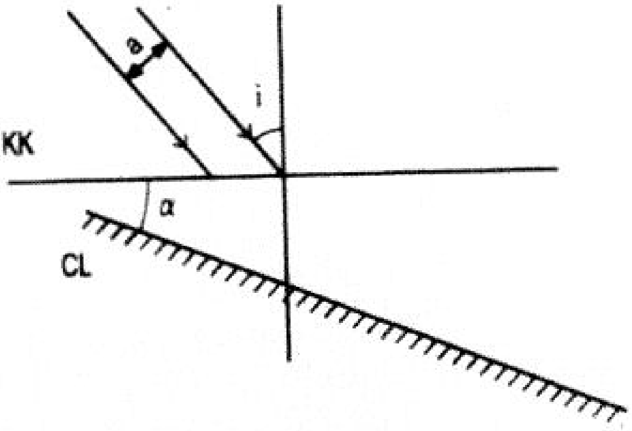
Vì lúc đầu, hai tia RK và TH qua hai lăng kính đã bị lệch đi một góc nhỏ nhất nên khi quay khối thuỷ tinh, góc lệch này chỉ có thể tăng lên. Thế mà, các tia tới ban đầu không đổi phương nên khi các góc lệch tăng lên sẽ kéo theo các tia ló khỏi mặt DC lệch thêm về phía đáy của hai lăng kính. Do đó các chấm sáng chỉ dao động với biên trong là vị trí ban đầu của chúng.

Bài toán 1.1.15

Từ không khí chiếu một chùm sáng đơn sắc song song hẹp, có bề rộng a = 10 mm, tới mặt của một chất lỏng có chiết suất n = $\sqrt{2}$, với góc tới i = 45^0 (hình 1.26).

1. Tìm bề rộng b của chùm sáng khi nó đi vào trong chất lỏng.

2. Chùm sáng khúc xạ tới một gương phẳng rồi phản xạ lên mặt chất lỏng và bị phản xạ toàn phần. Tìm sin của góc α hợp bởi mặt gương và mặt chất lỏng.



Hình 1.26

Giải

$$\sin(\text{ggh}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{ggh} = 45^0$$

1. Đường truyền của chùm sáng được vẽ ở hình 1.27:

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \rightarrow r = 30^0$$

$$\Delta\,\text{IKH} : \text{IK} = \text{IH} \sin 45 = a \qquad (1)$$

$$\Delta\,\text{ILH} : \text{HL} = \text{IH} \sin 60^0 = b \qquad (2)$$

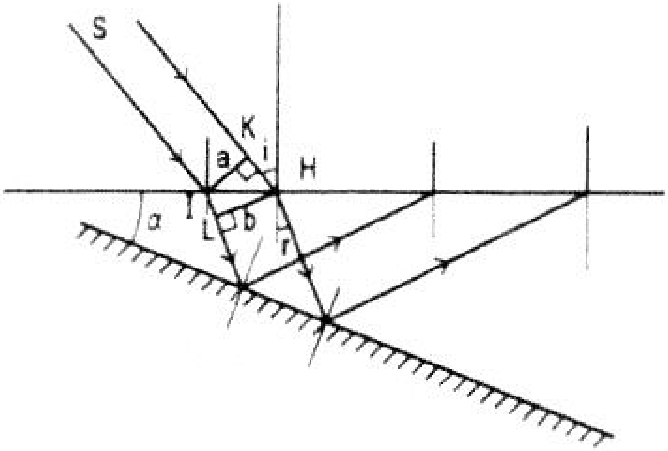
Chia (1) và (2) ta được:

$$b = \frac{a \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{10.\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 12{,}25 \text{ mm.}$$

2. Từ bài toán 1.19 rút ra:

$$\alpha > \frac{ggh - r}{2} = 7{,}5^{0}$$

Do vậy : $\sin\alpha > \sin 7{,}5^{0} = 0{,}13$



Hình 1.27

Chú ý: Theo định nghĩa của góc giới hạn phản xạ toàn phần thì góc tới mặt chất lỏng chỉ có thể > ggh, chứ không thể ≥ ggh.

Bài toán 1.1.16

Có một khối thuỷ tinh hình lập phương, chiết suất n = 1,5.

Một tia sáng đơn sắc SI từ không khí tới mặt đáy, đi vào thuỷ tinh tới mặt bên.

1. Hỏi tia sáng có thể ló khỏi mặt bên không?

2. Thay khối thuỷ tinh bằng khối nhựa trong suốt cùng hình dạng. Hỏi chiết suất của nhựa phải bằng bao nhiêu để tia sáng lại ló khỏi mặt bên?

Giải

1. Tia SI tới mặt đáy với góc tới i, đi vào thuỷ tinh với góc khúc xạ r, đi theo phương IK tới mặt bên với góc tới r' (hình 1.28)

Muốn xem tia sáng có ló khỏi mặt bên không, cần so sánh góc r' với góc giới hạn phản xạ toàn phần.

Vì: $\sin r = n \sin i$ và $\sin r' = \cos r$

Nên: $\sin r' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{2{,}25 - \sin^2 i}}{n} > \frac{1}{n} = \sin(ggh)$

Vậy: góc tới r ' > ggh : tia sáng không ló khỏi mặt bên.

Cũng có thể xem xét vấn đề theo cách khác:

Giả thiết tia sáng tiếp tục ló ra ngoài với góc ló i'.

Theo định luật khúc xạ: $\sin i = n \sin r$ (a)

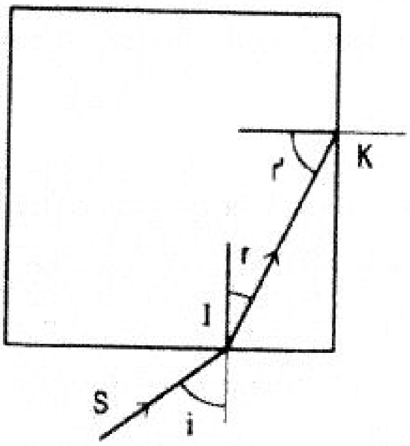
$\sin i' = n \sin r' = n \cos r$ (b)

Bình phương hai phương trình rồi cộng lại:

$$\sin^2 i + \sin^2 i' = n^2$$

$$\sin^2 i' = n^2 - \sin^2 i = 2{,}25 - \sin^2 i > 1$$

Không tồn tại góc i', tức là tia sáng không ló khỏi mặt bên.



Hình 1.28

2. Muốn tia sáng ló khỏi mặt bên của khối nhựa:

$$\sin^2 i' = n'^2 - \sin^2 i \le 1$$

$$n'^2 \le 1 + \sin^2 i$$

$\sin^2 i$ lớn nhất là bằng 1 nên n'^2 lớn nhất là bằng 2.

Suy ra: $n' \le \sqrt{2}$.

Bài toán 1.1.17

Một lăng kính tam giác đều ABC bằng thuỷ tinh.

Từ không khí một tia sáng đơn sắc SI tới mặt đáy BC, đi vào thuỷ tinh tới mặt AC. Tìm chiết suất n của thuỷ tinh để tia sáng tiếp tục ló khỏi mặt AC.

Giải

Tia sáng SI tới đáy BC với góc tới i, khúc xạ vào thuỷ tinh với góc r, tới mặt AC với góc r' (hình 1.29).

Muốn tia sáng tiếp tục ló khỏi mặt AC thì:

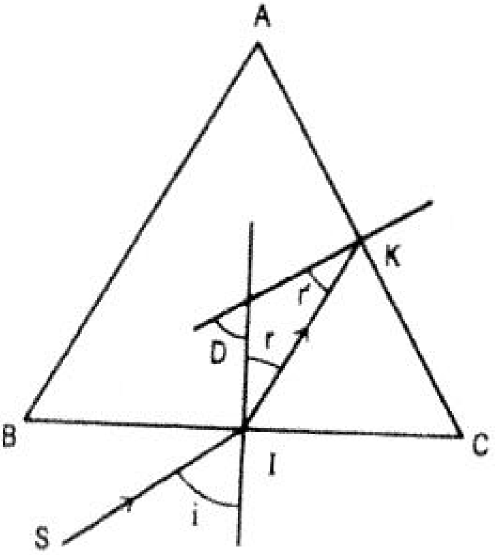
$$r' \le gh$$

hay $$\sin r' \le \sin (gh) = \frac{1}{n}$$

Xét tam giác DIK:

$$r + r' = 60^0$$

$$\sin r' = \sin (60^0 - r) = \sin 60^0 \sqrt{1-\sin^2 r} - \cos 60^0 \sin r$$



Hình 1.29

nhưng $$\sin r = \frac{\sin i}{n}$$

$$\sin r' = \frac{\sqrt{3}}{2n}\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - 0{,}5\frac{\sin i}{n} \le \frac{1}{n}$$

$$n^2 - \sin^2 i \le \frac{4}{3}\,(1 + 0{,}25\sin^2 i + \sin i)$$

$$n^2 \le \frac{4 + 4\sin^2 i + 4\sin i}{3}$$

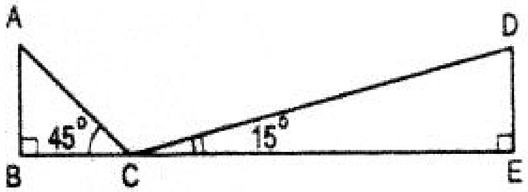
sin i lớn nhất là bằng 1 nên n^2 lớn nhất là bằng 4.

Suy ra: $n \le 2$.

Bài toán 1.1.18

Có hai lăng kính thủy tinh chiết suất $n = \sqrt{3/2}$, tiết diện là một tam giác vuông cân ABC và một tam giác vuông DEG có một góc bằng 15° được đặt sao cho BC và DG cùng nằm trên mặt phẳng ngang và hai đỉnh C,D gặp nhau (hình 1.30)

Một tia sáng đơn sắc tới vuông góc với mặt AB. Vẽ tiếp đường truyền của tia sáng đó.



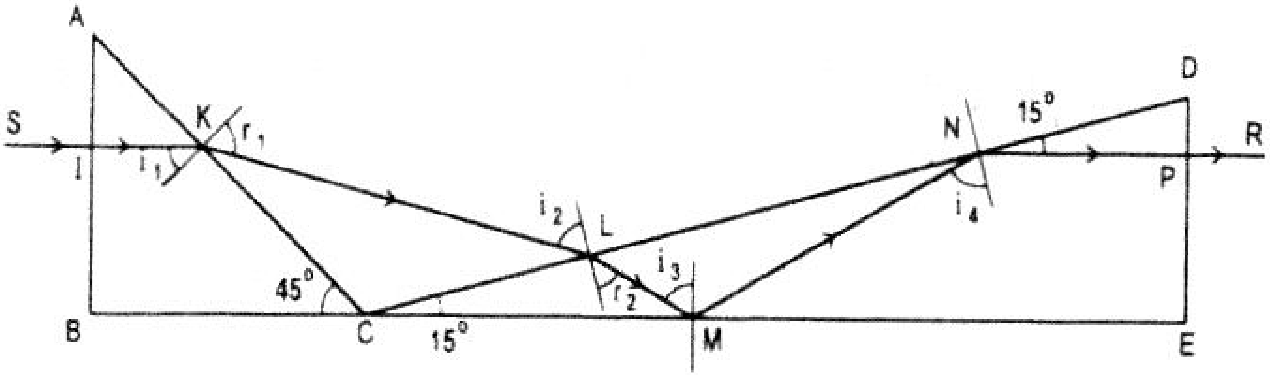
Hình 1.30

Giải

Góc giới hạn phản xạ toàn phần:

$$\sin(\text{ggh}) = \frac{1}{\sqrt{1{,}5}} \rightarrow \text{ggh} = 54^0 48'$$

Tia sáng SI tới vuông góc với mặt AB, đi thẳng vào lăng kính tới mặt AC với góc tới $i_1 = 45^0 <$ ggh và ló ra ngoài với góc khúc xạ $r_1 = 60^0$ (theo định luật khúc xạ). Vì $\angle ACD = 120^0$ nên tia sáng tới mặt CD với góc tới $i_2 = 60^0$ và đi vào lăng kính với góc khúc xạ $r_2 = 45^0$. Vì $\angle DCE = 15^0$ nên tia sáng tới mặt CE với góc tới $i_3 = 60^0 >$ ggh và phản xạ toàn phần lên mặt DC với góc tới $i_4 = 75^0 >$ ggh, do đó tia sáng phản xạ toàn phần tiếp, tới vuông góc với mặt DE và ló thẳng ra ngoài (hình 1.31).



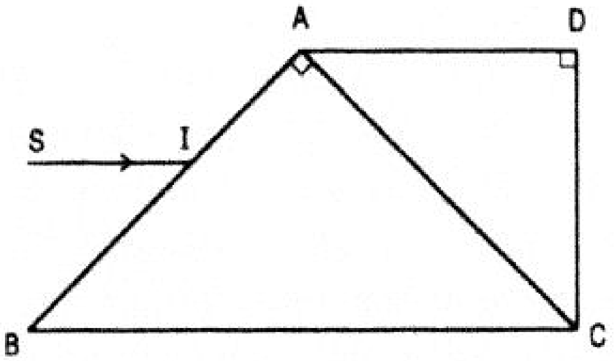
Hình 1.31

Bài toán 1.1.19

Có hai lăng kính tam giác vuông cân P_1 và P_2, bằng thuỷ tinh chiết suất $n_1 = \sqrt{2}$ và $n_2 = \sqrt{3}$ áp sát nhau như hình vẽ 1. 34. Một tia sáng đơn sắc SI đi song song với đáy BC của lăng kính P_1 tới mặt AB.

1. Tìm điều kiện về AI để tia khúc xạ IK trong lăng kính P_1 không bị phản xạ toàn phần ở đáy ;

2. Nếu điều kiện trên được thoả mãn thì tia sáng tiếp tục đi như thế nào ?



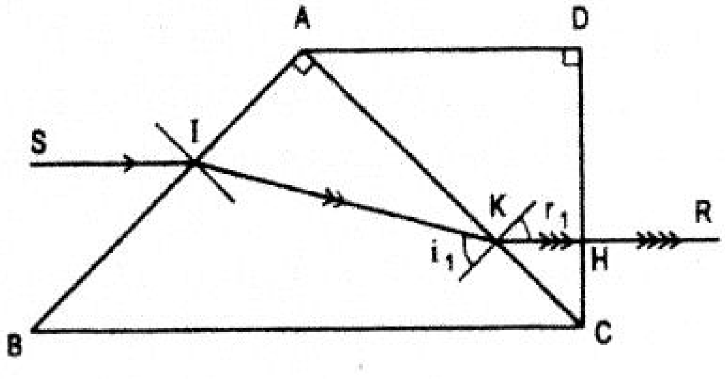
Hình 1.32

Giải

1. Điều kiện để tia sáng IK không bị phản xạ toàn phần ở đáy BC là nó không được đến đó. Muốn thế điểm tới I trên mặt AB phải cách A một khoảng < AC tg r (với $r = 30^0$) (hình 1.33).

2. Nếu tia sáng không đến đáy BC, nó sẽ đến mặt AC với góc tới $i_1 = 60^0$ và đi sang lăng kính P_2 với góc khúc xạ r_1:

$$\sin r_1 = \frac{n_1 \sin i_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{3}}{2.\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow r_1 = 45^0$$



Hình 1.33

Tia sáng tiếp tục tới vuông góc với mặt DC và ló thẳng ra ngoài, tức là song song với tia tới SI.

Bài toán 1.1.20

Một lăng kính tam giác vuông cân ABC bằng thuỷ tinh, được đặt sao cho mặt huyền BC tiếp xúc với mặt nước có chiết suất n = 1,333.

Một tia sáng đơn sắc SI đi song song với đáy BC tới mặt AB. Tìm điều kiện về AI và chiết suất n′ của thuỷ tinh để tia khúc xạ trong lăng kính bị phản xạ toàn phần ở đáy BC.

Giải

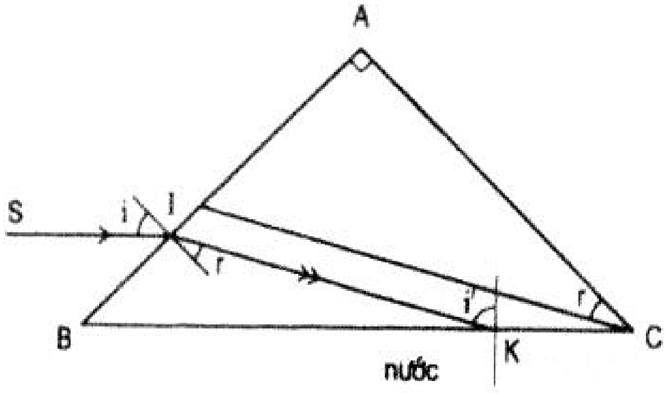
Điều kiện để tia sáng phản xạ toàn phần ở đáy BC (hình 1.34):

1. Nó phải đến đáy BC. Muốn thế, điểm tới I trên mặt AB phải cách A một khoảng AI > AC tg r với :

$$\mathrm{tg}\, r = \frac{\sin r}{\sqrt{1-\sin^2 r}}$$

nhưng, theo định luật khúc xạ: $\sin r = \frac{\sin i}{n'} \quad \frac{\sqrt{2}}{2n'}$

$$\mathrm{tg}\, r = \frac{1}{\sqrt{2n'^2-1}}$$



Hình 1.34

$$AI > \frac{AC}{\sqrt{2n'^2 - 1}}$$

2. Nó phải tới mặt BC với góc tới i' > góc giới hạn phản xạ toàn phần giữa thuỷ tinh và nước:

$$\sin i' > \sin(ggh) = \frac{n}{n'} = \frac{4}{3n'}$$

nhưng: $$i' = 45^0 + r$$

$$\sin(45^0 + r) > \frac{4}{3n'}$$

$$(\sin 45^0 \sqrt{1}\ - \sin^2 r\ + \sin r \cos 45^0) > \frac{4}{3n'}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1 - \frac{1}{2n'^2}} + \frac{\sqrt{2}}{2n'}\,\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{4}{3n'}$$

$$\sqrt{2n'^2 - 1} > \frac{5}{3} \rightarrow n' > 1{,}374.$$

Bài toán 1.1.21

Một lăng kính tam giác vuông cân ABC, AB = BC = 2 cm, bằng thủy tinh chiết suất n = 1,6. Trên đường trung trực của AB có một điểm sáng S nằm cách AB một khoảng 50 cm.

Chứng minh rằng mọi tia sáng xuất phát từ S sau khi qua mặt AB bị phản xạ toàn phần ở mặt AC.

Giải

1. $\text{Sin}(ggh) = \frac{1}{n} = \frac{1}{1{,}6} \rightarrow ggh = 38^\circ 40'$

Ta xét ba tia tới mặt AB (hình 1.35).

Tia SI tới vuông góc với mặt AB đi thẳng vào lăng kính, tới mặt AC với góc tới bằng $45^\circ >$ ggh nên phản xạ toàn phần.

Tia SK tới mặt AB đi vào lăng kính, tới mặt AC với góc tới lớn hơn 45° nên cũng phản xạ toàn phần.

Tia SH tới mặt AB đi vào lăng kính, với góc tới nhỏ hơn 45°. Cần phải chứng minh góc tới này cũng lớn hơn góc giới hạn phản xạ toàn phần.

Một nhận xét chung là điểm tới trên mặt AB càng đi về phía A thì góc tới mặt AC càng nhỏ đi. Vì thế chỉ cần xét một tia tới rất gần A với góc tới i, đi vào lăng kính với góc khúc xạ r và tới mặt AC với góc tới r'. Nếu góc tới r' này lớn hơn 38°40' thì mọi tia sáng tới mặt AC đều có góc tới lớn hơn 38°40' và bị phản xạ toàn phần.

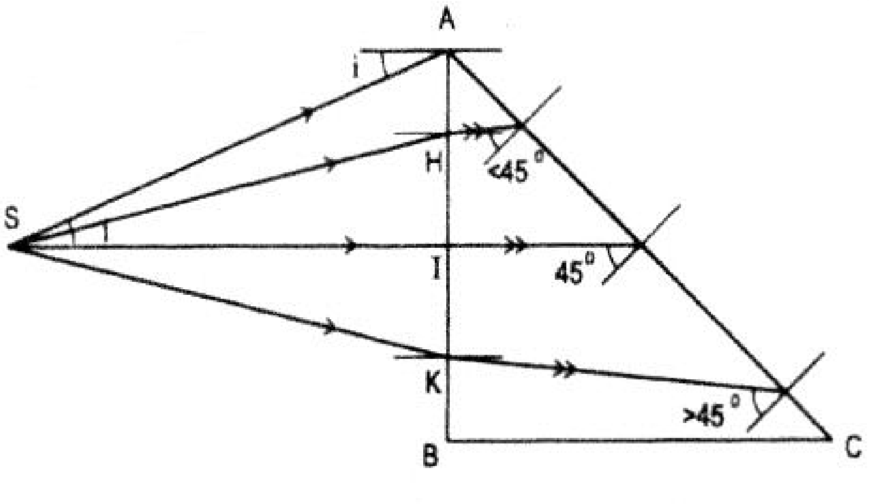
Xét tam giác SAI ta có:

$$\text{tg}\, i \quad \frac{AI}{SI} = \frac{1}{50}$$

Vì góc i nhỏ nên $\text{tg}\, i = i = \frac{1}{50}$ rad

$$r = \frac{i}{n} = \frac{1}{80}\,\text{rad} = \frac{180^\circ}{3{,}14.80} = 0^\circ 42'$$

$$i' = A - r = 45^\circ - 0^\circ 42' = 44^\circ 18' > 38^\circ 40'.$$



Hình 1.35

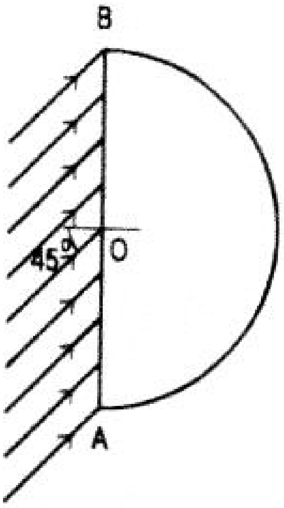
Bài toán 1.1.22

Một khối thủy tinh có tiết diện chính hình nửa mặt tròn, tâm O, bán kính R, chiết suất $n = \sqrt{2}$ *(hình 1.36). Chiếu một chùm sáng đơn sắc song song tới mặt toàn bộ mặt phẳng AB của bán trụ với góc tới* $i = 45^\circ$.

1. Xác định vùng trên mặt trụ có tia sáng ló ra.

2. Gọi S_1I_1 *là một tia sáng trong chùm tia tới trên sau khi qua khối thủy tinh thì ló song song với chính nó. Tìm* OI_1 *và vẽ đường truyền của tia sáng.*

3. Gọi S_2A *là một tia sáng trong chùm tia tới trên. Vẽ tiếp đường truyền của tia sáng.*



Hình 1.36

Giải

$$\sin(ggh) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow ggh = 45^0$$

Góc khúc xạ: $\sin r = n \sin i = 1/2 \quad \rightarrow \quad r = 30^0$

1. Các tia sáng song song tới mặt AB đi vào thuỷ tinh tới mặt trụ với những góc tới khác nhau. Góc tới càng lớn khi điểm tới càng tiến lại gần A và B. Những tia nào có góc tới ≤ ggh sẽ ló ra ngoài mặt trụ. Do đó, vùng trên mặt trụ có tia sáng ló ra, được xác định bởi hai điểm tới nằm trên mặt bán trụ ứng với hai tia tới mặt này có góc tới bằng ggh.

Qua hình 1.37 ta thấy:

$$\angle IOI' = 15^0 \ , \quad \angle KOK' = 75^0$$

Suy ra : $\angle I'OK' = 90^0$

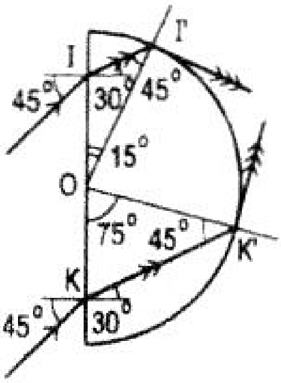
Chiều dài cung I'K' (chắn góc I'OK') = $\pi R/_2$

2. Điều kiện để tia ló khỏi mặt bán trụ song song với tia tới ban đầu là góc ló phải bằng góc tới. Muốn thế pháp tuyến tại điểm ló phải song song với pháp tuyến tại điểm vào trên mặt AB. Điều đó chỉ có thể đạt được nếu điểm ló nằm ở đỉnh bán trụ (hình 1.38).

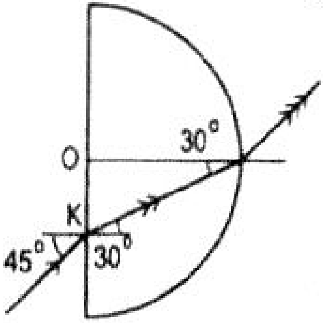
Từ đó suy ra : $OI_1 = R \text{ tg } 30^o$.

3. Nếu điểm A nằm trên mặt phẳng AB thì tia sáng đi vào thuỷ tinh tới mặt bán trụ lần lượt với những góc tới 60^0, lớn hơn góc giới hạn phản xạ toàn phần và phản xạ toàn phần cho khi tới B với góc tới 30^0 rồi ló ra ngoài với góc 45^0 (hình 1.39).

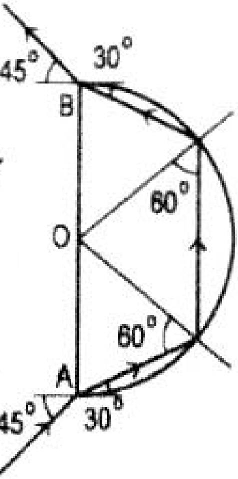
Nếu điểm A nằm trên mặt bán trụ thì pháp tuyến lại trùng với OA nên tia khúc xạ tới mặt bán trụ với góc tới bằng 30^o và ló ra ngoài với góc ló bằng 45^o (hình 1. 40).



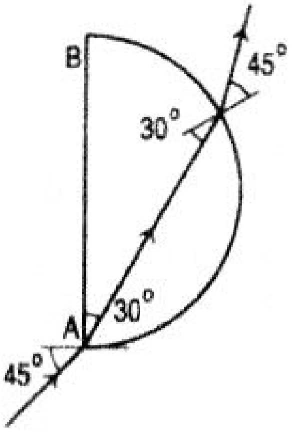
Hình 1.37



Hình 1.38



Hình 1.39



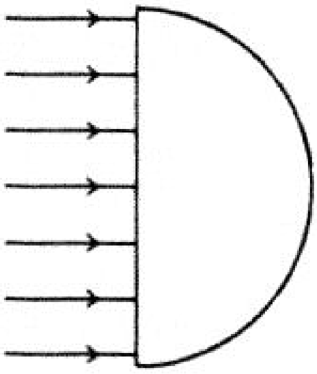
Hình 1.40

Bài toán 1.1.23

Một khối thủy tinh hình bán cầu chiết suất $n = \sqrt{2}$. *Chiếu một chùm sáng đơn sắc song song tới vuông góc với toàn bộ mặt phẳng của bán cầu (hình 1.41).*

1. Chứng minh rằng chùm ló khỏi mặt cầu không phải là một chùm đồng quy mà nó tạo một đoạn sáng thẳng nằm trên đường thẳng qua tâm cầu.

2. Tìm chiều dài của đoạn thẳng sáng trên biết bán kính của bán cầu là $R = 4$ *cm.*



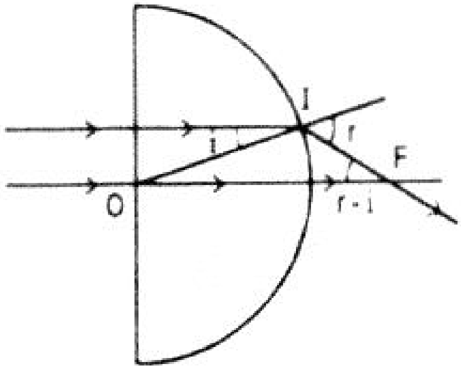
Hình 1.41

Giải

1. Các tia sáng tới vuông góc với mặt phẳng của bán cầu đi thẳng vào trong và tới mặt bán cầu với những góc tới khác nhau. Những tia nào có góc tới nhỏ hơn và bằng góc giới hạn phản xạ toàn phần sẽ ló ra ngoài. Từng cặp tia ló đối xứng qua tia ló chính giữa giao nhau với tia ló này tạo thành một chấm sáng. Tập hợp vô số chấm sáng này tạo thành một đoạn thẳng sáng.

2. Trước hết nhận xét rằng, những cặp tia tới mặt bán cầu có góc tới i càng gần bằng góc giới hạn thì khi ló, chúng giao nhau với tia ló chính giữa tại những điểm ở càng gần đỉnh cầu và ngược lại. Vì thế, chỉ cần tính, một cách tổng quát, khoảng

cách từ tâm O đến một điểm F nào đó trên tia ló chính giữa (hình 1.42) theo góc tới mặt bán cầu rồi vận dụng vào từng trường hợp cụ thể.



Hình 1.42

Theo định lí sin trong tam giác OIF:

$$\frac{OF}{\sin r} = \frac{R}{\sin(r-i)}$$

$$OF = \frac{R\sin r}{\sin(r-i)}$$

$OF_{\min}$ ứng với góc tới i = ggh = 45°, r = 90° :

$$OF_{\min} = R\sqrt{2} = 5,65\ \text{cm}$$

và $OF_{\max}$ ứng với góc tới i tiến tới 0:

$$OF = \frac{R\sin r}{\sin r\cos i\ \ \cos r\sin i} = \frac{R}{\cos i - \cos r\dfrac{\sin i}{\sin r}}$$

Vì các góc i, r nhỏ nên coi cos i = 1, cos r = 1 ; $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n}$

$$OF_{\max} = \frac{nR}{n-1} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 13,66$$

Suy ra chiều dài l của đoạn thẳng sáng là: $OF_{max} - OF_{min} = 8$ cm

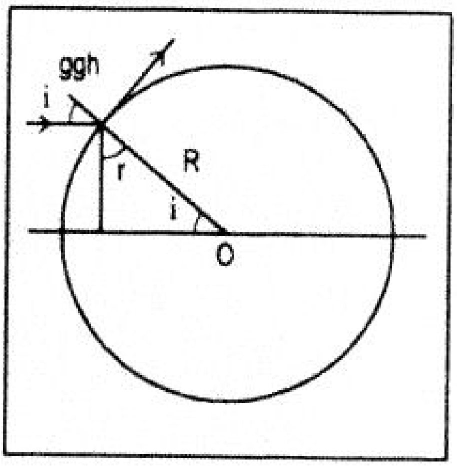
Bài toán 1.1.24

Trong một khối thuỷ tinh chiết suất $n_1 = 1,52$ có một khối cầu bán kính $R = 3$ cm chứa đầy nước chiết suất $n_2 = 1,33$. Từ thuỷ tinh, một chùm sáng đơn sắc song song hình trụ chiếu tới mặt cầu. Tìm bán kính của chùm sáng có thể đi vào trong cầu.

Giải

$n_1 > n_2$: thuỷ tinh chiết quang hơn nước.

Vì thế, ánh sáng đi từ thuỷ tinh tới mặt giới hạn giữa thuỷ tinh và nước, một phần sẽ bị phản xạ toàn phần (những tia có góc tới > giới hạn phản xạ toàn phần) và một phần đi vào trong nước (những tia có góc tới ≤ góc giới hạn phản xạ toàn phần).



Hình 1.43

Qua hình 1.43 ta thấy, bán kính r của chùm sáng đi vào nước:

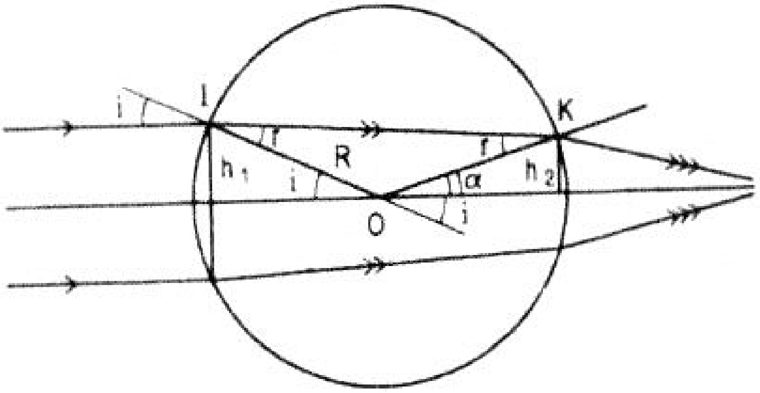
$$r = R\sin(ggh) = R\frac{n_2}{n_1} = 3.\frac{1,33}{1,52} = 2,6\text{cm}$$

Bài toán 1.1.25

Có một bình cầu thủy tinh thành mỏng, trong chứa đầy một chất lỏng. Từ không khí, một chùm sáng song song hình trụ hẹp, chiếu tới mặt cầu sao cho trục của trụ đi qua tâm cầu. Chùm sáng đi qua chất lỏng tới mặt cầu đối diện và ló ra ngoài. Bán kính mặt vào lớn gấp hai lần bán kính mặt ra. Tìm chiết suất của chất lỏng.

Giải

Đường truyền của chùm sáng được vẽ ở hình 1.44:



Hình 1. 44

$h_1 = R\sin i$ và $h_2 = R\sin\alpha$

(vì chùm sáng tới hẹp nên các góc đều nhỏ)

Xét tam giác IKO: $\alpha + i = 2r$

Hay $\alpha = 2r - i$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{i}{2r - i} = \frac{1}{(2r/i) - 1} = 2$$

Nhưng $r / i = 1 / n$ nên:

$$\frac{1}{(2/n)-1} = 2$$

$$1 = \frac{4}{n} - 2$$

$$n = \frac{4}{3}$$

1. 2. Bài toán khảo sát các vệt sáng trên màn ảnh

Vệt sáng trên màn ảnh do các chùm sáng phản xạ hay khúc xạ chiếu tới màn tạo ra, không phải là ảnh của các điểm sáng. Chúng chỉ là sự sắp xếp liên tục của các chấm sáng do vô số các tia sáng chiếu tới màn gây ra. Hình dạng của chúng phản ảnh đúng hình dạng của dụng cụ quang học nếu nguồn phát sáng có kích thước nhỏ (điểm sáng).

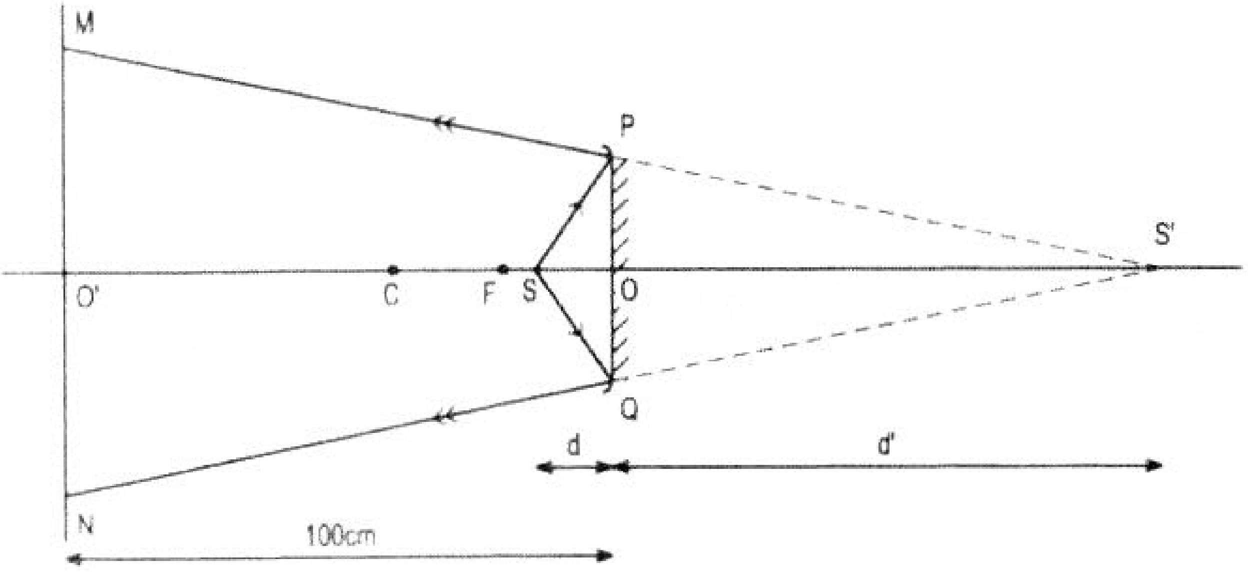
Bài toán 1.2.1

Một điểm sáng S nằm trên trục chính của một gương cầu lõm có tiêu cự 20 cm, chiếu ánh sáng đến toàn bộ mặt gương rồi phản xạ. Nếu trước gương 1 m đặt một màn vuông góc với trục chính để hứng chùm phản xạ thì thấy trên màn xuất hiện một vệt sáng tròn, có đường kính lớn gấp hai lần đường kính của rìa gương. Xác định vị trí của S.

Giải

Vì đối với điểm sáng (vật thật) gương cầu lõm có thể tạo ảnh thật (vật nằm ngoài tiêu diện) hoặc ảnh ảo (vật nằm trong tiêu diện), nên cần phân biệt hai trường hợp:

1. S nằm trong tiêu diện : ảnh ảo và chùm phản xạ là phân kỳ (hình 1.45). Kéo dài hai tia phản xạ ta được ảnh ảo S' của S.



Hình 1.45

Xét hai tam giác đồng dạng S'MN và S'PQ ta có :

$$\frac{PQ}{MN} = \frac{S'O}{S'O'} = \frac{S'O}{S'O + OO'} = \frac{1}{2}$$

Suy ra: S'O = 100 cm → d' = - 100 cm

Vị trí của S:

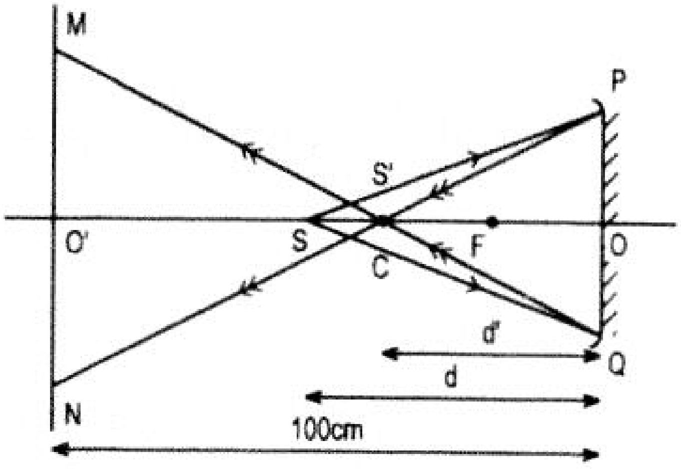
$$d = \frac{d'f}{d' - f} = 16,67 \text{ cm}$$

2. S nằm ngoài tiêu diện : ảnh thật và chùm phản xạ hội tụ tại S' rồi mới phân kì (hình 1.46).

Xét hai tam giác đồng dạng S'PQ và S'MN ta được:

$$\frac{PQ}{MN} = \frac{S'O}{OO' - S'O} = \frac{1}{2}$$

Suy ra : S'O = d' = 33,33 cm → và d = 50 cm



Hình 1.46

Bài toán 1.2.2

Một điểm sáng S nằm trên trục chính của một thấu kính phân kỳ và cách kính một khoảng d_1 chiếu ánh sáng đến toàn bộ mặt kính, có đường kính rìa là D_0, và tạo ra trên màn, sau kính một khoảng l, một vệt sáng tròn có đường kính là D_1. Hỏi đường kính của vệt sáng tròn sẽ là bao nhiêu nếu S nằm ở tiêu điểm của kính.

Giải

Lúc đầu, ảnh ảo S_1 cách kính một khoảng :

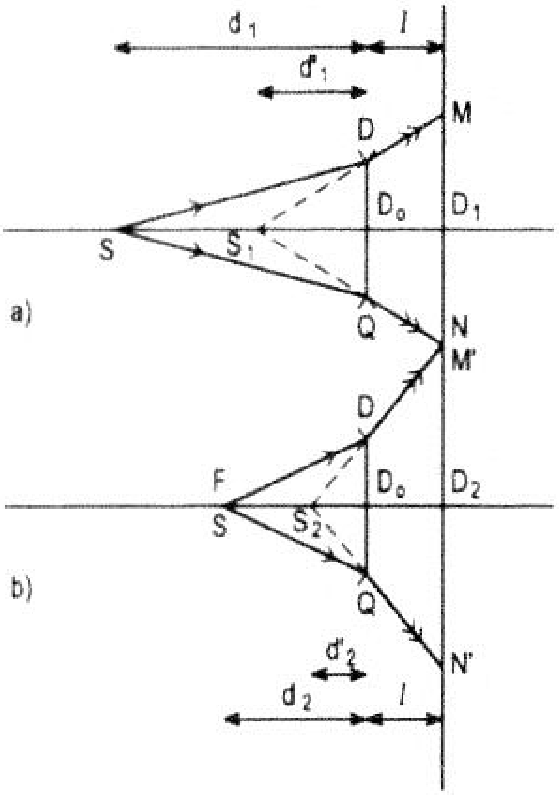
$$|d'_1| = \frac{d_1 f}{d_1 + f}$$

Xét hai tam giác đồng dạng MNS_1 và PQS_1 ta có (hình 1.47 a):

$$\frac{D_1}{D_o} = \frac{|d'_1| + 1}{|d'_1|} = \frac{d_1 f + d_1 l + fl}{d_1 f} \qquad (1)$$

Lúc vật ở tiêu điểm: $d_2 = f$ và $|d'_2| = f/2$

Xét hai tam giác đồng dạng $M'N'S_2$ và PQS_2 ta có (hình 1.47.b)


d 1
l
d'1
M
D
D0
D1
S
S1
a)
Q
N
M'
D
F
D0
D2
S
S2
b)
Q
N'
d'2
d 2
l

Hình 1.47

$$\frac{D_2}{D_o} = \frac{|d_2|+1}{|d_2|} = \frac{f+2l}{f} \qquad (2)$$

So sánh (1) và (2) bằng cách rút f từ hai phương trình ta có:

$$D_2 = 2D_2 - D_0 \frac{1+2l}{d}$$

Bài toán 1.2.3

Một gương cầu lõm có đường kính rìa bằng 4 cm, ở giữa có một lỗ thủng tròn đường kính 2 cm. Chiếu một chùm sáng hội tụ tới toàn bộ mặt gương. Nếu sau lỗ 20 cm đặt một màn ảnh nhỏ *thì thu được trên màn một chấm sáng, nhưng nếu chuyển màn lại trước gương 10 cm cũng lại thu được một chấm sáng.*

1. Hỏi đã dùng loại gương nào, có tiêu cự bằng bao nhiêu?

2. Nếu trước gương 30 cm đặt một màn ảnh rộng, vuông góc với trục chính, để hứng chùm phản xạ thì thu được trên màn một vệt sáng. Hãy mô tả hình dạng của vệt sáng và tìm kích thước của nó.

3. Khi đặt thêm một gương, vừa khít lỗ, thì thấy trên màn xuất hiện một vệt sáng tròn có đường kính 1 cm. Hỏi đã dùng gương loại nào, có tiêu cự bằng bao nhiêu?

Giải

1. Chùm sáng hội tụ tới gương, chia thành 2 phần:

- Một phần đi thẳng qua lỗ và hội tụ tại S cách lỗ 20 cm. Nếu đặt tại S một màn nhỏ, ta sẽ thu được trên màn một chấm sáng.

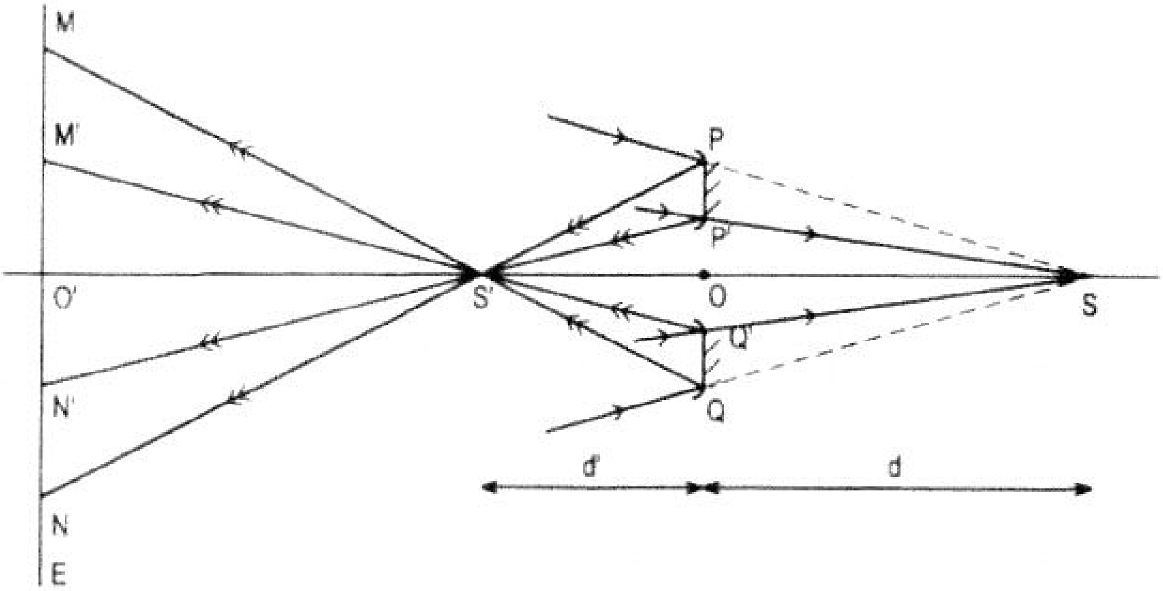
- Một phần đập vào mặt gương bao quanh lỗ. Lúc này S trở thành vật ảo đối với gương và gương cho nó một ảnh thật S'. Đó chính là điểm hội tụ S' của chùm phản xạ từ gương. Nếu đặt màn tại S', ta sẽ thu được một chấm sáng trên màn.

Suy ra: $d = -20$ cm , $d' = 10$ cm

Và tiêu cự của gương:

$$f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{-20.10}{-20+10} = 20 \text{ cm} > 0 : \text{gương lõm}$$

2. Sau khi hội tụ tại S', chùm sáng phản xạ tiếp tục đi tới màn và tạo ra trên màn một vệt sáng có dạng hình vành khăn đúng như hình dạng của mặt gương.



Hình 1.48

Dùng định lí tam giác đồng dạng, ta tính đường kính trong và ngoài của hình vành khăn (hình1.48)

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{M'N'}{P'Q'} = \frac{S'O'}{S'O} = \frac{20}{10} = 2$$

Suy ra: $MN = 2\ PQ = 8$ cm ; $M'N' = 2\ P'Q' = 4$ cm

3. Khi đặt thêm vào lỗ một gương, chùm sáng phản xạ có thể hội tụ trước màn hoặc sau màn (không thể là phân kì vì vệt sáng trên màn có kích thước nhỏ hơn kích thước của gương).

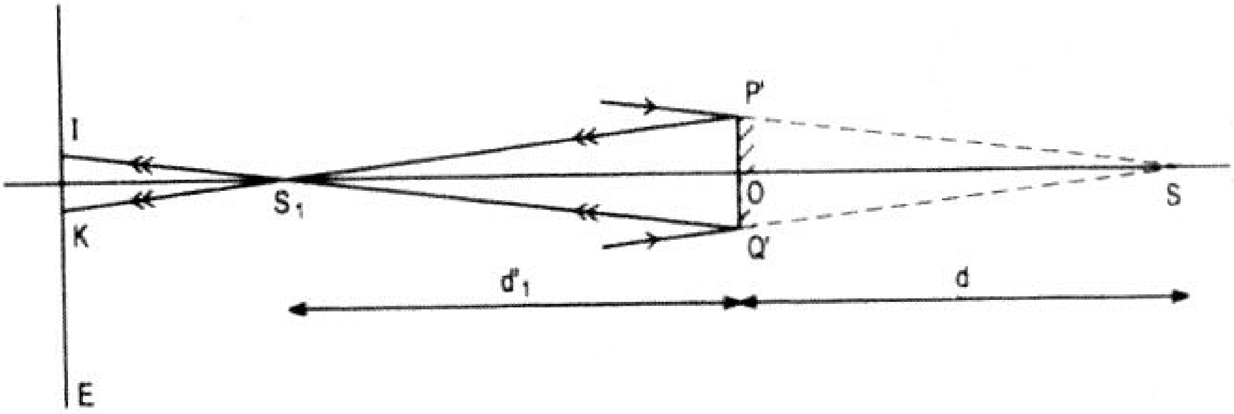
+ Chùm sáng phản xạ hội tụ tại S_1 trước màn: S_1 là ảnh thật.

Hai tam giác đồng dạng $S_1P'Q'$ và S_1IK cho (hình 1.49):

$$\frac{P'Q'}{IK} = \frac{S_1O}{S_1O'} = 2$$

Suy ra : $S_1O = 20\text{ cm} = d_1'$

Vậy, ảnh thật S_1 đối xứng với vật ảo S qua gương : gương sử dụng là gương phẳng.



Hình 1.49

+ Chùm phản xạ hội tụ tại S_2 sau màn: S_2 là ảnh thật

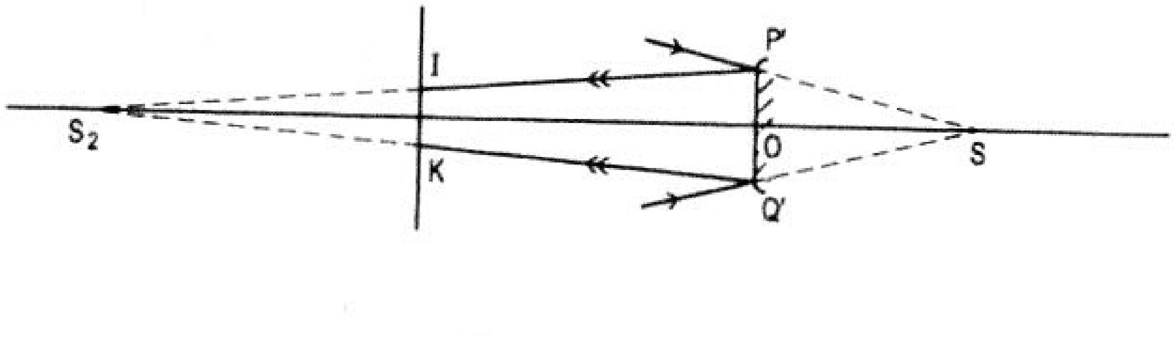
Hai tam giác đồng dạng $S_2P'Q'$ và S_2IK cho (hình 1.50)

$$\frac{P'Q'}{IK} = \frac{S_2O}{S_2O'} = \frac{d_2}{d_2 - 30} = 2$$

$$d'_2 = 60 \text{ cm}$$

Gương sử dụng có tiêu cự:

$$f = \frac{dd'_2}{d + d'_2} = \frac{-20.60}{-20+60} = -30 \text{ cm} < 0$$: gương cầu lồi.



Hình 1.50

Bài toán 1.2.4

Đáy chậu là một gương cầu lõm, tiêu cự 20 cm, trục chính thẳng đứng. Phía trên đáy chậu 30 cm, đặt nằm ngang một màn chắn, có lỗ thủng tròn, đường kính 4 cm. Chiếu một chùm sáng hội tụ qua lỗ tròn sao cho ở đỉnh gương có một chấm sáng. Đổ từ từ nước chiết suất 4/3 vào chậu thì thấy chấm sáng lan rộng ra, đồng thời ở mặt dưới màn chắn xuất hiện một vệt sáng.

Giải thích hiện tượng này và tìm đường kính của các vệt sáng nói trên, khi đổ nước đến sát màn chắn.

Giải

1. Khi đổ nước vào chậu, chấm sáng S ở đáy chậu trở thành vật ảo đối với lưỡng chất phẳng không khí - nước. Do hiện tượng khúc xạ ở mặt nước (góc khúc xạ nhỏ hơn góc tới), chùm sáng hội tụ trong nước nở ra, kéo theo chấm sáng ở đáy chậu cũng nở ra và điểm hội tụ dịch xuống điểm S' (ảnh thật), nằm ở phía dưới đáy chậu (hình 1.51).

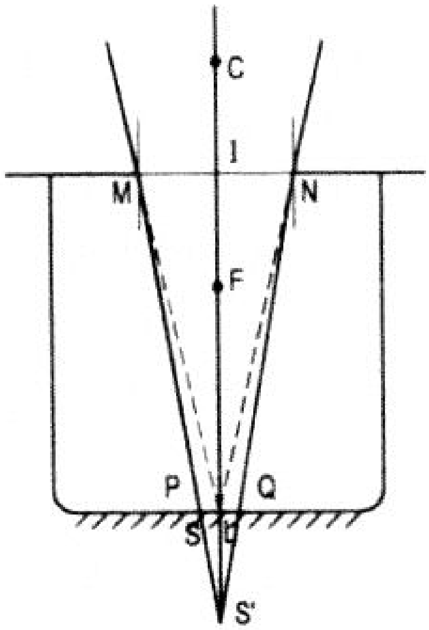
Tìm khoảng cách SI' = d'.

$$d' = -n\,d = -\frac{4}{3}\,(-30) = 40 \text{ cm}.$$

Xét hai tam giác đồng dạng 'PQ và S ' MN, ta có:

$$\frac{PQ}{MN} = \frac{S'L}{S'I} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$PQ = \frac{4}{4} = 1\text{cm}$$



Hình 1.51

Chùm sáng khúc xạ, từ mặt nước tới gương cầu lõm, tạo vật ảo S' cách gương một khoảng $d_1 = -10$ cm, phản xạ tạo ảnh thật S_1 cách gương một khoảng d'_1 (hình 1.52):

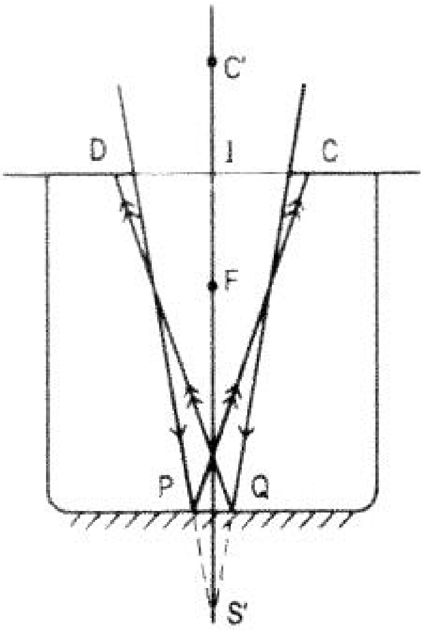
$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{-10.10}{-10-10} = 5\text{cm}$$

Sau khi hội tụ tại S_1, chùm sáng đi tiếp lên mặt nước và tạo ra ở đây một vệt sáng tròn, có đường kính DC :

Xét hai tam giác đồng dạng S_1DC và S_1PQ, ta có:

$$\frac{DC}{PQ} = \frac{S_1I}{S_1L} = \frac{25}{5} = 5$$

DC = 5 cm



Hình 1.52

Vì màn chắn có lỗ nên vệt sáng trên màn chắn chỉ là hình vành khăn, có đường kính trong bằng 4 cm và đường kính ngoài bằng 5 cm.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 1. 2

1. Trước hết cần phân biệt hai trường hợp:

+ S là một chấm sáng:

Từ S kẻ một chùm tia sáng (chùm phân kì)tới toàn bộ mặt dụng cụ rồi kẻ chùm tia phản xạ hay khúc xạ tương ứng.

Chú ý:

- Đối với kính hội tụ và gương cầu lõm : chùm phản xạ hay khúc xạ có thể là phân kỳ (ảnh ảo) hay hội tụ (ảnh thật); đối với kính phân kỳ và gương cầu lồi các chùm này bao giờ cũng phân kỳ (ảnh ảo).

- Đối với lưỡng chất phẳng, bản mặt song song, lăng kính :chùm phản xạ hay khúc xạ là phân kì (ảnh ảo).

+ S là vật ảo (giao điểm của chùm tới hội tụ):

Kéo dài các tia tới để chúng giao nhau tại S rồi kẻ các tia phản xạ hay khúc xạ tương ứng.

Chú ý:

- Đối với kính hội tụ và gương cầu lõm : chùm phản xạ hay khúc xạ bao giờ cũng là hội tụ (ảnh thật); đối với kính phân kì và gương lồi : các chùm này có thể là phân kì (ảnh ảo) hay hội tụ (ảnh thật).

- Đối với lưỡng chất phẳng, bản mặt song song, lăng kính chùm phản xạ hay khúc xạ bao giờ cũng hội tụ (ảnh thật).

2. Dựa vào định nghĩa của vật và ảnh, xác định vị trí và tính chất của chúng.

3. Dùng hai tam giác đồng dạng có đỉnh chung là ảnh, có các đáy là đường kính của vệt sáng và đường kính của rìa dụng cụ, xác định khoảng cách d' từ ảnh đến dụng cụ.

4. Dùng các công thức tạo ảnh của các dụng cụ để tìm ẩn số.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 1.2.4

Một điểm sáng S nằm trên trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự bằng 20 cm, đường kính rìa bằng 3 cm. S cách thấu kính 30 cm.

1. Sau kính 40 cm đặt một màn ảnh vuông góc với trục chính của kính. Xác định đường kính của vệt sáng tròn trên màn.

2. Đặt vào vị trí của màn một kính phân kỳ có tiêu cự 30 cm và dịch màn ra sau kính phân kỳ 10 cm. Tìm đường kính của vệt sáng trên màn. Phải di chuyển màn theo chiều nào và đi một đoạn bằng bao nhiêu để vệt sáng chỉ còn là một chấm sáng?

3. Thay kính phân kỳ bằng một gương phẳng ở đúng vị trí của kính nhưng nghiêng với trục chính một góc 45° rồi đặt màn đối diện với gương, song song với trục chính của kính và cách trục đó 10 cm. Xác định kích thước của vệt sáng trên màn.

Giải

1. S nằm ngoài tiêu điểm thấu kính hội tụ nên ảnh S_1 là ảnh thật nằm cách kính một khoảng :

$$d_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 60 cm .$$

Từ S kẻ một chùm tia sáng tới toàn bộ mặt kính hội tụ rồi vẽ chùm ló tương ứng. Chùm ló này hội tụ tại S_1. Khi đặt màn sau kính 40 cm thì trên màn xuất hiện một vệt sáng tròn, có đường kính MN (hình 1.53).

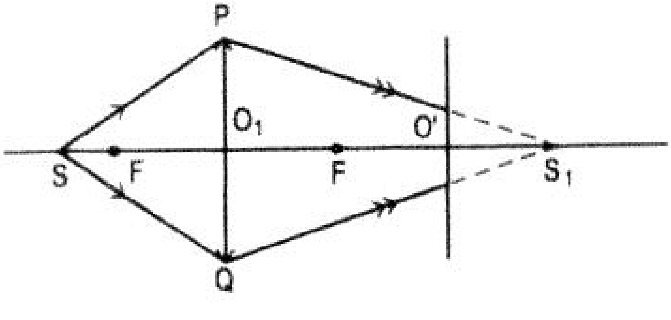
Từ hai tam giác đồng dạng S_1MN và S_1PQ, ta có:

$$MN = PQ\frac{S_1O'}{S_1O} = 3\frac{20}{60} = 1 cm .$$

2. Khi có kính phân kỳ, S_1 trở thành vật ảo đối với kính và cách kính một khoảng:

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = - 20 \text{ cm}.$$

S_1 nằm trong tiêu diện kính phân kì nên có một ảnh thật S_2 nằm cách kính một khoảng d'_2 :



Hình 1.53

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-20(-30)}{-20+30} = 60\,\text{cm}.$$

Đường truyền của chùm sáng như hình 1.54.

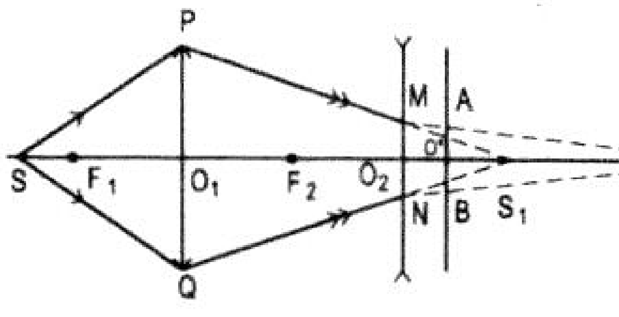
Dùng hai tam giác đồng dạng S_2MN và S_2AB, ta có :

$$AB = MN\frac{S_2O''}{S_2O_2} = 1\frac{50}{60} = \frac{5}{6}\,\text{cm}.$$

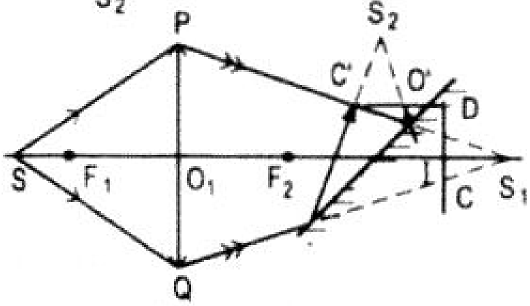
Chấm sáng trên màn chính là S_2 nên phải dịch màn đi 50 cm.

3. Chùm ló khỏi kính phân kì có dạng hình nón nên chùm phản xạ từ gương phẳng cũng có dạng hình nón. Do màn nằm song song với trục chính, vệt sáng trên màn có dạng hình tròn (đường kính D'C'), đối xứng với hình tròn (đường kính DC), nằm trên hình nón có đỉnh là S_1 và cách đỉnh này 10 cm. Xét hai tam giác đồng dạng S_1DC và S_1PQ, ta có:

$$DC = PQ\frac{S_1I}{S_1O_1} = 3\frac{10}{60} = 0{,}5\,\text{cm}.$$



Hình 1.54



Hình 1.55

Bài toán 1.2.5

Một thấu kính hội tụ và một gương cầu lõm đặt đồng trục. Bên trong khoảng kính gương có một điểm sáng S nằm trên trục *chính và lần lượt cách thấu kính những khoảng d và d_1. Trước kính 22,5 cm đặt một màn ảnh vuông góc với trục chính.*

1. Khi d = 15 cm và d_1 = 6 cm, ta thấy trên màn xuất hiện một chấm sáng ở giữa một vệt sáng tròn. Khi tịnh tiến màn lại gần hay ra xa kính, kích thước của vệt sáng tròn không thay đổi còn chấm sáng thì lớn dần lên. Tìm tiêu cự của thấu kính và gương cầu.

2. Phải dịch kính và gương như thế nào để trên màn chỉ có một vệt sáng tròn, kích thước như cũ, coi rằng tiêu cự của thấu kính lớn hơn 10 cm.

Giải

1. Ánh sáng từ nguồn sáng S có thể đi theo hai đường:

1. Đi trực tiếp từ S đến thấu kính và sau khi qua kính tạo ảnh S'

$$S \underbrace{\qquad}_{d} \overset{O_1}{k'} \underbrace{\qquad}_{d'} S'$$

2. Đi từ S đến gương, phản xạ, tạo ảnh S_1 rồi sau khi qua kính, tạo ảnh S_2.

$$S \underbrace{\qquad}_{d_1} \overset{O_2}{gg} \underbrace{\qquad}_{d'_1} S_1 \underbrace{\qquad}_{d_2} \overset{O_1}{k} \underbrace{\qquad}_{d'_2} S_2$$

Do đó có thể có hai trường hợp xảy ra:

1. Nếu S' là một chấm sáng (ảnh thật) hiện trên màn thì S_2 (ảnh thật) ở vô cực, ứng với chùm sáng ló khỏi kính là chùm song song và tạo một vệt sáng tròn trên màn.

*Khi đó : $d = 15$ cm; $d' = 22{,}5$ cm

$d_1 = 6$ m ; $d'_2 = \infty$

Tiêu cự của kính:

$$f_k = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{15.22,5}{15 + 22,5} = 9\text{cm}.$$

Tiêu cự của gương:

$$d_2' = \infty \Rightarrow d_2 = f_k = 9 \text{ cm};$$

$$d_1 = O_1O_2 - d_2 = 21 - 9 = 12 \text{ cm};$$

$$f_g = \frac{d_1 d_1'}{d_1 + d_1} = \frac{6.12}{6 + 12} = 4\text{cm}.$$

2. Nếu S_2 là chấm sáng (ảnh thật) hiện trên màn thì S' ở vô cực, ứng với chùm sáng ló khỏi thấu kính là chùm song song và tạo vệt sáng tròn trên màn.

Khi đó: $d = 15$ cm; $d' = \infty$

$d_1 = 6$ cm ; $d'_2 = 22,5$ cm.

Tiêu cự của kính: $f_k = d = 15$ cm.

Tiêu cự của gương:

$$d_2 = \frac{d_2 f_k}{d_2 - f_k} = \frac{22,5.15}{22,5 - 15} = 45\text{cm}$$

$$d_1 = O_1O_2 - d_2 = 21 - 45 = -24\text{cm}$$

$$f_g = \frac{d_1 d_1}{d_1 + d_1} = \frac{6(-24)}{6 - 24} = 8\text{cm}.$$

2. Trong cả hai trường hợp đều cho $d' = \infty$ và $d'_2 = \infty$.

Theo điều kiện của đầu bài toán, ta dùng $f_k = 15$ cm, $f_g = 8$ cm (hình 1.56)

$$d' = \infty \rightarrow d = f_k = 15 \text{ cm}.$$

S nằm ở tiêu điểm của kính.

$$d_2' = \infty \rightarrow d_2 = f_k = 15 \text{ cm},$$

$$d_1' = O_1O_2 - d_2 = x - 15,$$

$$d_1 = \frac{d_1 f_g}{d_1 - f_g} = \frac{(x-15)f_g}{(x-15) - f_g} = \frac{(x-15)8}{x-23} = x - 15$$

$$x^2 - 46x + 465 = 0$$

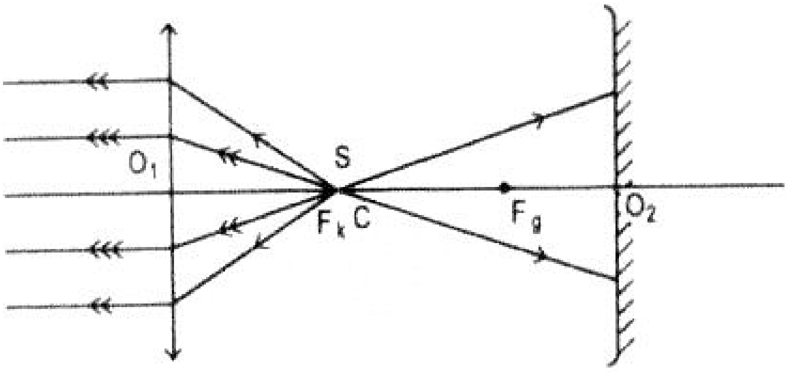
Tính được: $x_1 = 15$ cm và $x_2 = 31$cm

Loại nghiệm x_1 vì S sát gương.

với $x_2 = 31$ cm, suy ra :

S cách gương một khoảng: $d_1 = 31 - 15 = 16$ cm $= 2\ f_g$

Vậy, S nằm ở tâm C của gương.



Hình 1.56

Bài toán 1.2.6

Một thấu kính hội tụ bằng thuỷ tinh, chiết suất 1,5, nằm trong nước, có tiêu cự bằng 20 cm.

1. Tìm tiêu cự của thấu kính trong không khí. Chiết suất của nước bằng 1,333.

2. Đặt thấu kính nằm trong nước sao cho trục chính thẳng đứng và tiêu diện nằm ở đáy chậu nằm ngang. Từ không khí, một chùm sáng khuếch tán chiếu tới mặt nước, đi vào trong nước *và qua thấu kính tới đáy chậu. Giải thích tại sao ở đáy chậu lại có một vệt sáng tròn và tìm bán kính lớn nhất của nó.*

Giải

1. Dùng công thức:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Trong nước: $n = \frac{n_{tt}}{n_{nc}} = \frac{9}{8}$

$$\frac{1}{20} = \left(\frac{9}{8} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Trong không khí: $n = n_{tt} = 1,5$

$$\frac{1}{f'} = (1,5-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Chia hai phương trình, ta được: $f' = 5$ cm.

2. Trong ánh sáng khuếch tán, các tia sáng đi theo mọi phương.

Ta xét một chùm tia sáng song song tới mặt nước với góc tới i, đi vào trong nước với khúc xạ r, qua thấu kính và hội tụ tại một điểm nằm trên đáy chậu (tiêu điểm phụ nằm trên trục phụ, song song với chùm tia tới kính). Điểm hội tụ này tạo ra một chấm sáng trên đáy chậu. Vì có vô số chùm tia song song tới mặt nước nên có vô số chấm sáng xuất hiện ở đáy chậu. Các chấm sáng này sắp xếp liên tục, tạo thành một vệt sáng tròn, phản ảnh đúng hình dạng của mặt kính.

Qua hình 1.57, ta xác định vị trí của một chấm sáng:

$$x = OF \operatorname{tg} r.$$

Qua trên ta thấy: x càng lớn nếu r và do đó i càng lớn.

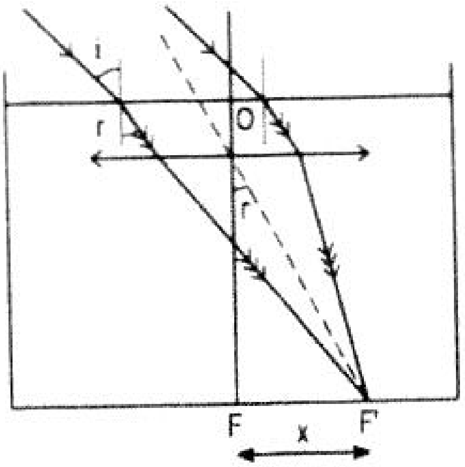
$$x = x_{max} \quad \text{khi } i = 90^0$$

$$\sin r = \frac{3}{4}\sin 90^0 = \frac{3}{4}$$

$$\text{tg}\, r = \frac{\sin r}{\sqrt{1-\sin^2 r}} = \frac{3\sqrt{7}}{7} = 1{,}134$$

Bán kính lớn nhất của vệt sáng tròn:

$$x_{max} = 20.\ 1{,}114 = 22{,}68\ \text{cm}$$



Hình 1.57

Bài toán 1.2.7

Dùng một thấu kính hội tụ L_1 để thu một ảnh thật S_1, nằm trên trục chính và cách kính 50 cm. Đặt một màn ảnh nằm vuông góc với trục chính để thu ảnh thật này. Đặt xen vào bên trong kính L_1 và màn, một thấu kính L_2 đồng trục với L_1 và trước màn 30 cm thì thu được trên màn một vệt sáng tròn có đường kính D_1. Nếu dịch màn đi 10 cm ra xa kính L_2 thì thấy vệt sáng lớn dần lên và có đường kính $D_2 = 2D_1$. Tìm tiêu cự của thấu kính L_2.

Giải

Khi đặt thêm kính L_2, ảnh thật S_1 trở thành vật ảo đối với kính này

$$d_2 = -30 \text{ cm}.$$

Có hai trường hợp xảy ra:

+ Kính L_2 là kính hội tụ S_2 là ảnh thật, nằm gần kính L_2 hơn S_1 : Chùm ló khỏi kính L_1, hội tụ tại S_2 rồi mới phân kì tới màn, tạo các vệt sáng tròn trên màn. Vệt sáng này lớn dần lên khi dịch chuyển màn ra xa L_2 và lần lượt có đường kính D_1 và $D_2 = 2D_1$, ứng với hai vị trí của màn. S_2 cách kính này một khoảng d_2':

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30f_2}{-30 - f_2}$$

$$d_2' = \frac{30f_2}{30 + f_2} = S_2O_2$$

Xét hai tam giác đồng dạng S_2PQ và S_2MN (hình 1.58),ta có:

$$MN = PQ\frac{S_2O}{S_2O_2} = D_1 \qquad \text{(a)}$$

Khi dịch màn đi 10 cm :

Xét hai tam giác đồng dạng S_2PQ và $S_2M'N'$ (hình 1.58), ta có:

$$M'N' = PQ\frac{S_2O'}{S_2O_2} = 2D_1 \qquad \text{(b)}$$

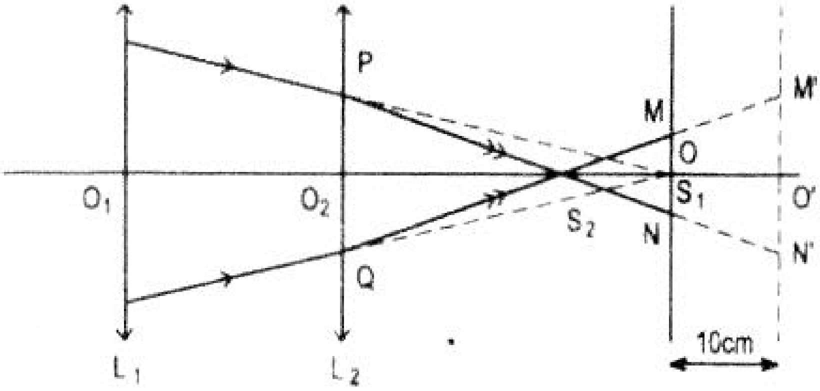
Chia (a) cho (b):

$$S_2O' = 2\,S_2O$$

$$40 - d'_2 = 2\,(30 - d'_2\,)$$

$$d_2' = 20 = \frac{30f_2}{30 + f_2}$$

Suy ra: $f_2 = 60$ cm

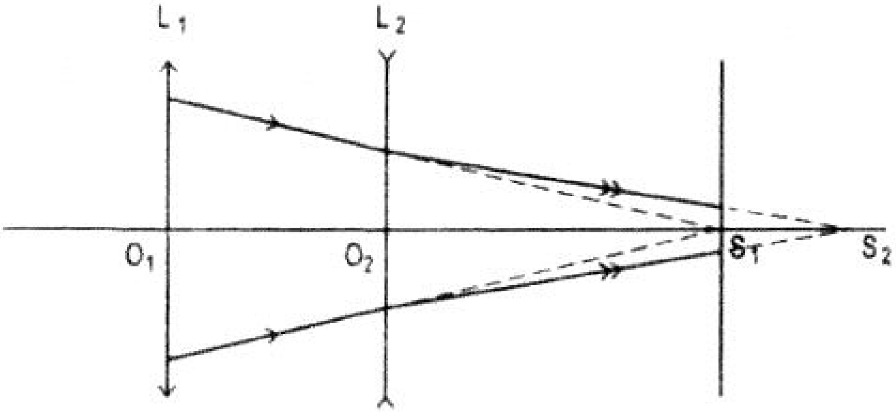


Hình 1.58

+ Kính L_2 là kính phân kì. Có hai trường hợp:

- S_2 là ảnh thật, nằm xa L_2 hơn S_1: chùm ló khỏi kính L_2 hội tụ tại S_2 sau màn (hình 1.59). Nếu từ vị trí đầu dịch màn ra xa kính L_2 thì vệt sáng nhỏ dần đi cho đến khi chỉ còn một chấm sáng (ảnh S_2) và sau đó mới lớn dần lên (hình 1.59).

Không phù hợp với đầu bài: vệt sáng lớn dần lên ngay từ khi dịch màn từ vị trí đầu.



Hình 1.59

- S_2 là ảnh ảo: chùm ló khỏi kính L_2 là chùm phân kì (hình 1.60).

Xét hai tam giác đồng dạng S_2PQ và S_2MN, ta có:

$$\frac{PQ}{MN} = \frac{|d_2|}{|d'_2|+30}. \qquad (c)$$

Xét hai tam giác đồng dạng S_2PQ và $S_2M'N'$, ta có:

$$\frac{PQ}{M'N'} = \frac{|d_2|}{|d'_2|+40}. \qquad (d)$$

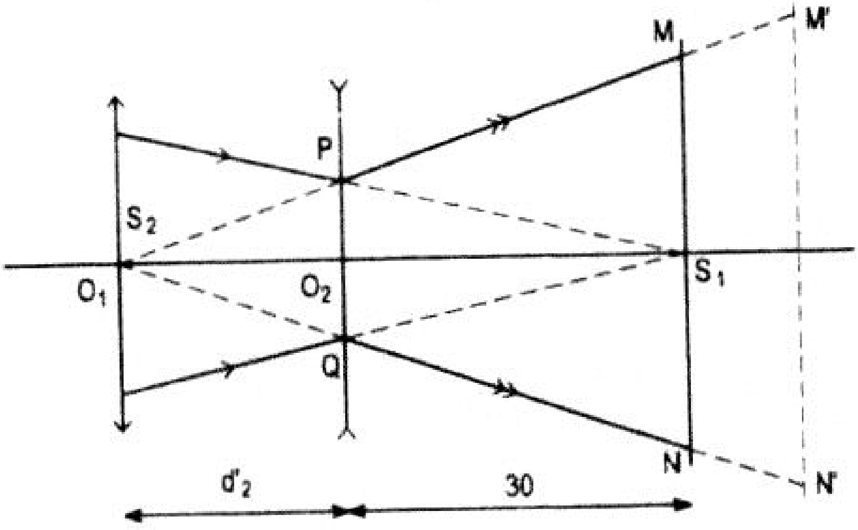
Chia (c) cho (d) ta được:

$$\frac{M'N'}{MN} = \frac{|d'_2|+40}{|d'_2|+30} = 2 .$$

Suy ra : $|d'_2| = -20$ cm (loại)

$$f_2 = \frac{d_2 d_2}{d_2 + d_2} = \frac{(-30)(-20)}{-30+20} = -60\text{cm} .$$

Dùng thấu kính phân kì không thể tạo vệt sáng M'N' lớn gấp hai vệt sáng MN được.



Hình 1.60

Chương II

ẢNH TẠO BỞI CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC ĐƠN

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ KHI GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC ĐƠN

A . Sự tạo ảnh và các công thức

2. 1. Lưỡng chất phẳng

a. Vật thật có ảnh ảo. Vật ảo có ảnh thật. Ảnh to bằng vật.

b. Với các góc nhỏ thì: $d' = -nd$

với n là chiết suất của môi trường khúc xạ đối với môi trường tới.

c. Ảnh to bằng vật:

$$k = 1 \tag{2. 2}$$

2. 2. Bản mặt song song

a. Chất làm bản mặt chiết quang hơn môi trường bên ngoài đồng nhất.

b. Tia sáng đi qua bản mặt khúc xạ hai lần, tia ló song song với tia tới ban đầu nhưng bị dịch đi một đoạn :

$$IH = h\frac{\sin(i - r)}{\cos r} \tag{2. 3}$$

c. Vật thật có ảnh ảo dịch lại gần bản mặt hơn. Vật ảo có ảnh thật dịch ra xa bản mặt hơn. Ảnh to bằng vật.

Độ dịch chuyển của ảnh so với vật là :

$$\Delta = h\frac{n-1}{n}$$

với n là chiết suất của môi trường làm bản mặt đối với môi trường bên ngoài.

2. 3. Lăng kính

a. Chỉ xét trường hợp chất làm lăng kính chiết quang hơn môi trường bên ngoài đồng nhất.

Chỉ xét đường truyền của tia sáng trên mặt phẳng tiết diện chính.

b. n là chiết suất của chất làm bản mặt đối với môi trường bên ngoài.

$$\sin i = n \sin r$$

$$\sin i' = n \sin r' \qquad (2.\ 5)$$

nếu các góc đều nhỏ thì:

$$i = n\,r \text{ và } i' = n\,r' \qquad (2.\ 6)$$

$$A = r + r' \qquad (2.\ 7)$$

$$\delta = i + i' - A \qquad (2.\ 8)$$

Trường hợp góc tới A và góc tới i nhỏ:

$$\delta = A\,(n - 1) \qquad (2.\ 9)$$

Mắt chỉ thấy ảnh ảo khi nhìn qua lăng kính.

c. Tia sáng đi vào lăng kính tới mặt giới hạn có ló ra ngoài hay không tùy thuộc theo độ lớn của góc tới r' so với góc giới hạn phản xạ toàn phần.

d. Góc lệch δ phụ thuộc vào góc tới i, góc chiết quang A và chiết suất n như sau:

- Khi tăng i từ O đến i = i' thì δ giảm từ một giá trị nào đó đến cực tiểu và khi i tăng từ i' lên thì δ lại tăng từ cực tiểu đến một giá trị nào đó nếu tia sáng còn ló ra ngoài.

- n tăng thì δ cũng tăng.

- A tăng thì δ cũng tăng.

I. Đối với vật thật lăng kính tạo ảnh ảo dịch về phía đỉnh hơn, đối với vật ảo lăng kính tạo ảnh thật dịch về phía đáy hơn.

2. 4. Gương cầu và thấu kính

+ Sự tạo ảnh:

Gương tạo ảnh do hiện tượng phản xạ, kính tạo ảnh do hiện tượng khúc xạ nhưng vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh tạo bởi hai loại dụng cụ phụ thuộc giống nhau vào vị trí của vật. Cụ thể:

+ Kính hội tụ và gương cầu lõm :

-Vật thật ở vô cực thì ảnh thật ở tiêu diện.

- Khi vật thật chạy từ vô cực đến cách dụng cụ một khoảng 2f thì ảnh thật chạy từ tiêu diện đến cách dụng cụ một khoảng 2f và nhỏ dần đi cho đến khi bằng vật.

- Khi vật thật chạy từ khoảng cách dụng cụ 2f đến tiêu diện thì ảnh thật chạy từ 2f đến vô cực và lớn dần lên.

- Khi vật thật chạy từ tiêu diện đến sát dụng cụ thì ảnh ảo chạy từ âm vô cực đến sát dụng cụ và nhỏ dần đi cho đến khi bằng vật.

- Khi vật ảo chạy từ dụng cụ đến âm vô cực thì ảnh thật chạy từ dụng cụ đến tiêu diện và nhỏ dần đi.

+ Kính phân kỳ và gương cầu lồi:

- Khi vật thật ở vô cực thì ảnh ảo ở tiêu diện.

- Khi vật thật chạy từ vô cực đến sát dụng cụ thì ảnh ảo chạy từ tiêu diện đến sát dụng cụ và lớn dần lên cho đến khi bằng vật.

- Khi vật ảo chạy từ dụng cụ đến tiêu diện thì ảnh thật chạy từ dụng cụ đến dương vô cực và lớn dần lên.

- Khi vật ảo chạy từ tiêu diện đến âm vô cực thì ảnh ảo chạy từ âm vô cùng đến tiêu diện và nhỏ dần đi.

+ Ảnh ảo của vật thật, tạo bởi gương cầu lõm và thấu kính hội tụ, nằm xa dụng cụ hơn vật ; tạo bởi gương cầu lồi và kính phân kì nằm gần dụng cụ hơn vật.

- Ảnh thật của vật ảo, tạo bởi gương cầu lõm và thấu kính hội tụ nằm gần dụng cụ hơn vật ; tạo bởi gương cầu lồi và thấu kính phân kì nằm xa trục chính hơn vật .

+ Các công thức:

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = \left|\frac{d'}{d}\right|$$

$$k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f-d} = \frac{f-d'}{f}$$

$$\begin{tikzcd} & f = \dfrac{dd'}{d+d'} \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & d' = \dfrac{df}{d-f} \\ & d = \dfrac{d'f}{d'-f} \end{tikzcd}$$

Công thức riêng cho thấu kính

$$D = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

C. Qui ước về dấu:

Gương cầu lõm, thấu kính hội tụ :	$f > 0$, $D > 0$
Gương cầu lồi,thấu kính phân kì:	$f < 0$, $D < 0$
Vật thật	$d > 0$

Vật ảo	$d < 0$
Ảnh thật	$d' > 0$
Ảnh ảo	$d' < 0$
Vật - ảnh cùng chiều (khác tính chất)	$k > 0$
Vật - ảnh ngược chiều (cùng tính chất)	$k < 0$
Mặt lõm	$R < 0$
Mặt lồi	$R > 0$
Mặt phẳng	$R = \infty$

D. Về điều kiện sử dụng các công thức:

a. Các công thức đã chứng minh chỉ được sử dụng khi dụng cụ nằm trong môi trường đồng nhất.

b. Không quan tâm đến dấu khi sử dụng các công thức đã được xây dựng bằng chữ. Chỉ chú ý sử dụng dấu khi thay bằng số hay bằng chữ coi như đã biết.

c. Đối với các đại lượng đã cho, muốn dùng dấu cho đúng khi thay vào các công thức phải có sự đoán nhận :

- Cho d phải đoán nhận tính chất của vật.
- Cho d' phải đoán nhận tính chất của ảnh.
- Cho f phải đoán nhận loại dụng cụ.
- Cho k phải đoán nhận tính chất của vật và của ảnh.

E. Về vẽ ảnh:

a. Muốn vẽ ảnh của một điểm thật thì từ điểm đó kẻ ít nhất hai tia sáng tới dụng cụ rồi kẻ hai tia sáng phản xạ hay khúc xạ tương ứng. Giao điểm của các tia này chính là ảnh điểm cần vẽ: nếu giao điểm đó có thật thì là ảnh thật, nếu không có thật thì là ảo.

b. Muốn vẽ ảnh của một vật ảo thì kẻ ít nhất hai tia sáng tới dụng cụ có đường kéo dài qua điểm ảo rồi kẻ hai tia sáng phản xạ hay khúc xạ tương ứng v. v. . .

c. Muốn vẽ ảnh của một điểm ở rất xa nằm trên trục chính thì kẻ một tia sáng tới trùng với trục chính và một tia sáng song song với trục chính tới dụng cụ.

d. Muốn vẽ ảnh của một điểm ở rất xa và ngoài trục chính thì kẻ hai tia sáng song song với nhau nhưng xiên với trục chính một góc nào đó tới dụng cụ.

II . MỘT SỐ BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

2.1. Các bài toán về ảnh tạo bởi gương phẳng, lưỡng chất phẳng và bản mặt song song

Bài toán 2.1.1

Một điểm sáng S nằm trước một gương phẳng và cách trục quay O của gương một khoảng R. Cho gương quay một góc nhỏ α^0*. Hỏi ảnh của S di chuyển trên một quĩ đạo hình dạng như thế nào và dài bao nhiêu?*

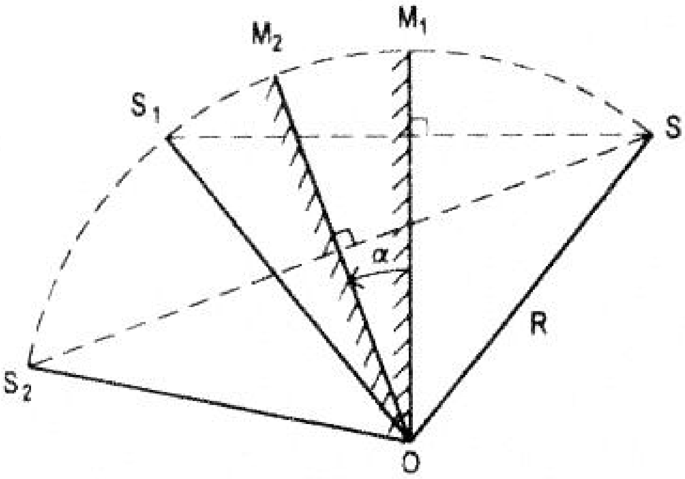
Giải

Khi gương ở vị trí OM_1, ảnh S_1 nằm đối xứng với S qua gương.

Khi gương quay một góc α đến vị trí OM_2, ảnh S_2 nằm đối xứng với S qua gương (hình 2.1).

$$OS_1 = OS_2 = OS = R.$$

Chứng tỏ khoảng cách từ các ảnh đến trục quay O của gương là một số không đổi. Suy ra, trong quá trình gương quay, ảnh của S di chuyển trên một cung tròn có tâm là trục quay của gương và có bán kính bằng R.



Hình 2.1

Chiều dài cung $S_1S_2 = \frac{2\pi R.\angle S_1OS_2}{360^\circ}$

Tìm $\angle S_1OS_2$

3 điểm S_1, S_2 và S nằm trên cùng một đường tròn tâm O.

Góc ở tâm S_1OS_2 (ở tâm) = 2 góc nội tiếp $S_1\hat{S}S_2$

Nhưng $\angle S_1S\,S_2 = \angle M_1OM_2 = \alpha$ (cạnh tương ứng vuông góc)

$\angle S_1OS_2 = 2\alpha$.

Vậy chiều dài cung $S_1S_2 = \frac{\pi R\alpha^\circ}{90^\circ}$.

Bài toán 2.1.2

Có hai gương phẳng hợp với nhau một góc nhọn α. Phía trong hai gương có một điểm sáng S, nằm cách giao tuyến của hai gương một khoảng R. Tìm khoảng cách giữa hai ảnh của S tạo bởi hai gương.

Giải

Các ảnh S_1 và S_2 của S tạo bởi hai gương được xác định như ở hình 2.2.

Kẻ S_1O, S_2O : $S_1O = S_2O = SO = R$.

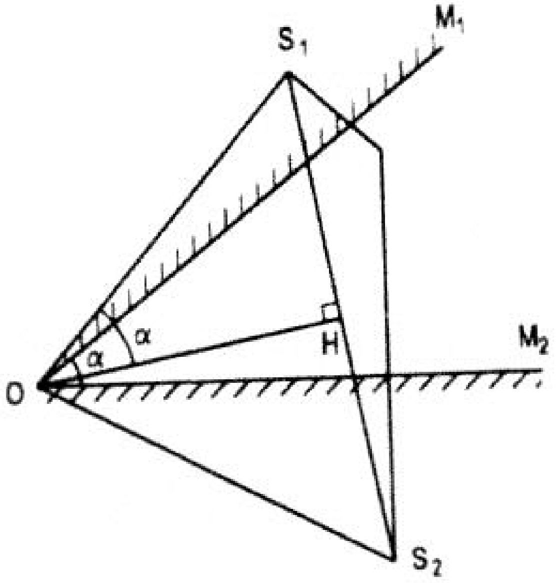
Tam giác OS_1S_2 cân.

$$\angle S_1OS_2 = 2\alpha$$

Kẻ đường cao OH của đáy S_1S_2, đồng thời cũng là dường phân giác của $\angle S_1OS_2$.

$\angle S_1OH = \alpha$

$S_1S_2 = 2\,OS_1 \sin\alpha = 2R\sin\alpha$.



Hình 2.2

Bài toán 2.1.3

Hai điểm sáng S_1 và S_2 cách nhau 30 cm, nằm trước hai gương phẳng M_1 và M_2. Gương M_1 cho S_1 ảnh S'_1, cách gương 20 cm ; gương M_2 cho S_2 ảnh S'_2, cách gương 25 cm. Tìm góc hợp bởi hai gương để hai ảnh S'_1 và S'_2 trùng nhau.

Giải

Vì ảnh đối xứng với vật qua gương nên:

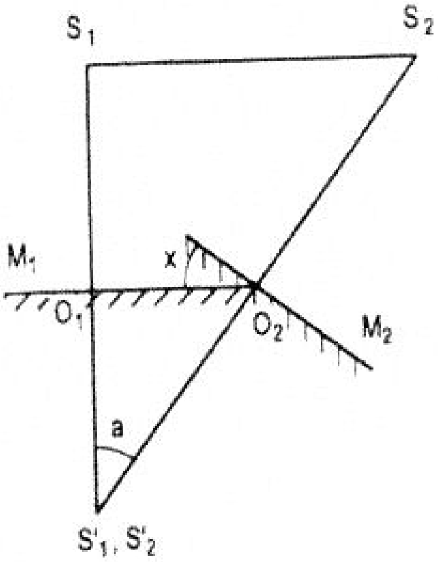
S'_1 cách gương M_1 20 cm thì cách S 40 cm.

S'_2 cách gương M_2 25 cm thì cách S 50 cm.

Hai ảnh S'_1 và S'_2 trùng nhau nên chỉ còn ba điểm nằm ở 3 đỉnh một tam giác vuông $S'_1S'_2$ (S'_1,S'_2) (hình 2.3).

$$\text{tg } x = \text{tg } a = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

$$x = 37^0$$



Hình 2.3

Bài toán 2.1.4

Nước trong chậu, chiết suất 4/3, cao 40 cm. Một chùm sáng hội tụ hẹp chiếu thẳng đứng từ trên xuống. Tại đáy chậu xuất hiện một chấm sáng.

1. Rút hết nước trong chậu. Hỏi phải đặt một màn ở đâu thì lại thu được chấm sáng?

2. Đặt ở phía trên đáy chậu một bản mặt song song bằng thuỷ tinh, chiết suất 1,5, nằm ngang và cách đáy chậu một *khoảng lớn hơn 10 cm, lại thấy chấm sáng xuất hiện ở đáy chậu. Tìm chiều dày của bản mặt song song.*

Giải

1. Chùm sáng hội tụ tới mặt nước bị khúc xạ và hội tụ tại đáy chậu.

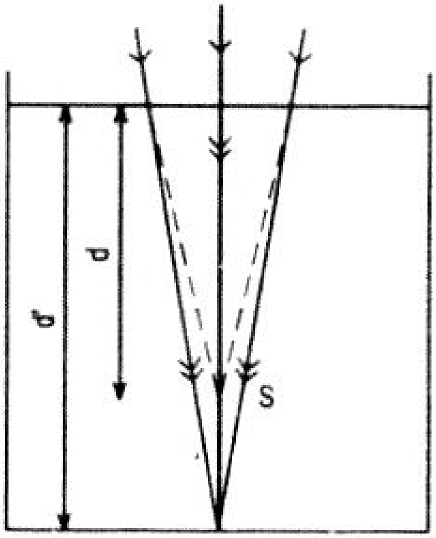
Điểm hội tụ tại đáy chậu, chính là ảnh thật S_1, tạo bởi lưỡng chất phẳng không khí - nước. Điểm hội tụ S của chùm tới mặt nước chính là vật ảo đối với lưỡng chất phẳng (hình 2.4)

S_1 cách mặt nước một khoảng d' = 40 cm.

S cách mặt nước một khoảng d:

$$d = -\frac{d'}{n} = -\frac{3.40}{4} = -30 \text{ cm}.$$

Vậy, khi rút hết nước, đặt màn trên đáy chậu 10 cm ta thu được một chấm sáng.



Hình 2.4

2. Khi đặt thêm một bản mặt song song, S trở thành vật ảo đối với bản mặt và có ảnh thật S_2. Muốn S_2 nằm ở đáy chậu, tức là nó nằm cách S một khoảng $\Delta = 10$ cm .

Bề dày h của bản mặt:

$$\Delta = h\,\frac{n_{tt}-1}{n_{tt}} \rightarrow h = \frac{\Delta n_{tt}}{n_{tt}-1} = \frac{10.1,5}{0,5} = 30\text{cm}$$

Bài toán 2.1.5

Ngay trên mặt nước đặt một bản mặt song song bằng thuỷ tinh, chiết suất $n_{tt} = 1,5$, dày $h = 15$ cm. Phía dưới mặt nước 80 cm có một điểm sáng S. Vẽ ảnh của S tạo bởi hệ và tìm khoảng cách từ ảnh đó đến mặt trên tấm kính. Chiết suất của nước là $n_{nc} = 4/3$.

Giải

Có thể giải bài toán theo hai hệ:

1. Hệ lưỡng chất phẳng nước - thuỷ tinh và lưỡng chất phẳng thuỷ tinh - không khí.

Sơ đồ tạo ảnh như sau:

$$\begin{array}{ccccc} & I & & K & \\ S & \text{lcf} & S_1 & \text{lcf} & S_2 \\ & \text{nc - tt} & & \text{tt - kk} & \\ d_1 & d_1' & d_2 & d_2' & \\ SI & S_1I & S_1K & S_2K & \end{array}$$

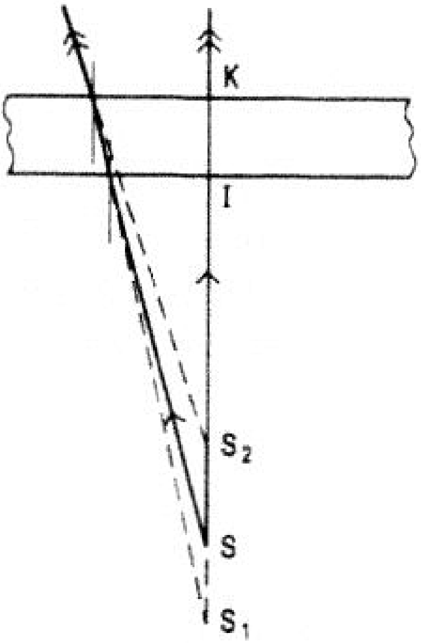
Ảnh của S được vẽ ở hình 2.5.

Hệ phương trình:

$$d'_1 = -\,n_{tt-nc}\,d_1 = -\,\frac{9.80}{80} = -\,90 \text{ cm}$$

$$d_2 = IK - d_1' = 15 + 90 = 105 \text{ cm}$$

$$d'_2 = -\,n_{kk-tt}\,d_{2=} = -\,\frac{2.105}{3} = -\,70 \text{ cm}$$



Hình 2.5

Ảnh S_2 tạo bởi hệ nằm cách mặt trên tấm thuỷ tinh 70 cm

2. Hệ lưỡng chất phẳng nước - không khí và bản mặt song song thuỷ tinh đặt trong không khí

Sơ đồ tạo ảnh như sau:

$$\begin{array}{ccccc} & I & & IS_2 & \\ S & \text{lcf} & S_1 & \text{bm} & S_2 \\ & d_1 & d_1' & \Delta & \\ & SI & S_1I & & S_1S_2 \end{array}$$

Ảnh của S được vẽ ở hình 2. 6.

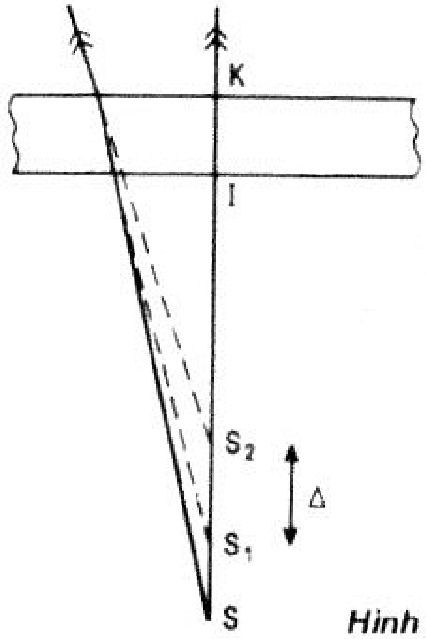
Hệ phương trình:

$$d'_1 = - n_{kk-nc}\, d_1 = - \frac{3.80}{4} = - 60 \text{ cm}$$

$$\Delta = h\frac{n_{tt}-1}{n_{tt}} = \frac{15.0,5}{1,5} = 5\text{ cm}.$$

Khoảng cách từ S_2 đến mặt trên tấm thuỷ tinh:

$$S_2K = S_1I - \Delta + IK = 60 - 5 + 15 = 70\text{ cm}$$



Hình 2.6

PHƯƠNG PHÁP GIẢI LOẠI BÀI TOÁN 2. 1

Loại bài toán này dễ giải nếu chú ý các điểm sau:

1. Tính chất tạo ảnh của các dụng cụ.

2. Định nghĩa vật và ảnh. Đặc biệt phân biệt vật thật với vật ảo, ảnh thật với ảnh ảo.

3. Các công thức tạo ảnh của từng dụng cụ.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 2.1.6

Có một lăng kính phản xạ toàn phần ABC, tiết diện là một tam giác vuông cân AB = BC = 2 cm, bằng thuỷ tinh có chiết suất n = 1,5.

Trên đường trung trực của AB, có một điểm sáng S nằm cách AB một khoảng 40 cm.

Vẽ ảnh của S và tìm khoảng cách từ ảnh đó đến trung điểm của mặt huyền AC.

Giải

Ánh sáng từ S tới mặt AB, khúc xạ vào thuỷ tinh tạo ảnh S_1. Các tia khúc xạ tới mặt AC, phản xạ tạo ảnh S_2. Các tia phản xạ tới mặt BC, khúc xạ ra ngoài không khí tạo ảnh S_3 (hình 2.7)

Sơ đồ tạo ảnh như sau:

$$S \xrightarrow[\text{kk - tt}]{\text{I} \quad \text{lcf}} S_1 \xrightarrow[\text{g phẳng}]{\text{H} \quad \text{mặt fx AC}} S_2 \xrightarrow[\text{tt - kk}]{\text{K} \quad \text{lcf}} S_3$$

d_1	d'_1	d_2	d'_2	d_3	d'_3
SI	S_1I	S_1H	S_2H	S_2K	S_3K

Hệ phương trình:

$$d'_1 = -\, n_{tt}\, d_1 = -\, 1{,}5.\ 40 = -\, 60 \text{ cm}$$

$$d_2 = IH - d'_1 = 1 + 60 = 61 \text{ cm}$$

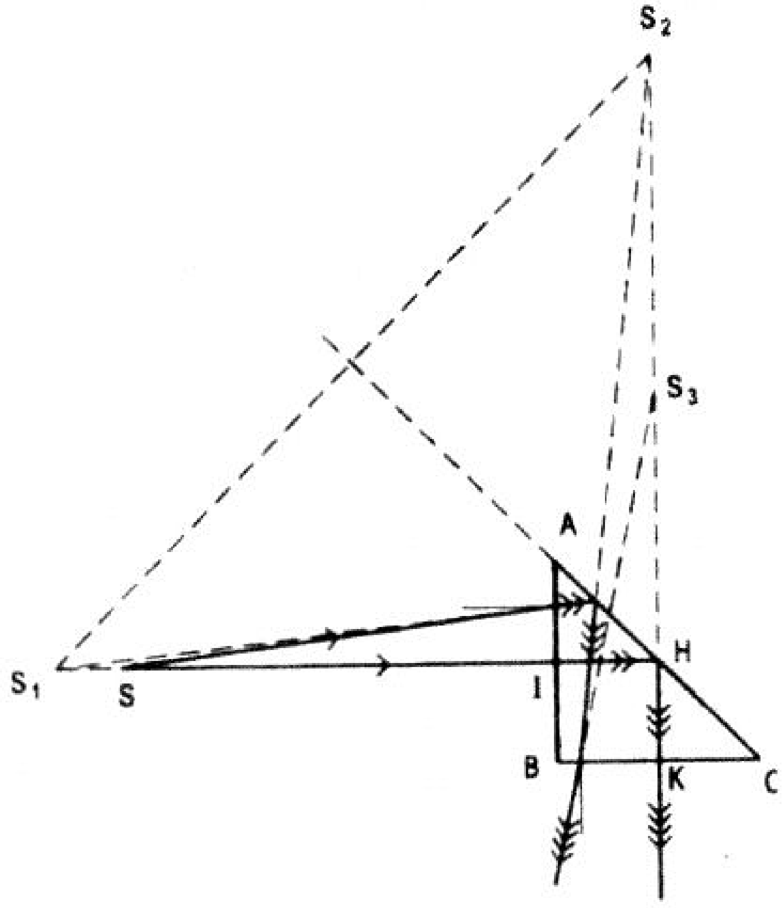
$$d'_2 = -\, d_2 = -\, 61 \text{ cm}$$

$$d_3 = HK - d'_2 = 1 + 61 = 62 \text{ cm}$$

$$d'_3 = -\frac{1}{n_{tt}} d_3 = -\frac{62}{1{,}5} = -\, 41{,}34 \text{ cm}$$

S_3 cách mặt huyền AC một đoạn:

$$S_3H = S_3K + KH = 42{,}34 \text{ cm}$$



Hình 2.7

2. 2 . Bài toán khảo sát ảnh tạo bởi gương cầu hoặc thấu kính

Bài toán 2.2.1

Một điểm sáng nằm trên trục chính của một thấu kính. Nếu nó ở A thì có ảnh ở B, nếu nó ở B thì có ảnh ở C.

1. Hỏi có những trường hợp nào A và C trùng nhau.

2. Nếu ba điểm xếp theo thứ tự A, B, C với AB = 10 cm, BC = 20 cm. Hỏi thấu kính sử dụng thuộc loại nào và có tiêu cự bằng bao nhiêu?

Giải

1. a. Kính sử dụng là kính hội tụ.

+ A nằm ngoài F: ảnh ở B là ảnh thật, nằm ngoài tiêu điểm, khác phía với A so với kính. Do đó, ảnh ở C cũng là ảnh thật, khác phía với B nên cùng phía với A (hình 2.8a)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{OB} \quad \text{và} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{OB} + \frac{1}{OC}$$

Suy ra $OC = OA \rightarrow$ A và C trùng nhau.

+ A nằm trong tiêu điểm: ảnh ở B là ảnh ảo, cùng phía với A, xa kính hơn A.

Có hai trường hợp:

- B nằm trong F: ảnh ở C là ảnh ảo, cùng phía với B, xa kính hơn B. Do đó A và C không trùng nhau (hình 2.8b).

- B nằm ngoài F : ảnh ở C là ảnh thật, khác phía với B và A. Do đó A và C không trùng nhau (hình 2.8c).

+ A nằm ở $+\infty$: ảnh ở B là ảnh thật, nằm ở F, khác phía với A.

Có hai trường hợp:

- Ảnh ở C là ảnh thật, ở $+\infty$, khác phía với B. Do đó A và C trùng nhau ở $+\infty$.

- Ảnh ở C là ảnh ảo, ở $-\infty$, cùng phía với B, khác phía với A. Do đó A và C không trùng nhau.

+ A nằm ở F :

- Ảnh ở B là ảnh thật, ở $+\infty$, khác phía với A. Ảnh ở C là ảnh thật, nằm ở F, khác phía với B, cùng phía với A. Do đó A và C trùng nhau.

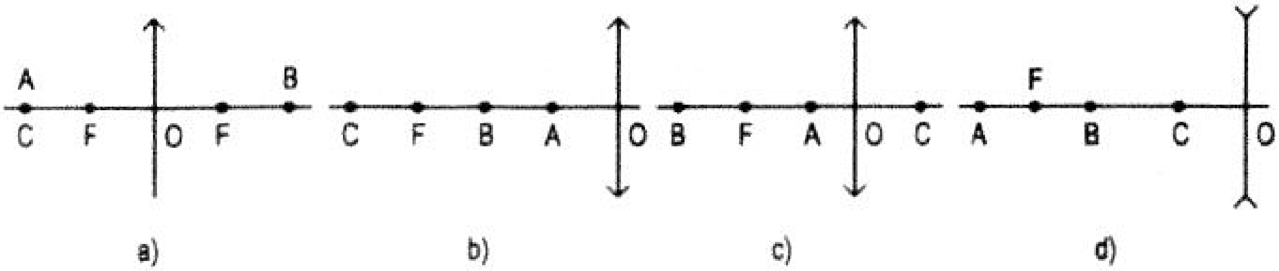
- Ảnh ở B là ảnh ảo, ở $-\infty$, cùng phía với A. Ảnh ở C là ảnh thật ở F, khác phía với B và A. Do đó A và C không trùng nhau.

+ A ở sát kính, B và C cũng ở sát kính và cùng một phía.

1. b. Kính sử dụng là kính phân kì.

A nằm bất cứ đâu, ảnh ở B là ảnh ảo, nằm trong tiêu điểm, cùng phía với A, gần kính hơn A. Ảnh ở C cũng là ảnh ảo, gần kính hơn B. Do đó A và C không trùng nhau (hình 2.8d).

A ở + ∞ : ảnh ở B là ảnh ảo, nằm ở F, cùng phía với A. Ảnh ở C là ảnh ảo, cùng phía với B, gần kính hơn B. Do đó A và C không trùng nhau.



Hình 2.8

2. Qua các hình trên,ta thấy có hai trường hợp ba điểm xếp theo thứ tự A,B,C : hình 2.8b và 2.8d.

Trường hợp thấu kính phân kì : AB > BC : không phù hợp với dữ kiện của đầu bài toán.

Trường hợp thấu kính hội tụ: AB > BC

Với các khoảng cách được ghi trên hình vẽ 2.9

$$d_1, d_1 = -(d_1 + 10), d_2 = d_1 + 10, d'_2 = -(d_1 + 30)$$

ta có:

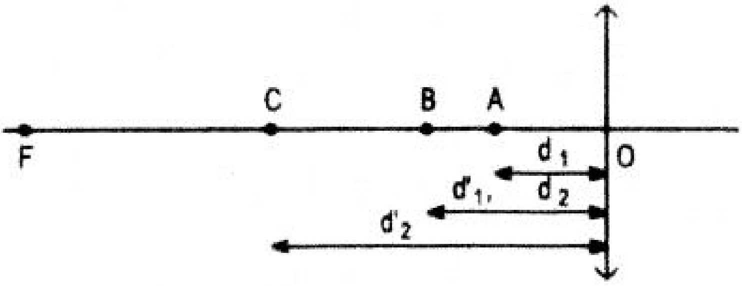
$$f \; \frac{-d_1(d_1+10)}{10} = \frac{-(d_1+10)(d_1+30)}{20}$$

$$d_1^2 - 20\,d_1 - 300 = 0$$

$$d_1 = 10 \pm 20$$

Lấy d_1 = 30 cm vì S là vật thật.

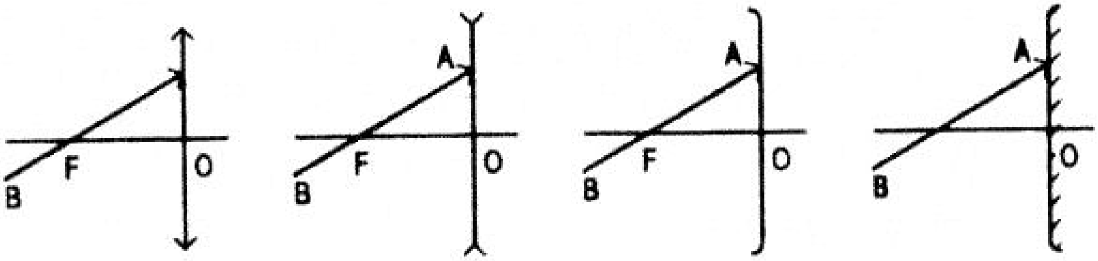
Suy ra: f = 120 cm



Hình 2.9

Bài toán 2.2.2

Vẽ ảnh của vật AB trong các trường hợp sau (hình 2.10):



Hình 2.10

Giải

- Ở hình 2.10 a:

Vì thấu kính hội tụ tạo ảnh thật khi vật thật nằm ngoài tiêu diện và tạo ảnh ảo khi vật thật nằm trong tiêu diện, nên cần chia AB thành hai đoạn AD và DB để vẽ ảnh của từng đoạn.

A nằm sát kính nên có ảnh ảo A', nằm trùng với nó.

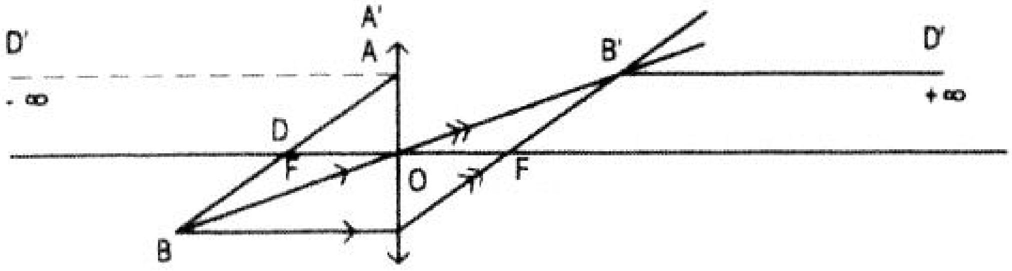
B nằm ngoài tiêu diện nên có ảnh thật B'

D nằm ở tiêu điểm nên có ảnh thật D' ở + ∞ và có ảnh ảo D'' ở - ∞.

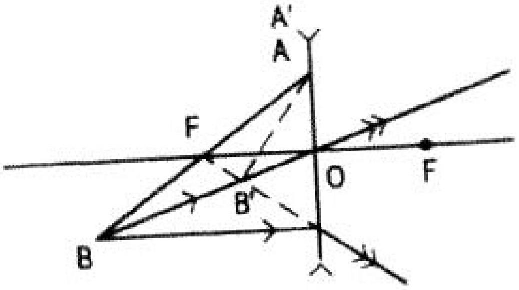
Nối B' với D' ta được ảnh thật B'D' và nối A' với D'' ta được ảnh ảo A'D'' như ở hình 2.11.

- Ở hình 2.10b:

Vì đối với vật thật, kính phân kì bao giờ cũng tạo ảnh ảo nên chỉ cần vẽ ảnh ảo A' của A, và ảnh ảo B' của B rồi nối hai điểm đó lại ta được ảnh ảo A'B' (hình 2.12).



Hình 2.11



Hình 2.12

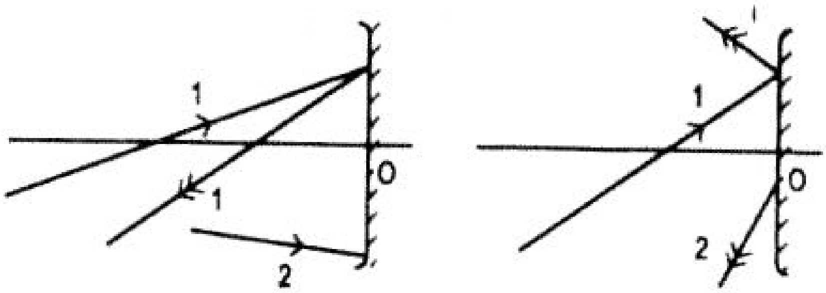
Bài toán 2.2.3

Ở hai hình vẽ 2.13:

Biết đường truyền của tia tới 1 và tia phản xạ 1.

a. Biết đường truyền của tia tới 2, vẽ tia phản xạ 2.

b. Biết đường truyền của tia phản xạ 2, vẽ tia tới 2.



Hình 2.13

Giải

Dựa vào định nghĩa vật và ảnh ta tiến hành vẽ như sau:

Ở hình 2.13a:

+ Kéo dài hai tia tới 1 và 2. Giao điểm của chúng xác định vật thật S.

+ Từ S kẻ tia 3 tới đỉnh gương rồi kẻ tia phản xạ 3, đối xứng với tia tới qua trục chính. Giao điểm S' của hai tia phản xạ 1 và 3 xác định ảnh của S.

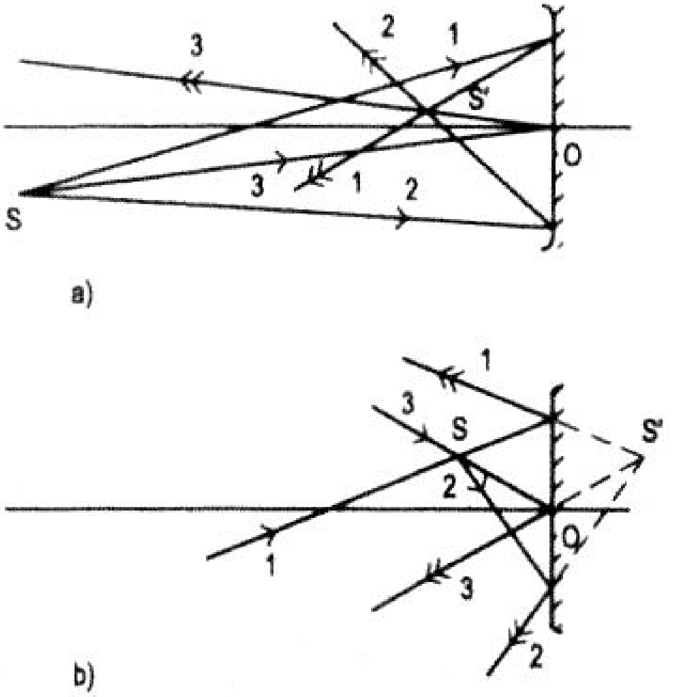
+ Kẻ tia phản xạ 2 qua S' (hình 14a).

Ở hình 2.13b:

+ Kéo dài hai tia phản xạ 1 và 2. Giao điểm của chúng xác định ảnh ảo S'

+ Từ đỉnh gương kẻ tia phản xạ 3 có phương qua S' rồi kẻ tia 3 tới đỉnh đối xứng với tia phản xạ 3. Giao điểm của hai tia tới 1 và 3 xác định vật thật S.

+ Từ S kẻ tia tới 2 (hình 14b).



a)

b)

Hình 2.14

Bài toán 2.2.4

Ở hình 2.15 : AB là vật thật, A'B' là ảnh thật tạo bởi thấu kính. Bằng cách vẽ, xác định quang tâm O, trục chính và các tiêu điểm của kính.

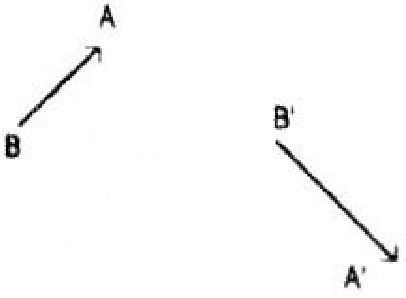
Giải

Vật thật - ảnh thật : kính sử dụng là kính hội tụ.

Dựa vào kiến thức chung: tia tới xuất phát từ vật, tia ló đi qua ảnh.

+ Xác định quang tâmO: tia tới qua tâm O thì ló thẳng.

Tia tới và tia ló nằm trên cùng một đường thẳng qua O và chứa AA',BB'.



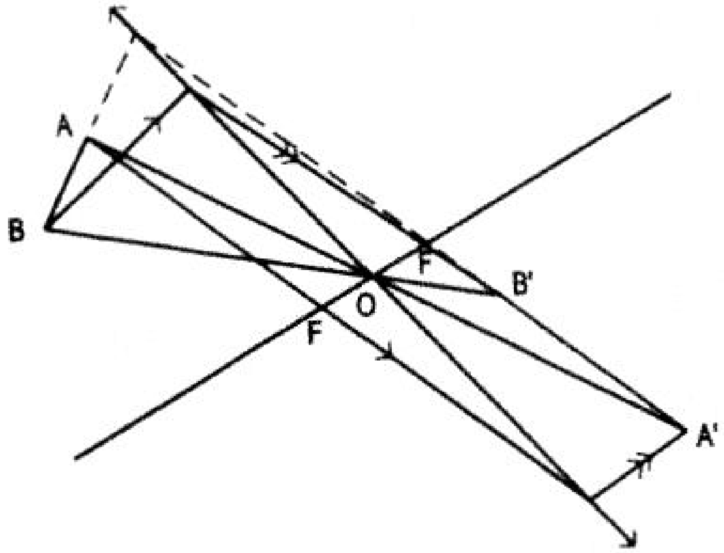
Hình 2.15

Giao điểm của hai đường thẳng AA' và BB' xác định quang tâm O của kính (hình 2.16).

+ Xác định vị trí của kính và trục chính : tia tới kính điểm nào thì tia ló từ điểm đó đi.

Từ A và B kẻ hai tia tới kính trùng nhau và kẻ hai tia ló tương ứng trùng nhau qua A' và B'. Các tia này giao nhau tại I nằm trên kính. Vẽ kính đi qua I và O.

Kẻ trục chính vuông góc với kính tại O.



Hình 2.16

+ Xác định tiêu điểm: tia tới song song với trục chính, tia ló đi qua tiêu điểm ảnh; tia tới đi qua tiêu điểm vật, tia ló đi song song với trục chính.

Từ A (hoặc B) kẻ một tia song song với trục chính tới kính rồi kẻ tia ló tương ứng qua A'. Giao điểm của tia ló này với trục chính xác định tiêu điểm ảnh của kính.

Từ một điểm trên kính, kẻ một tia song song với trục chính qua ảnh A'. Từ A kẻ tia tới kính tại điểm này. Giao điểm của tia tới với trục chính xác định tiêu điểm vật của kính.

Bài toán 2.2.5

Một thấu kính bằng thuỷ tinh chiết suất n_{tt} = 1,5, giới hạn bởi một mặt lồi bán kính 10 cm và một mặt lõm bán kính 20 cm.

1. Vẽ hình dạng của thấu kính và cho biết nó lồi hay lõm.

2. Xác định tiêu cự, tính chất của thấu kính trong các trường hợp sau:

a. Đặt nó trong không khí.

b. Ngâm nó trong nước chiết suất 4/3.

c . Ngâm nó trong chất lỏng chiết suất 1,8.

Giải

1. Vì bán kính mặt lồi nhỏ hơn bán kính mặt lõm (hai mặt cầu cắt nhau và giữa dày hơn rìa) nên thấu kính là lồi (hình 2.17).

2. Dùng công thức :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_{lồi}} + \frac{1}{R_{lõm}}\right)$$

$$\frac{1}{R_{lồi}} + \frac{1}{R_{lõm}} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

a. Trong không khí : n = n_{tt} = 1,5

$$\frac{1}{f_{kk}} = (1,5-1)\frac{1}{20} = \frac{1}{40} \rightarrow f_{kk} = 40\text{ cm} > 0\text{: hội tụ}$$

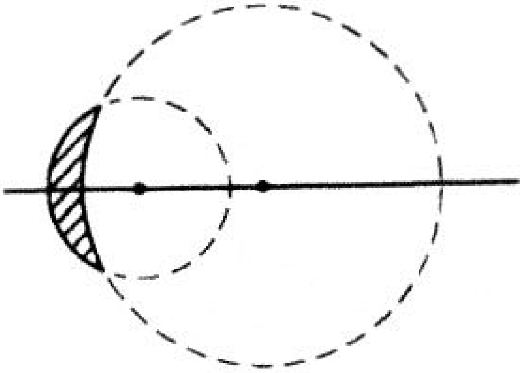
b. Trong nước: $n = n_{t\,t\ kk} = n_{t\,t} : n_{nc} = 9/8$

$$\frac{1}{f_{nc}} = \left(\frac{9}{8}-1\right)\frac{1}{20} = \frac{1}{160} \rightarrow f_{nc} = 120\text{ cm} > 0\text{: hội tụ}$$

c. Trong chất lỏng: $n = n_{t\,t.\ cl} = n_{t\,t.\ cl} = 1,5/\ 1,8$

$$\frac{1}{f_{clo}} \quad \left(\frac{1,5}{1,8}-1\right)\frac{1}{10} = -\frac{1}{120} \rightarrow f_{cl} = -\ 120\text{ cm} < 0\text{:}$$

phân kì.



Hình 2.17

Bài toán 2.2.6

Một vật AB chạy từ $-\infty$ đến $+\infty$ qua kính hội tụ có tiêu cự f. Hỏi vị trí và tính chất của ảnh biến đổi như thế nào?

Giải

Lập hàm số:

$$d' = \frac{df}{d-f}$$

Bảng biến thiên

d	- ∞		0		f		+ ∞
Ts			0		|		
Ms					0		
d'	f	+	0	-	-∞ || +∞		+f

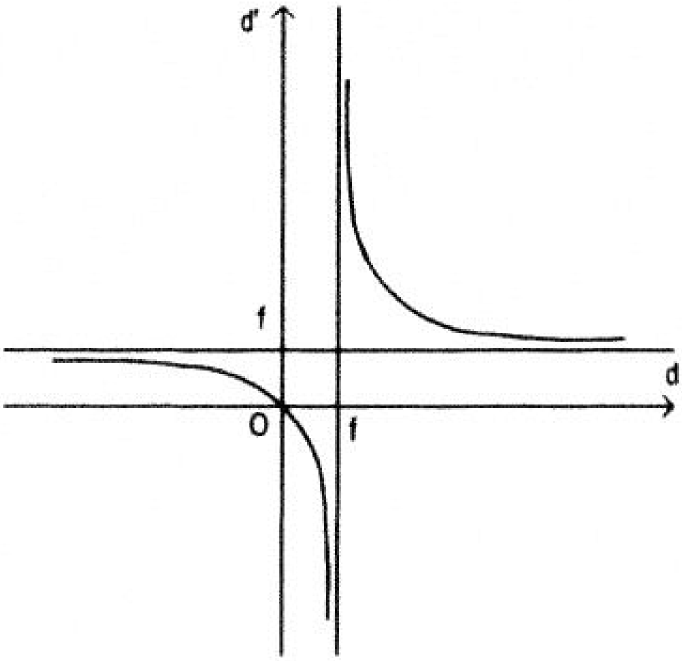
Khi vật ảo chạy từ - ∞ đến sát kính thì ảnh là thật, chạy từ tiêu điểm đến sát kính.

Khi vật thật chạy từ kính đến tiêu điểm thì ảnh là ảo, chạy từ kính đến - ∞.

Khi vật thật chạy từ tiêu điểm đến + ∞ thì ảnh là thật, chạy từ + ∞ đến tiêu điểm.

Đồ thị:

Hàm bậc nhất trên bậc nhất nên có tiệm cận đứng d = f và tiệm cận ngang d' = f và hai nhánh hypecbon đối xứng (hình 2.18).



Hình 2.18

Bài toán 2.2.7

Một vật thật AB nằm sát một thấu kính hội tụ có tiêu cự f. Giữ AB đứng yên cho kính tịnh tiến dọc theo trục chính ra xa vô cùng. Hỏi vị trí, tính chất của ảnh thay đổi như thế nào?

Giải

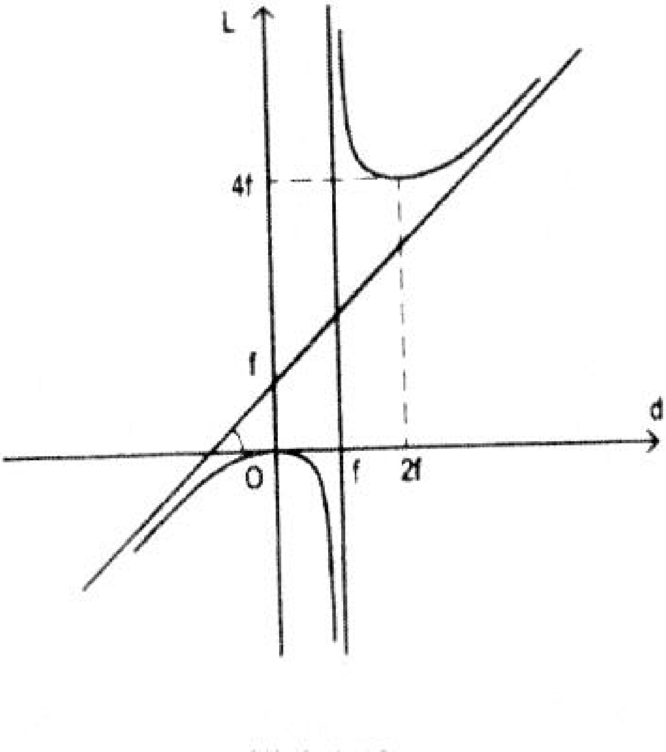
Lập hàm số:

$$L = d + d' = d + \frac{df}{d - f}$$

$$L = \frac{d^2}{d - f}$$

Hàm có hai tiệm cận: đứng $d = f$, xiên $L = d + f$

Hàm có một cực đại $L_{max} = 0$ khi $d = 0$ và một cực tiểu $L_{min} = 4f$ khi $d = 2f$.



Hình 2.19

Qua đồ thị hình 2.19 ta thấy:

- Khi kính ở sát vật thì ảnh là ảo và cũng nằm sát vật.

- Khi kính chạy từ vật đến cách vật một khoảng bằng f thì ảnh là ảo, chạy từ vật ra xa vô cùng.

- Khi kính cách vật một khoảng bằng f thì ảnh vừa là thật ở $+\infty$, vừa là ảo ở $-\infty$.

- Khi kính chạy từ vị trí cách vật một khoảng f đến vị trí cách vật một khoảng 2f thì ảnh là thật, chạy từ $+\infty$ đến cách vật một khoảng 4f.

- Khi kính chạy từ vị trí cách vật 2f ra xa vô cùng thì ảnh là thật, chạy ngược lại từ vị trí cách vật 4f ra xa vô cùng.

Bài toán 2.2.8

Đặt một vật AB trước một gương cầu thì thu được một ảnh rõ trên màn cao gấp hai lần vật. Nếu tịnh tiến vật đi 5 cm theo phương song song với trục chính thì phải dịch màn đi một khoảng nào đó mới lại thu được ảnh rõ, nhưng ảnh này cao gấp hai lần ảnh cũ.

1. Hỏi đã dùng gương loại nào và có tiêu cự bằng bao nhiêu?

2. Vị trí cũ của vật AB cách gương bao nhiêu?

3. Đã dịch màn theo chiều nào và đi một đoạn bao nhiêu?

Giải

1. Ảnh thu được trên màn là ảnh thật. Gương sử dụng là gương cầu lõm vì đối với vật thật chỉ có gương cầu lõm mới tạo ảnh thật.

Vị trí của vật và các ảnh trong hai trường hợp được vẽ ở hình 2.18.

$$A_1B_1 = 2\ AB \qquad \rightarrow \qquad k_1 = -2$$

$$A_2B_2 = 2\ A_1B_1 = 4\ AB \qquad \rightarrow \qquad k_2 = -4$$

Giải hệ phương trình:

$$d_2 = d_1 - 5 \quad (1)$$

$$k_1 = \frac{f}{f - d_1} = -2 \quad (2)$$

$$k_2 = \frac{f}{f - d_2} = -4 \quad (3)$$

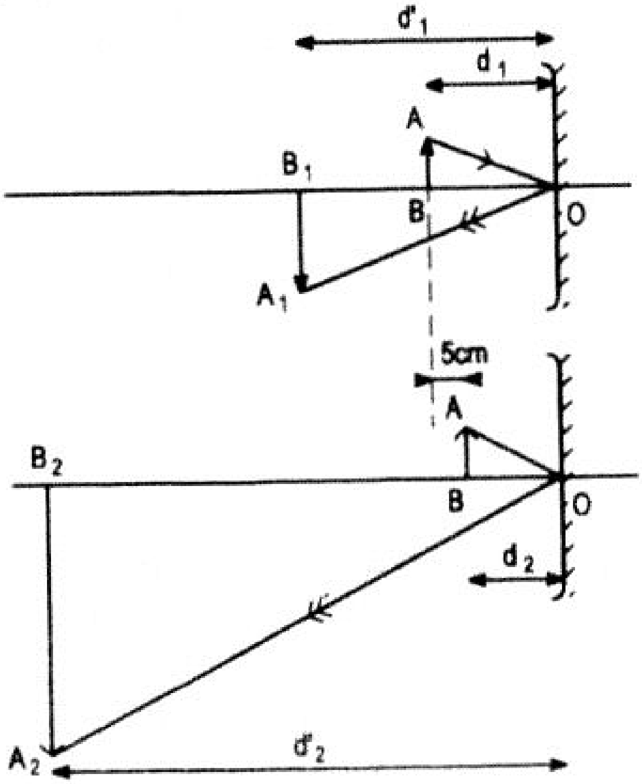
ta được: $f = 20$ cm ; $d_1 = 30$ cm ; $d_2 = 25$ cm.

Màn dịch ra xa gương một khoảng $B_1B_2 = d'_2 - d'_1$

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = 60 \text{ cm} \quad ;$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = 100 \text{ cm}$$

$B_1B_2 = 40$ cm.


d'1
d1
A
B1
B
O
A1
5cm
A
B2
B
O
d2
A2
d'2

Hình 2.20

Bài toán 2.2.9

Một vật AB cao 10cm, nằm song song với trục chính của một thấu kính hội tụ và cách trục đó 5 cm. Đầu A gần kính hơn B và cách kính 25 cm. Tiêu cự của thấu kính bằng 20 cm. Vẽ ảnh của AB và xác định chiều cao của ảnh đó

Giải

Hình 2.19 vẽ ảnh của AB.

Từ A,B,A',B' hạ các đường AH,BK,

A'H' và B'K' vuông góc với trục chính.

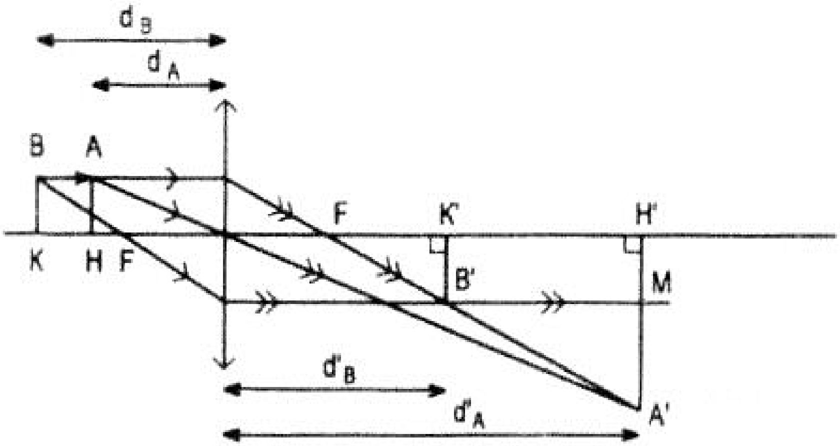
Xét tam giác vuông A'MB' ta có:

$$A'B' = \sqrt{A'M^2 + B'M^2}$$

$$B'M = d'_A - d'_B$$

$$A'M = A'H' - MH' = A'H' - B'K' = h'_A - h'_B$$

$$A'B' = \sqrt{(d'_A - d'_B)^2 + (h'_A - h'_B)^2}$$



Hình 2.21

Với :

$$d_A = \frac{d_A f}{d_A - f} = \frac{25.20}{25-20} = 100\,\text{cm}$$

$$d'_B = \frac{d_B f}{d_B - f} = \frac{35.20}{35-20} = \frac{140}{3}\,\text{cm}$$

$$h'_A = h_A \frac{d_A}{d_A} = \frac{5.100}{25} = 20\,\text{cm}$$

$$h'_B = h_b \frac{d'_B}{d_B} = \frac{5.140}{35.3} = \frac{20}{3}\,\text{cm}$$

A'B' = 54,97 cm

Bài toán 2.2.10

Một vật AB nằm trước màn ảnh một khoảng không đổi là L = 150 cm. Nếu đặt xen vào bên trong vật và màn một thấu kính thì thấy có hai vị trí của kính, cách nhau 30 cm, cho ảnh rõ trên màn. Hỏi đã dùng thấu kính loại nào và có tiêu cự bằmg bao nhiêu?

Giải

Thấu kính là hội tụ vì, đối với vật thật chỉ có thấu kính hội tụ mới tạo ảnh thật trên màn.

Hình 2.22 vẽ vị trí của ảnh và vật ứng với hai vị trí của kính.

Chọn khoảng cách d_1 từ vật đến vị trí gần nhất của thấu kính làm ẩn số ta có:

$$d'_1 = L - d_1 = 150 - d_1$$

$$d_2 = d_1 + 30$$

$$d'_2 = 120 - d_1$$

$$f = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2}$$

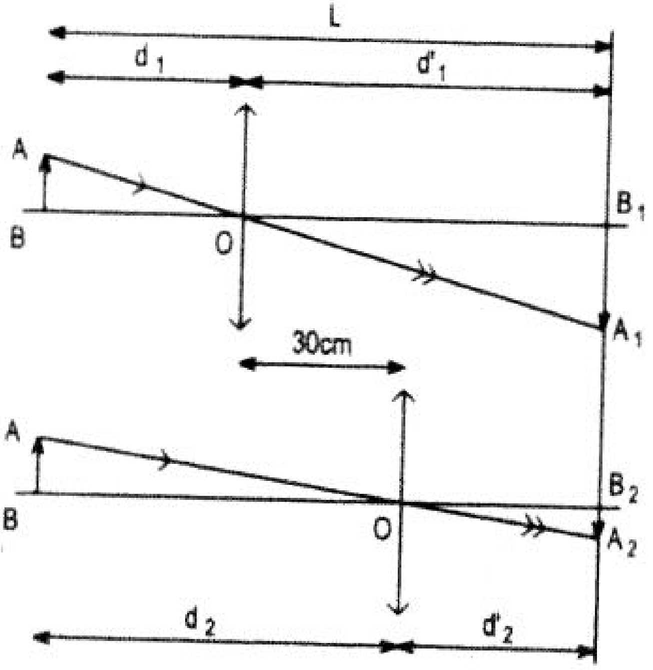
$$d_1 d'_1 = d_2 d'_2$$

$d_1(150 - d_1) = (d_1 + 30)(120 - d_1)$

Giải ra,ta được: $d_1 = 60$ cm ; $d'_1 = 90$ cm

Tiêu cự của kính:

$f = 36$ cm > 0 : thấu kính hội tụ.



Hình 2.22

Bài toán 2.2.11

Một vật AB nằm cách màn ảnh một khoảng không đổi là L. Đặt xen vào bên trong vật và màn một thấu kính hội tụ.

1. Tìm điều kiện để có hai vị trí của kính cho ảnh rõ trên màn.

2. Nếu hai vị trí đó cách nhau một khoảng m thì kính có tiêu cự bằng bao nhiêu?

3. Nếu h_1 và h_2 là hai chiều cao của hai ảnh ứng với hai vị trí của kính thì chiều cao h của vật bằng bao nhiêu?

Giải

1. Nói, có hai vị trí của kính cũng có thể hiểu là có hai khoảng cách từ vật đến thấu kính cho ảnh rõ trên màn.

$$L = d + d' = d + \frac{df}{d-f}.$$

$$d^2 - Ld + Lf = 0.$$

Điều kiện để phương trình bậc hai có hai nghiệm là biệt số $\Delta > 0$

$$\Delta = L^2 - 4Lf > 0$$

$$\rightarrow L > 4f$$

Vậy, khi khoảng từ vật đến màn lớn hơn 4 lần tiêu cự thì có hai vị trí thấu kính hội tụ cho ảnh rõ trên màn.

Hai khoảng cách từ kính đến vật:

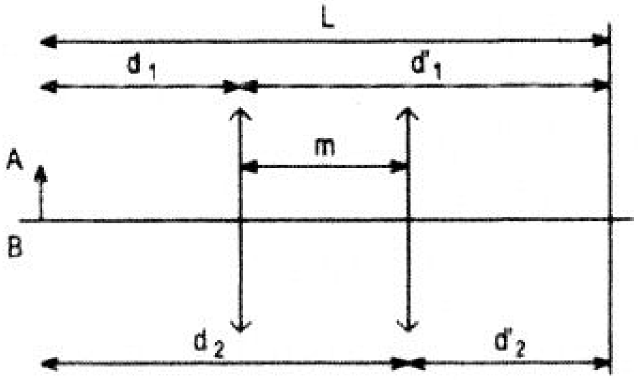
$$d_1 = \frac{L - \sqrt{\Delta}}{2} \ ; \ d_2 = \frac{L + \sqrt{\Delta}}{2} .$$

2. Qua hình vẽ 2.23, ta có:

$$m = d_2 - d_1 = \sqrt{\Delta} .$$

$$m^2 = \Delta = L^2 - 4\,Lf.$$

Suy ra : $$f = \frac{L^2 - m^2}{4L} .$$



Hình 2.23

3. Có các phương trình:

$$\frac{h_1}{h} = \frac{d_1}{d_1} \; ; \; \frac{h_2}{h} = \frac{d_2}{d_2} \quad \text{và} \quad \frac{h_1 h_2}{h^2} = \frac{d_1 d_2}{d_1 d_2}$$

với $$d_1 = L - d_1 = \frac{L - \sqrt{\Delta}}{2} = d_2$$

$$d_2 = L - d_2 = \frac{L - \sqrt{\Delta}}{2} = d_1$$

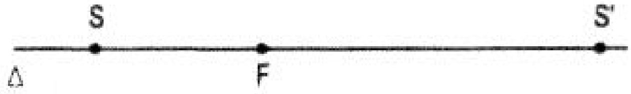
Suy ra: $$h = \sqrt{h_1 h_2}$$

Bài toán 2.2.12

Khi xác định tiêu cự của một thấu kính hội tụ người ta đo khoảng cách x từ vật đến tiêu điểm trước và khoảng cách y từ ảnh đến tiêu điểm sau. Tích của hai khoảng cách này bằng ***A****. Tìm tiêu cự của thấu kính.*

Sử dụng kết quả giải bài toán sau (hình 2. 24):

Δ là trục chính của một thấu kính hội tụ. F là tiêu điểm của kính, S là vật thật, S' là ảnh. Bằng cách vẽ xác định vị trí của thấu kính.



Hình 2.24

Giải

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+x} = \frac{1}{f+y}$$

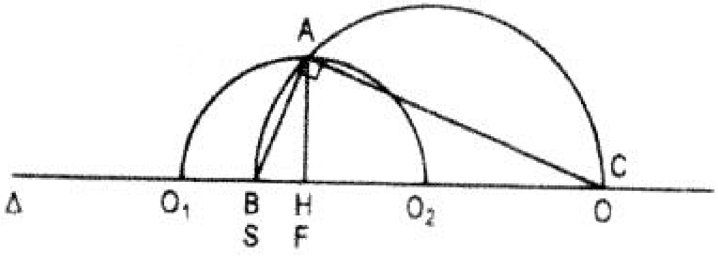
Biến đổi, ta được: $xy = f^2 = A$

Hay $f = \sqrt{A}$.

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông:

$$AB^2 = BH.\ BC$$

$$AB = f,\ BH = x,\ BC = y$$



Hình 2.25

Dựng một tam giác vuông nội tiếp ABC trong một vòng tròn có đường kính bằng AB = SS'. Từ F kẻ đường cao FA của tam giác. AB là tiêu cự của kính.

Lấy F làm tâm, khoanh một đường tròn có bán kính bằng AB. Đường tròn này cắt Δ tại hai điểm O_1 và O_2, xác định quang tâm của thấu kính (hình 2.25).

Thấu kính ở quang tâm O_1: S là vật thật, S' là ảnh ảo.

Thấu kính ở quang tâm O_2 : S là vật thật, S' là ảnh thật.

Bài toán 2.2.13

Một điểm sáng S nằm trên trục chính của một gương cầu lõm, có tiêu cự 20 cm và cách gương 30 cm. Cho S chuyển động đều với vận tốc 2 cm / s dọc theo trục chính ra xa gương.

1. Xác định vận tốc và gia tốc của ảnh sau 2 giây chuyển động và cho biết ở thời điểm này ảnh đang chuyển động theo chiều nào và ở trạng thái nhanh dần hay chậm dần.

2. Xác định vận tốc trung bình của ảnh trong thời gian chuyển động trên.

Giải

1. Kẻ hai trục toạ độ Od và Od' cùng chiều, gốc tại đỉnh O của gương (hình 2.26).

Vectơ $\vec{v}$ cùng chiều Od nên có giá trị dương.

Phương trình toạ độ của vật:

$d = vt + d_0$ với d_0 là toạ độ ban đầu.

$d = 2t + 30$

Phương trình toạ độ của ảnh:

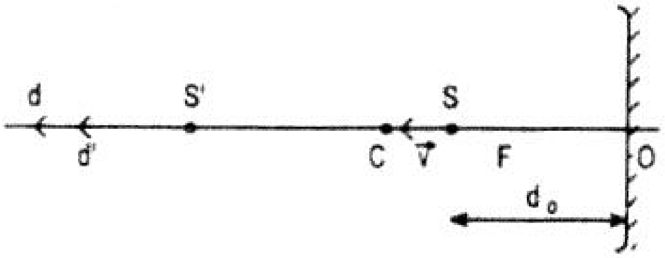
$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{(2t+30)20}{2t+30-20} = \frac{20t+300}{t+5}$$

Vận tốc v' là đạo hàm của d' theo t:

$$v' = \frac{(t+5)20-(20t+300)}{(t+5)^2} = \frac{-200}{(t+5)^2}$$

$t = 2$ s $\quad v' = \frac{-200}{49}$ cm / s < 0

Vectơ d' ngược chiều Od'



Hình 2.26

Gia tốc a' là đạo hàm của vận tốc v' theo t:

$$a' = \frac{200.2(t+5)}{(t+5)^2} = \frac{400}{(t+5)^2} = \frac{400}{343}\text{cm / s}^2 > 0$$

Vectơ $\vec{v}'$ ngược chiều Od'

Vectơ $\vec{a}'$ ngược chiều vectơ v':

ở thời điểm t = 2s ảnh đang chuyển động chậm dần về phía gương.

2. Ở các thời điểm: $t = 0$ $\quad d'_0 = 60$ cm

$t = 2$ s $\quad d'_2 = 340/7$ cm

Vận tốc trung bình của ảnh trong hai giây:

$$d_{tb} = \frac{d'_0 - d'_2}{t} = 5{,}7 \, cm/s$$

Bài toán 2.2.14

Một vật sáng AB, đặt trước một thấu kính hội tụ, có một ảnh trên màn cách vật 1,5 m. Nếu dịch màn ra xa 3 m đồng thời dịch kính đi một khoảng nào đó, lại thu được một ảnh. Tìm tiêu cự của thấu kính và kích thước của AB. Biết kích thước của ảnh lần lượt bằng 18 mm và 96 mm.

Giải

Gọi h_1, h_2 là chiều cao của ảnh ứng với hai trí của màn, h là chiều cao của vật (hình 2. 27), ta có các phương trình:

$$\frac{h_1}{h} = \frac{d'_1}{d_1} \;,\quad \frac{h_2}{h} = \frac{d'_2}{d_2}$$

$$d_1 + d_1' = L = 1.\ 5 \text{ m}$$

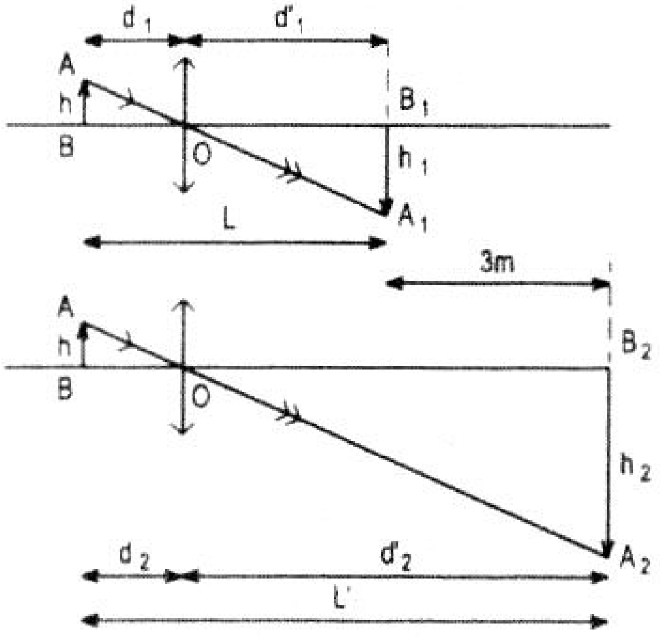
$$d_2 + d_2' = L' = 4{,}5 \text{ m}$$

Từ đó

$$d'_1 = d_1 \frac{h_1}{h}$$

$$d_1 + d_1 \frac{h_1}{h} = L \rightarrow d_1 = \frac{hL}{h + h_1} \text{ và } d'_1 = \frac{h_1 L}{h + h_1}$$

$$f = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{Lhh_1}{(h+h_1)^2} \rightarrow Lhh_1 = f\,(h + h_1)^2 \,. \qquad \text{(a)}$$


d 1
d'1
A
h
B
O
B 1
h 1
A 1
L
3m
A
h
B
O
B 2
h 2
A 2
d 2
d'2
L'

Hình 2.27

Tính toán tương tự như vậy cho trường hợp hai:

$$L'hh_2 = f\,(h + h_2)^2 \qquad \text{(b)}$$

Chia (a) cho (b) :

$$\frac{Lh_1}{L'h_2} = \frac{(h+h_1)^2}{(h+h_2)^2}$$

Suy ra: $$h = \frac{h_2\sqrt{Lh_1} - h_1\sqrt{L'h_2}}{\sqrt{L'h_2} - \sqrt{Lh_1}} \doteq 8\,\text{mm}$$

và $$f = \frac{Lhh_1}{(h+h_1)^2} = \sqrt{LL'}\,\frac{h_1 h_2}{(h_2 - h_1)^2}\left(\frac{h_2 + h_1}{\sqrt{h_2 h_1}} - \frac{L' + L}{\sqrt{L'L}}\right) = 32\,\text{cm}$$

Bài toán 2.2.15

Một thấu kính hội tụ có tiêu cự 20 cm cho vật AB một ảnh A'B' cách vật 10 cm. Xác định vị trí, tính chất của vật và ảnh. Vẽ hình minh hoạ.

Giải

Gọi khoảng cách từ vật đến ảnh là L, ta có:

$$|d + d'| = L$$

$$\left|d + \frac{df}{d-f}\right| = L$$

hay : $$\left|\frac{d^2}{d-f}\right| = L$$

Trường hợp 1:

$$\frac{d^2}{d-20} = 10$$

$$d^2 - 10d + 200 = 0$$

$$\Delta' = 25 - 200 < 0 \text{ vô nghiệm}$$

Trường hợp 2:

$$\frac{d^2}{d-20} = -10$$

$$d^2 + 10d - 200 = 0$$

$$\Delta' = 25 + 200 = 225$$

$$d = -5 \pm 15$$

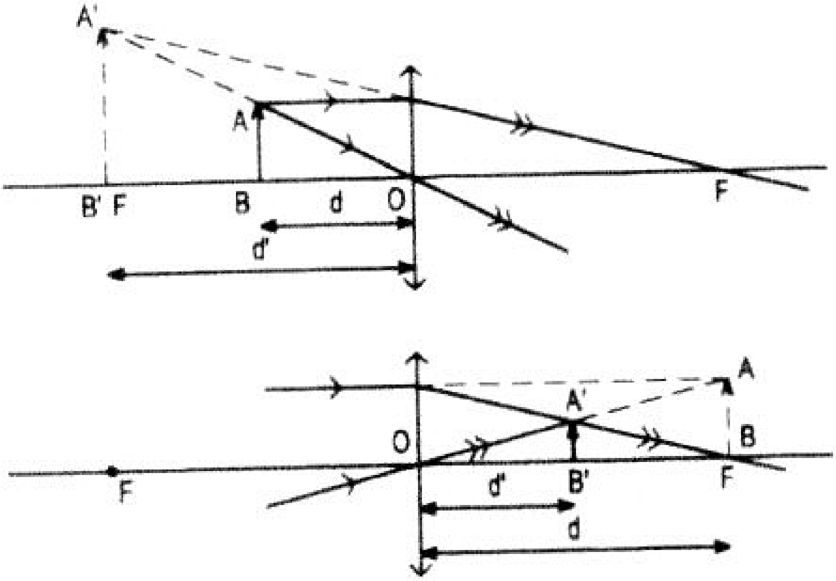
a. $d = 10$: AB là vật thật, cách thấu kính 10 cm.

$d' = -10 - 10 = -20$: A'B' là ảnh ảo, cách thấu kính 20 cm.

b. $d = -20$ cm : AB là vật ảo, cách thấu kính 20 cm.

$d' = -10 + 20 = 10$ cm: A'B' là ảnh thật, cách thấu kính 10 cm.

Vật và ảnh trong hai trường hợp được minh hoạ ở hình 2.28.



Hình 2.28

Bài toán 2.2.16

Một gương cầu lõm, tiêu cự 20 cm, cho vật AB một ảnh A'B' cách vật 30 cm.

Xác định vị trí, tính chất của vật và của ảnh. Vẽ các hình minh hoạ.

Giải

Gọi L là khoảng cách từ vật đến ảnh, ta có:

$$|d - d'| = L$$

$$\left|d - \frac{df}{d-f}\right| = L$$

$$\left|\frac{d^2-2df}{d-f}\right| = L$$

Trường hợp 1:

$$\frac{d^2-40d}{d-20} = 30$$

$$d^2 - 70\,d + 600 = 0$$

$$\Delta' = 100$$

$$d = 35 \pm 25.$$

a. d = 60 cm : AB là vật thật, cách gương lõm 60 cm.

d' = 30 cm : A'B' là ảnh thật, cách gương lõm 30 cm.

b. d = 10 cm : AB là vật thật, cách gương lõm 10 cm.

d' = - 20 cm : A'B' à ảnh ảo, cách gương lõm 20 cm.

Trường hợp 2:

$$\frac{d^2-40d}{d-20} = -30$$

$$d^2 - 10\,d - 600 = 0$$

$$d = 5 \pm 25\ .$$

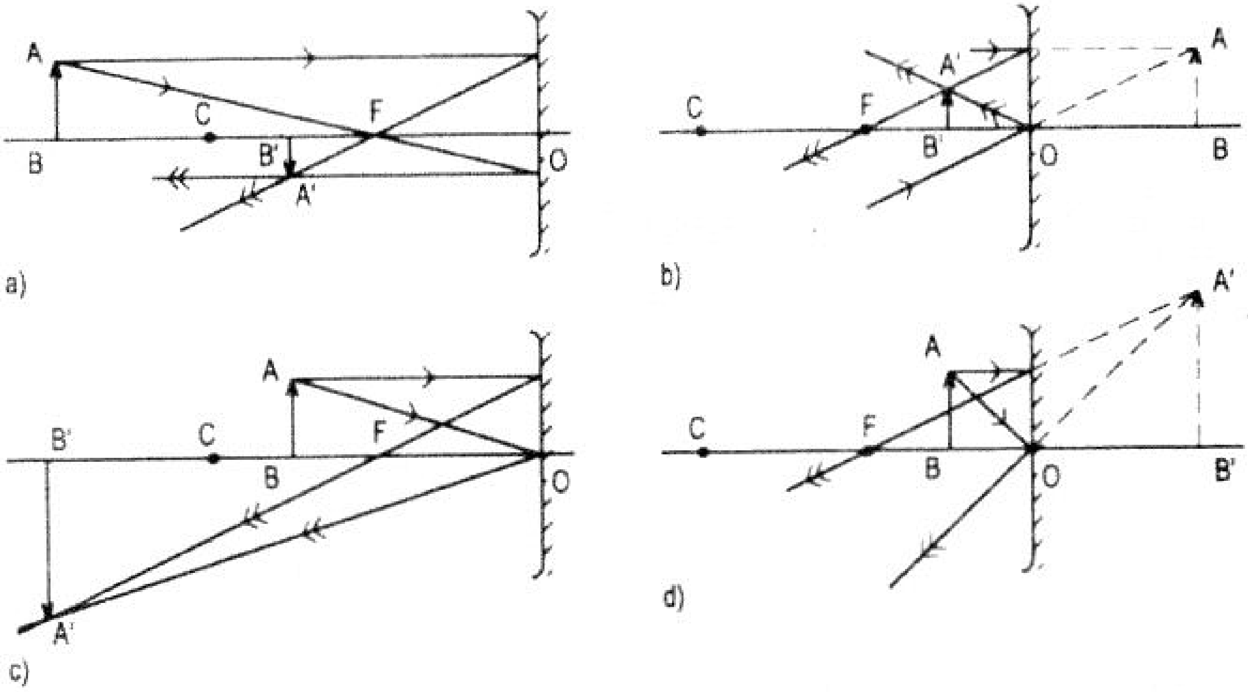
a. d = 30 cm : AB là vật thật, cách gương 30 cm.

d' = 60 cm : A'B' là ảnh thật, cách gương 60 cm.

b. d = - 20 cm : AB là vật ảo, cách gương 20 cm.

d' = 10 cm : A'B' là ảnh thật, cách gương 10 cm.

Vật và ảnh trong hai trường hợp được minh hoạ ở hình 2.29.



Hình 2.29

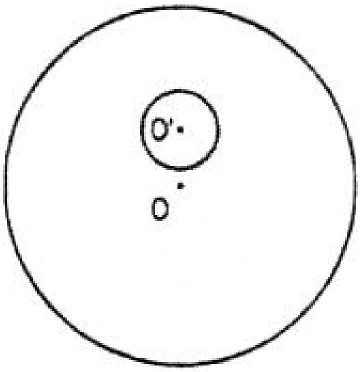
Bài toán 2.2.17

Có một thấu kính phẳng lồi, mặt lồi có bán kính R = 5 cm. Khoét mặt đĩa một kính để lấy một đĩa tròn có bán kính rìa nhỏ hơn khoảng cách từ tâm O' đến quang tâm O của thấu kính như hình vẽ 2.30. Chiết suất của thủy tinh làm kính bằng 1,5.

1. Tìm tiêu cự của đĩa.

2. Trên trục chính của đĩa có một điểm sáng S nằm cách đĩa 12 cm. Vẽ ảnh của S và tìm khoảng cách từ ảnh đó đến đĩa.

3. Trên đường thẳng qua tâm O' và vuông góc với mặt phẳng đĩa, có một vật AB cao 4 cm nằm vuông góc với đường *thẳng này và cách đĩa 15 cm. Vẽ ảnh của AB tạo bởi đĩa. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh này.*



Hình 2.30

Giải

1. Đĩa O' cũng giới hạn bởi một mặt phẳng và một mặt lồi bán kính R = 5 cm nên có tác dụng như một thấu kính có tiêu cự:

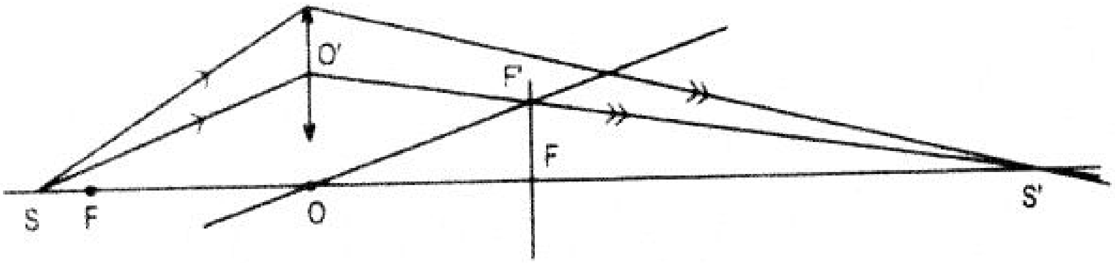
$$\frac{1}{f} = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{\infty}+\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{10} \qquad f = 10\text{ cm}.$$

Đó cũng là tiêu cự f của kính O.

2. Ảnh của S được vẽ như ở hình 2.31:

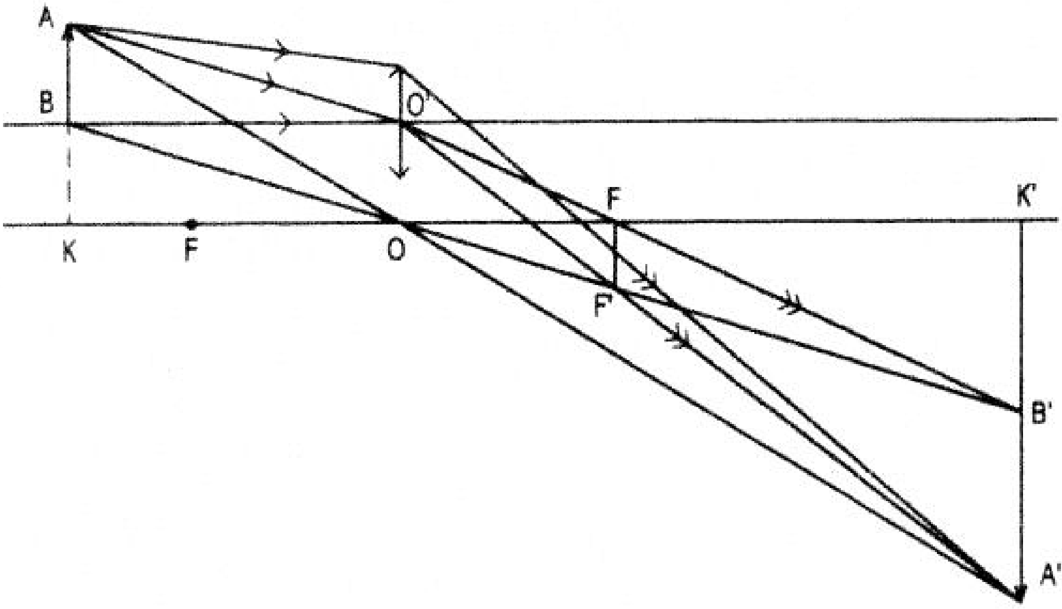
Khoảng cách từ ảnh S' đến đĩa:

$$d' = \frac{df'}{d-f'} = \frac{12.10}{12-10} = 60\text{cm}.$$



Hình 2.31

2. Ảnh của AB được vẽ như ở hình 2.32:



Hình 2.32

Với kích thước đã cho của đĩa, quang tâm của đĩa không nằm trên đĩa nên không có tia sáng nào từ A và B tới quang tâm của đĩa cả. Nhưng để dễ tính toán ta tưởng tượng, nếu từ A và B có hai tia sáng tới quang tâm O thì chúng sẽ ló thẳng qua A' và B'.

A'B' cách đĩa một khoảng d':

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{15.10}{15-10} = 30 \text{ cm} > 0 \text{ : ảnh thật .}$$

Từ hai tam giác đồng dạng A'B'O và ABO:

$$A'B' = 8 \text{ cm}$$

Từ hai tam giác đồng dạng B'K'O và BKO:

$$\frac{B'K'}{BK} = \frac{d'}{d} \quad B'K' = 2 \text{ cm.}$$

Vậy, ảnh A'B' là ảnh thật, cao 8 cm, có chân B' cách trục chính của đĩa 2 cm và cách đĩa 30 cm.

Bài toán 2.2.18

Một thấu kính hội tụ có tiêu cự 10 cm được cắt thành hai nửa mặt tròn. Một điểm sáng S nằm trên trục chính của kính và cách kính 15 cm.

1. Dịch chuyển mỗi nửa kính đi 5 mm theo phương vuông góc với trục chính và theo chiều ngược nhau. Vẽ ảnh của S. Xác định vị trí, tính chất và khoảng cách giữa các ảnh đó.

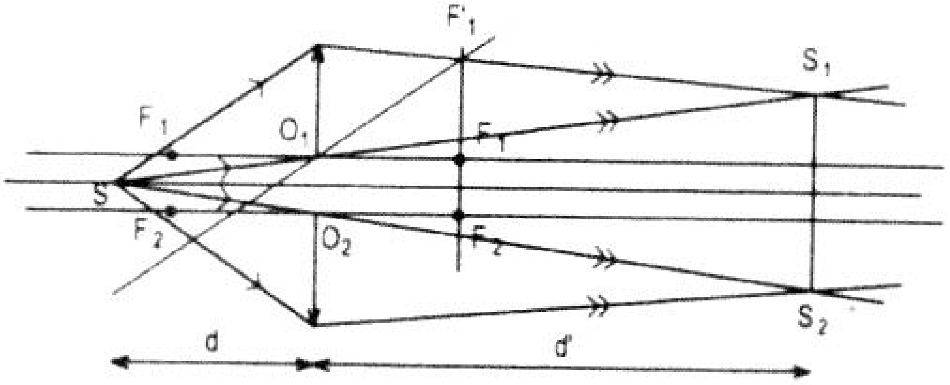
2. Đem mài vết cắt của mỗi nửa đi 1 mm rồi áp sát chúng lại với nhau. Sau đó, dịch chuyển S lại cách chúng 6 cm. Vẽ ảnh của S. Xác định vị trí, tính chất và khoảng cách giữa các ảnh.

Giải

Sau khi cắt, mỗi nửa thấu kính tác dụng như một thấu kính hội tụ có một quang tâm, một trục chính, hai tiêu điểm và tiêu cự bằng 10 cm.

Khi chưa dịch chúng đi, mỗi nửa cho S một ảnh và các ảnh này trùng nhau tạo thành một ảnh duy nhất S' của S.

1. Khi dịch các nửa kính đi, hai ảnh S_1 và S_2 của S không còn trùng nhau nữa (hình 2.33). Chúng nằm cách đều hai nửa một khoảng d':



Hình 2.33

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{15.10}{15-10} = 30 \text{ cm} > 0 \text{ :ảnh thật}$$

và chúng cách nhau một khoảng:

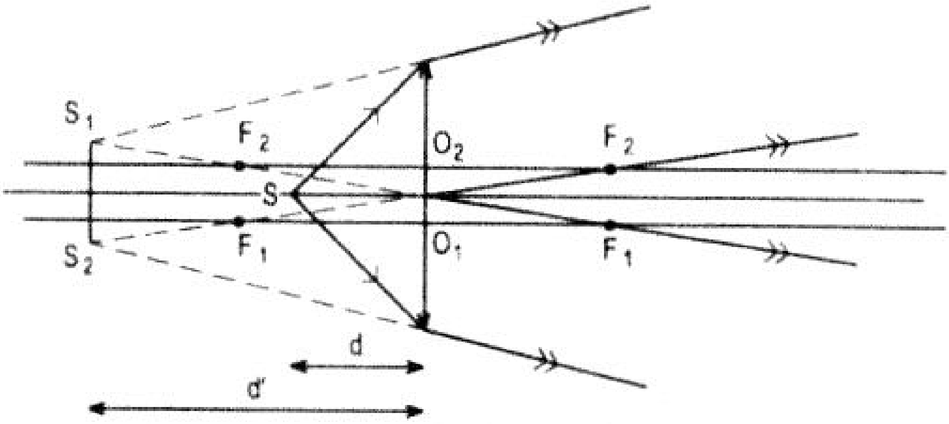
$$S_1S_2 = O_1O_2\,\frac{d+d'}{d} = 2 \text{ cm}.$$

2. Khi áp sát hai phần kính đã mài, quang tâm của chúng xâm nhập vào nhau và các ảnh S_1 và S_2 do chúng tạo ra cũng không trùng với nhau (hình 2.34), nằm cách đều chúng những khoảng:

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{6.10}{6-10} = -15 \text{ cm} < O \text{ :ảnh ảo.}$$

và cách nhau một khoảng:

$$S_1S_2 = F_1F_2\,\frac{|d'|}{d} = 0{,}2\,\frac{15}{6} = 0{,}5 \text{ cm}$$



Hình 2.34

Bài toán 2.2.19

Dùng một thấu kính hội tụ, có tiêu cự 1 m, để thu ảnh của một cái tháp cao 20 m và ở cách xa 2 km. Vẽ ảnh của cái tháp và xác định chiều cao của ảnh đó.

Giải

Coi như đỉnh A của cái tháp nằm ngoài trục chính và chân B của nó nằm trên trục chính.

Tưởng tượng rằng, từ A có vô số tia sáng tới thấu kính và khi gần tới kính, chúng trở thành song song với nhau và xiên với trục chính một góc α nào đó (hình 2.35). Sau khi ló khỏi kính, chúng hội tụ tại tiêu điểm phụ nằm trên trục phụ, song song với các tia tới. Điểm hội tụ này tạo ảnh A' của A.

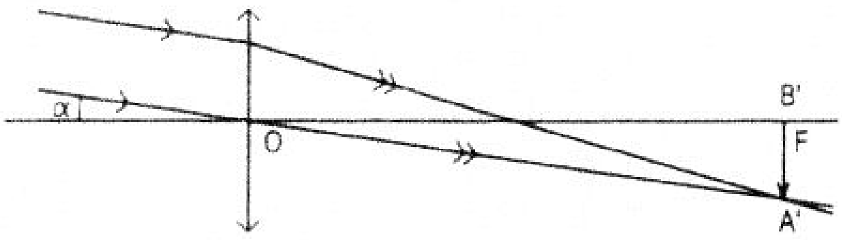
Từ A' hạ đường vuông góc xuống trục chính, ta được ảnh B' của B.

Qua hình vẽ, ta thấy:

$$A'B' = OF\ \text{tg}\ \alpha$$

Với:
$$\text{tg}\alpha = \frac{AB}{BO} = \frac{20}{2000} = \frac{1}{100}$$

$$A'B' = 100.\ 0.01 = 1\ \text{cm}.$$



Hình 2.35

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 2. 2

Thường giải quyết những yêu cầu sau:

1. Khảo sát vị trí, tính chất và độ phóng đại của ảnh theo vị trí của vật.

Dùng các công thức của gương và thấu kính .

2. Xác định tiêu cự, vị trí, tính chất của vật và ảnh theo độ phóng đại k:

Dùng công thức của độ phóng đại:

$$k = \frac{f}{f-d} = \frac{f-d'}{f}$$

3. Xác định vận tốc và gia tốc của ảnh khi vật di chuyển

+ Kẻ hai trục toạ độ Od và Od'

- Đối với gương : hai trục Od và Od' cùng chiều và trước gương

- Đối với thấu kính : hai trục Od và Od' ngược chiều (Od trước kính, Od' sau kính).

+ Lập phương trình toạ độ của vật:

$$d = \pm vt + d_0$$

+ Lập phương trình toạ độ của ảnh:

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{(\pm vt + d_0)f}{\pm vt + d_0 - f}.$$

4. Xác định vị trí, tính chất của vật và ảnh theo khoảng cách không đổi từ vật đến ảnh:

Dùng các phương trình sau:

+ Nếu là thấu kính :

$$|d + d'| = L$$

hay $$\left|\frac{d^2}{d-f}\right| = L.$$

+ Nếu là gương cầu:

$$|d - d'| = L$$

hay: $$\left|\frac{d^2 - 2df}{d-f}\right| = L.$$

5. Khảo sát sự thay đổi vị trí, tính chất, chiều cao của ảnh khi vật hay dụng cụ chạy:

Lập các hàm số rồi khảo sát bằng bảng biến thiên hay đồ thị:

+ Nếu vật chạy:

$$d' = \frac{df}{d\ f} \quad \text{và} \quad |k| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{d-f}.$$

+ nếu dụng cụ chạy:

$$L = d + d'$$

6. Khảo sát sự tạo ảnh bởi một mẩu kính hay gương (cắt dụng cụ).

Có thể coi một gương (hay một thấu kính) là tập hợp rất nhiều gương (hay thấu kính nhỏ), mỗi phần nhỏ này có một đỉnh (một quang tâm), một trục chính, vô số trục phụ, một tiêu điểm (hay hai tiêu điểm), một tâm. Các điểm và các trục này trùng nhau khi chúng nằm trong một gương hay một thấu kính nguyên vẹn. Khi tách một gương nhỏ hay thấu kính nhỏ ra thì nó mang các đặc trưng cuả nó theo và hoạt động như một dụng cụ độc lập.

Vì thế, khi giải loại bài toán này, trước hết phải xác định các điểm và các trục đặc trưng của từng mẩu gương (hay kính) nghiên cứu. Sau đó, giải bài toán theo yêu cầu: coi mỗi mẩu như một dụng cụ nguyên vẹn.

7. Dùng hình vẽ xác định vị trí của dụng cụ và các điểm đặc trưng:

Cần phải nắm vững những điểm sau:

+ Tia tới xuất phát từ vật, tia phản xạ hay tia khúc xạ đi qua ảnh.

+ Xác định quang tâm O của thấu kính hay tâm C của gương: dùng tia tới quang tâm O hay qua tâm C.

+ Xác định tiêu điểm: dùng tia tới song song với trục chính hay tia tới qua tiêu điểm.

+ Xác đỉnh O của gương: dùng tia tới đỉnh.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

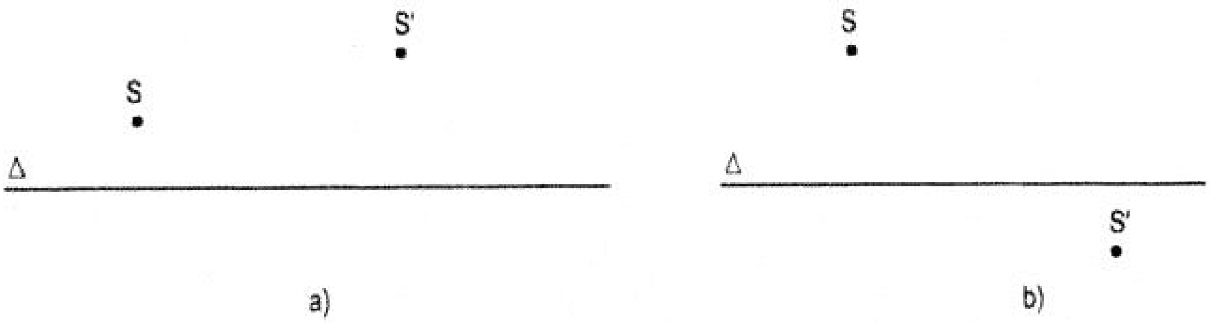
Bài toán 2.2.20

1. Ở hình 2.35 a : Δ là trục chính của một thấu kính. S là vật, S' là ảnh.

a. Xác định tính chất của ảnh S'.

b. S là vật thật. Hỏi thấu kính tạo ảnh thuộc loại nào. Bằng cách vẽ, xác định quang tâm, các tiêu điểm của thấu kính.

2. Ở hình 2.35b: Δ là trục chính của một gương cầu. S là vật ảo. S' là ảnh gì? gương tạo ảnh là gương gì? Bằng cách vẽ, xác định tâm C, đỉnh O và tiêu điểm F của gương.



Hình 2.36

Giải

1a. Theo hình vẽ, S và S' nằm cùng phía so với trục chính của thấu kính nên chúng khác tính chất:

Nếu S là vật thật thì S' là ảnh ảo; nếu S là vật ảo thì S' là ảnh thật.

1b. Ảnh ảo nằm xa trục chính hơn vật thật: thấu kính sử dụng là thấu kính hội tụ.

Dựa vào kiến thức chung : tia tới xuất phát từ vật thì tia ló đi qua ảnh.

+ Xác định quang tâm của thấu kính:

Tia tới quang tâm thì ló thẳng: tia tới và tia ló nằm trên cùng một đường thẳng qua quang tâm ; đường thẳng này chứa S và S'.

Kẻ một đường thẳng qua S và S': đường thẳng cắt trục chính tại quang tâm O.

Vẽ kính vuông góc với trục chính.

+ Xác định tiêu điểm ảnh:

Tia tới song song với trục chính thì tia ló đi qua tiêu điểm ảnh.

Từ S kẻ một tia tới song song với trục chính tới kính rồi kẻ tia ló đi qua S': tia ló này cắt trục chính tại tiêu điểm ảnh F.

+ Xác định tiêu điểm vật:

Tia tới đi qua tiêu điểm vật thì tia ló đi song song với trục chính.

Từ một điểm trên kính kẻ một tia ló đi song song với trục chính qua S'. Từ S kẻ một tia tới điểm này: tia tới cắt trục chính tại tiêu điểm vật F (hình 2.37 a).

2a. S và S' nằm khác phía so với trục chính nên chúng cùng tính chất : S là vật ảo, S' cũng là ảnh ảo.

Gương sử dụng là gương cầu lồi bởi vì, đối với vật ảo chỉ có gương cầu lồi mới tạo ảnh ảo.

+ Xác định tâm C:

Tia tới qua tâm C thì tia phản xạ trùng với nó: Tia tới và tia phản xạ nằm trên cùng một đường thẳng qua tâm C và chứa S,S'.

Kẻ một đường thẳng qua S và S': đường thẳng này cắt trục chính tại tâm C.

+ Xác định đỉnh O:

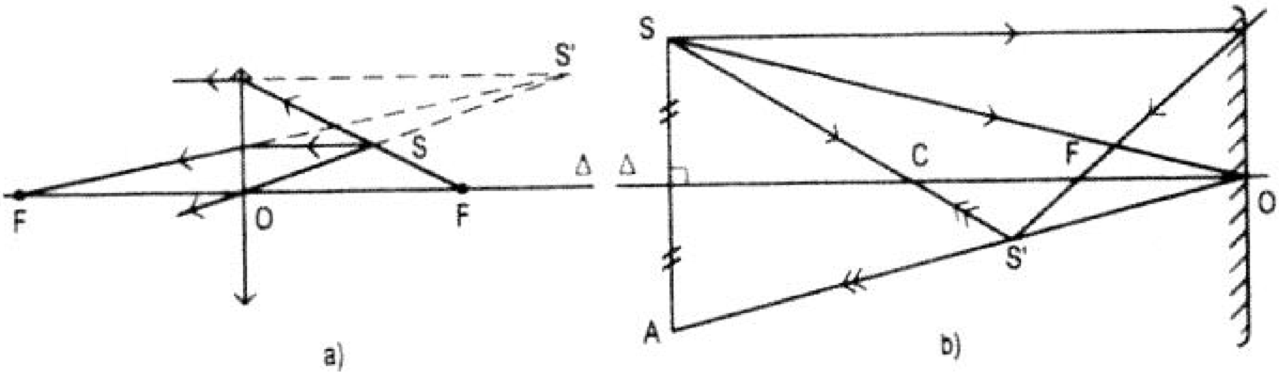
Tia tới đỉnh gương phản xạ theo phương đối xứng qua trục chính : tia phản xạ chứa một điểm đối xứng với S qua trục chính đồng thời đi qua ảnh S'.

Lấy một điểm đối xứng với S qua trục chính, kẻ một đường thẳng qua điểm này và qua S'. Đường thẳng này cắt trục chính tại đỉnh O.

+ Xác định tiêu điểm F:

Tia tới song song với trục chính phản xạ theo phương qua tiêu điểm ảo.

Từ S kẻ một tia song song với trục chính rồi kẻ tia phản xạ đi qua S'. Đường kéo dài của tia này cắt trục chính tại tiêu điểm F (hình 2.37b).



Hình 2.37

Bài toán 2.2.21

A'B' là ảnh của AB tạo bởi một thấu kính. A'B'//AB. Bằng cách vẽ xác định quang tâm O, trục chính và các tiêu điểm của thấu kính.

Hướng dẫn

Ảnh A'B' song song với vật AB: điều này chỉ có được khi ảnh và vật cùng vuông góc với trục chính của thấu kính .

Bài toán 2.2.22

Trong một khối thuỷ tinh, chiết suất n, có một bọt không khí hình dạng một thấu kính có tiêu cự f_0. Tìm tiêu cự của thấu kính bằng thuỷ tinh đó, cùng hình dạng, nằm trong không khí.

Giải

Tiêu cự của thấu kính không khí nằm trong thuỷ tinh:

$$\frac{1}{f_0} = \left(\frac{1}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Tiêu cự của thấu kính thuỷ tinh nằm trong không khí:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Chia hai phương trình ta được: $f = -f_0 / n$

Bài toán 2.2.23

Một thấu kính bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,5, giới hạn bởi một mặt lồi và một mặt lõm. Một điểm sáng S nằm trên trục chính của thấu kính và trước mặt lõm của thấu kính 150 cm. Ánh sáng từ S chiếu tới mặt lõm, một phần bị phản xạ lại, một phần khúc xạ qua kính. Phần phản xạ hội tụ tại S_1 cách kính 75cm, phần khúc xạ hội tụ tại S_2 cách kính 150 cm.

1. Tìm tiêu cự của thấu kính và bán kính các mặt giới hạn.

2. Ngâm thấu kính vào trong một chất lỏng (trục chính song song với mặt chất lỏng) thì thấy điểm hội tụ sau kính dịch ra xa và cách thấu kính 300 cm. Tìm chiết suất n' của chất lỏng.

Giải

1. Chùm ló khỏi thấu kính hội tụ tại S_2, chứng tỏ S_2 là ảnh thật và kính sử dụng là thấu kính hội tụ. Thấu kính hội tụ nằm trong không khí chiết quang kém thuỷ tinh, nên là thấu kính lồi và có hình dạng như hình 2.38.

$$f_k = \frac{dd_2'}{d + d_2'} = \frac{150.150}{150+150} = 75 \text{ cm} > 0 \text{ thấu kính}$$

hội tụ.

Mặt lõm của thấu kính phản xạ ánh sáng, giữ vai trò như một gương cầu lõm:

$$f_g = \frac{dd'_1}{d + d'_1} = \frac{150.75}{150 + 75} = 50\text{ cm} > 0 \text{ gương cầu lõm.}$$

Bán kính gương lõm = $2f_g$ = 100 cm.

Suy ra bán kính mặt lõm của thấu kính : $R_{lõm}$ = - 100 cm.

Tính bán kính mặt lồi:

$$\frac{1}{f_k} = (n-1)\left(\frac{1}{R_{lõm}} + \frac{1}{R_{lồi}}\right).$$

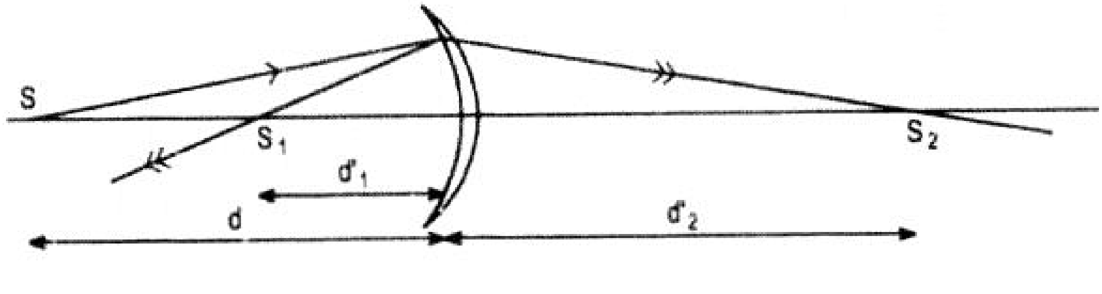
Thay số, tính được: $R_{lồi}$ = 300/ 11 cm.

2. Khi ngâm vào trong chất lỏng, tiêu cự của thấu kính đã thay đổi:

$$f'_k = \frac{dd'_3}{d + d'_3} = \frac{150.300}{150 + 300} = 100\text{ cm}.$$

$$\frac{1}{f'_k} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\left(\frac{1}{R_{lõm}} + \frac{1}{R_{lồi}}\right).$$

Thay số, tính được : n ' = 1,09 .



Hình 2.38

Chú ý: Hiện tượng phản xạ ánh sáng không chịu ảnh hưởng của môi trường nên vị trí của điểm hội tụ S_1 không thay đổi.

Bài toán 2.2.24

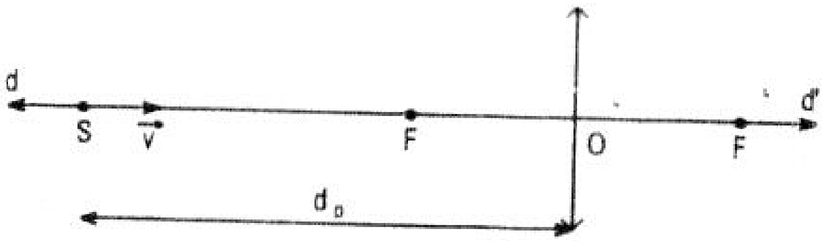
Một điểm sáng S nằm trên trục chính của một thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm và cách kính 60 cm. Cho S bắt đầu chuyển động đều với vận tốc 5 cm/s, dọc theo trục chính về phía thấu kính. Hỏi sau 4 giây chuyển động, ảnh của S đang chuyển động theo chiều nào, với vận tốc và gia tốc bằng bao nhiêu? Tìm vận tốc trung bình của ảnh trong thời gian này.

Giải

Chọn quang tâm O làm gốc, kẻ hai trục tọa độ Od trước thấu kính và Od' sau thấu kính, ta có phương trình toạ độ của vật và ảnh (hình 2.39) :

$$d = d_0 - vt = 60 - 5t$$

$$d' = \frac{d_0 + vt}{d_0 - vt - f} = \frac{(60 - 5t)20}{40 - 5t}$$



Hình 2. 39

Vận tốc

$$v' = (d')' = 20\frac{(40 - 5t)9 - 5) - (60 - 5t)(-5)}{(40 - 5t)^2} = \frac{2000}{(40 - 5t)^2}$$

Gia tốc $a' = (v')' = \dfrac{-2(40-5t)(-5).2000}{(40-5t)} = \dfrac{2000}{(40\ 5t)^3}$

Thay t = 4 s ta có: $v' = 5$ cm/s > 0: ảnh chuyển động ra xa thấu kính và $a' = 25$ cm/s^2 > 0: ảnh đang ở trạng thái chuyển động nhanh dần.

Khi vật cách kính một khoảng $d_1 = 60$ cm thì ảnh cách kính một khoảng $d'_1 = 30$ cm. Sau $\Delta t = 4$ giây, vật cách kính 40 cm thì ảnh cách kính một khoảng $d'_2 = 40$ cm. Vậy ảnh đã đi được một đoạn $\Delta d' = 10$ cm và vận tốc trung bình của ảnh:

$$v_{tb} = \frac{\Delta d'}{\Delta t} = 2{,}5 \text{ cm/s}$$

Bài toán 2.2.25

Đặt một vật trước gương cầu lõm thì thu được một ảnh trên màn có độ phóng đại k_1. Dịch vật đi một khoảng L lại gần gương, đồng thời dịch màn thì thu được một ảnh có độ phóng đại k_2. Tìm tiêu cự của gương.

Giải

Vị trí của vật và ảnh trong hai trường hợp được vẽ ở hình 2.40.

Có hệ phương trình sau:

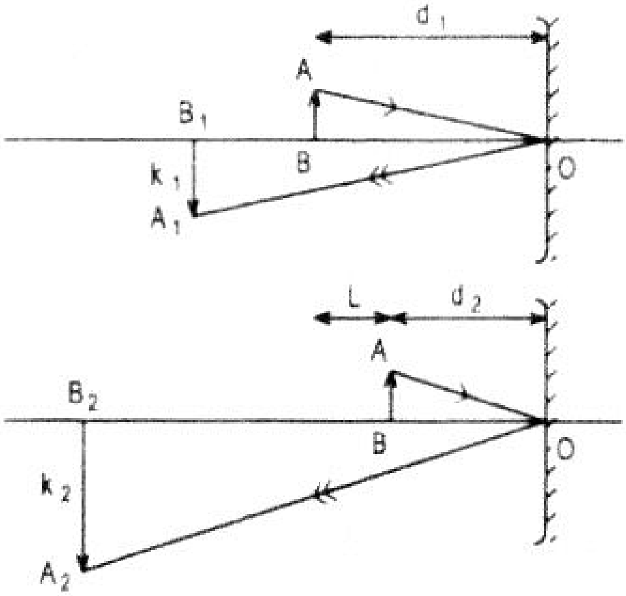
$$d_2 = d_1 - L\,, \qquad (a)$$

$$k_1 = \frac{f}{f - d_1}\,, \qquad (b)$$

$$k_2 = \frac{f}{f - d_2}\,. \qquad (c)$$

Giải hệ 3 phương trình, ta được:

$$f = \frac{Lk_1k_2}{k_1 - k_2}.$$



Hình 2.40

Bài toán 2.2.26

Một thấu kính phân kì, có tiêu cự 30 cm, tạo một ảnh cao gấp 3 lần vật. Xác định vị trí tính chất của vật và ảnh. Vẽ ảnh minh hoạ cho từng trường hợp.

Giải

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = 3.$$

Dùng công thức : $f = \dfrac{f}{f - d}$.

Có hai trường hợp:

+ k = 3 : ảnh và vật cùng chiều và khác tính chất

$$3 = \frac{-30}{-30 - d}.$$

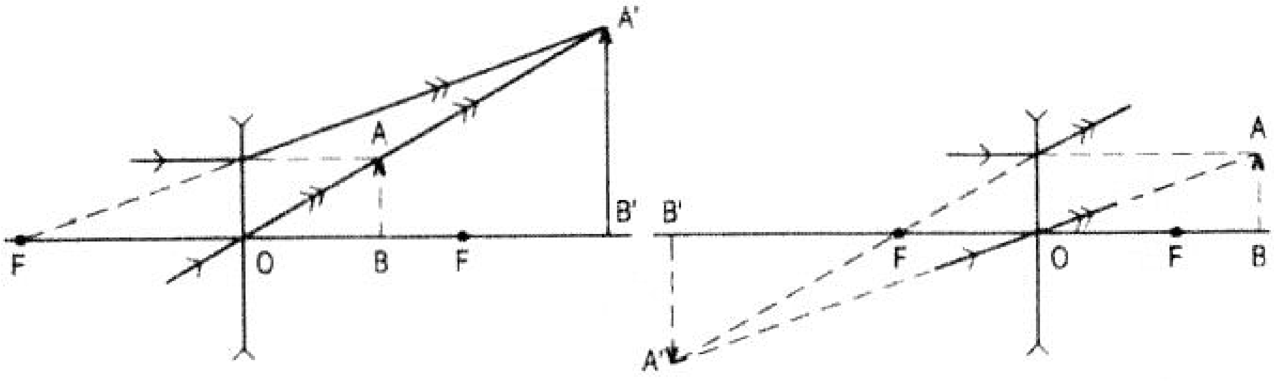
d = - 20 cm: vật ảo, ảnh thật cách thấu kính một khoảng d' = - 3d = 60 cm.

+ k = - 3 : ảnh và vật ngược chiều và cùng tính chất

$$-3 = \frac{-30}{-30-d}.$$

d = - 40 cm: vật ảo, ảnh ảo cách thấu kính một khoảng d' = - 3d = - 120 cm.

Ảnh và vật trong từng trường hợp được vẽ ở hình 2.41.



Hình 2.41

Thí dụ 2.2.27

Đặt một vật AB, cao 4 cm, trước thấu kính phân kỳ, tiêu cự 20 cm, một khoảng 20 cm. Sau kính một khoảng 50 cm, đặt một màn vuông góc với trục chính. Sau đó, đặt một thấu kính hội tụ, tiêu cự 14,4 cm, xen vào bên trong kính phân kỳ và màn. Xác định khoảng cách từ kính hội tụ đến kính phân kỳ để thu được ảnh rõ trên màn. Tìm chiều cao của ảnh.

Giải

Thấu kính phân kì tạo ảnh ảo A_1B_1 cách kính một khoảng:

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = -10 \text{ cm}.$$

Khi thêm kính hội tụ, ảnh A_1B_1 trở thành vật thật đối với kính và nằm cách màn một khoảng L = 60 cm.

Ta có hệ phương trình:

$$d_2 + d'_2 = L = 60 .$$

hay : $$d_2^2 - 60\, d_2 + 864 = 0.$$

$$d_2 = 30 \pm 6.$$

a. Kính hội tụ cách vật A_1B_1 36 cm, cách kính phân kì 26 cm, ảnh A_2B_2 = 8/ 3 cm.

b. Kính hội tụ cách vật A_1B_1 24 cm, cách kính phân kì 14 cm, ảnh A_2B_2 cao 6 cm.

Bài toán 2.2.28

Một điểm sáng S nằm trên trục chính của một thấu kính, tiêu cự 20 cm, chiếu ánh sáng đến tới kính rồi ló. Nếu sau kính đặt một màn ảnh vuông góc với trục chính thì thấy có hai vị trí của màn cách kính 50 cm và 70 cm đều thu được các vệt sáng cùng kích thước. Tìm khoảng cách từ S đến kính.

Giải

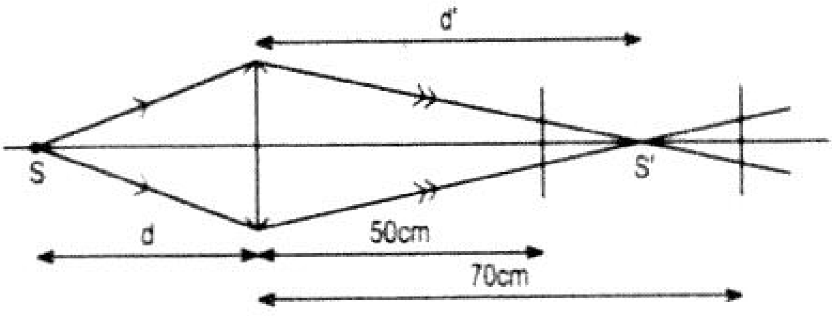
Theo điều kiện của đầu bài thì chùm ló khỏi kính phải là chùm hội tụ và kính sử dụng là kính hội tụ (hình 2.42).

Hai vị trí của màn nằm đối xứng qua ảnh S' của S, do đó khoảng cách từ S đến kính bằng trung bình cộng của hai khoảng cách từ màn đến thấu kính .

$$d' = \frac{50 + 70}{2} = 60 \text{ cm.}$$

Khoảng cách từ S đến thấu kính :

$$d = \frac{d'f}{d' - f} = 30 \text{ cm.}$$



Hình 2. 42

Bài toán 2.2.29

Đặt một vật AB cao 10 cm, nằm nghiêng một góc 60⁰ với trục chính của một thấu kính hội tụ, tiêu cự 20 cm. Đầu B nằm trên trục chính, xa kính hơn A và cách kính 30 cm. Vẽ ảnh của AB. Xác định chiều cao của ảnh đó.

Giải

Ảnh A'B ' được vẽ ở hình 2.43.

$$A'B' = \sqrt{(d'_A - d'_B)2 + (h'_A - h'_B)^2}$$

$$AH = AB \sin 60^0 = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

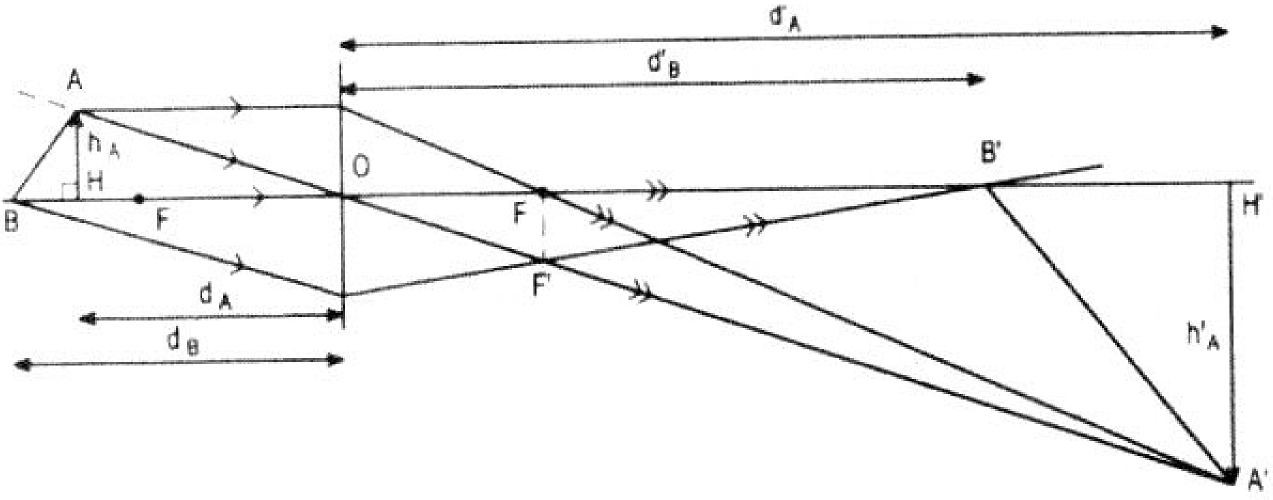
$$d_A = OB - OH = OB - AB \cos 60^0 = 25 \text{ cm}$$

$$d'_A = \frac{D_A f}{d_A - f} = \frac{25.20}{25 - 20} = 100 \text{ cm}$$

$$d'_B = \frac{d_B f}{d_B - f} = \frac{30.20}{30 - 20} = 60 \text{ cm}$$

$$h'_A = h_A \frac{d_A}{d_A} = \frac{5\sqrt{3}.100}{25} = 20\sqrt{3}$$

$$A'B' = \sqrt{1600 + 1200} = 52{,}9 \text{ cm.}$$



Hình 2.43

Bài toán 2.2.30

Một vật AB có chiều dài b nằm dọc theo trục chính của một thấu kính hội tụ, tiêu cự f. Trung điểm của AB nằm cách kính một khoảng a. Tìm chiều dài của ảnh thật A'B'.

Giải

$$d_A = a + b/2 \qquad , \quad d_B = a - b/2$$

$$d'_A = \frac{a + b/2}{a + b/2 - f} \quad , \quad d'_B = \frac{a - b/2}{a - b/2 - f}$$

$$A'B' = d'_B - d'_A = \frac{f^2 b}{(a - f)^2 - (b/2)^2}.$$

Bài toán 2.2.31

Một khối cầu có bán kính R, bằng thuỷ tinh có chiết suất n. Trên đường thẳng qua tâm O có một điểm sáng S nằm cách O một khoảng d. Vẽ ảnh của S và tìm khoảng cách từ ảnh đó đến tâm cầu.

Giải

Ảnh của S được vẽ ở hình 2..44.

Khảo sát trong điều kiện các góc đều nhỏ.

Áp dụng định lí sin cho tam giác SIO :

$$\frac{d}{\sin i} = \frac{R}{\sin \alpha} \rightarrow \alpha = \frac{Ri}{d} \qquad (1)$$

và cho tam giác S 'KO:

$$\frac{d'}{\sin i} = \frac{R}{\sin \beta} \rightarrow \beta = \frac{Ri}{d'} \qquad (2)$$

$$\alpha + \beta = R\,i\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{d'}\right)$$

So sánh hai tam giác DSS ' và DIK :

$$D = \alpha + \beta = 2\,(i - r)$$

$$2\,(i - r) = R\,i\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{d'}\right)$$

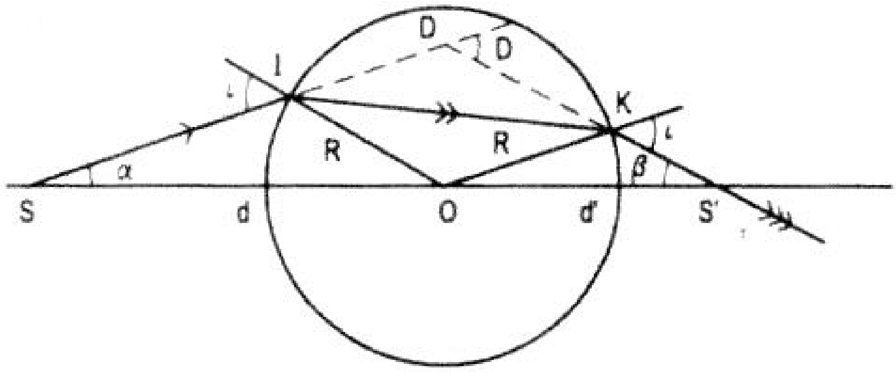
rút ra :

$$d' = \frac{diR}{2d(i-r) - iR}.$$

Chia tử và mẫu cho i :

$$d' = \frac{dR}{2d(1 - r/i) - R}$$

vì $\frac{r}{i} = \frac{1}{n}$ nên $d' = \frac{ndR}{2d(n-1) - nR}$



Hình 2.44

Bài toán 2.2.32

Kính vật một máy ảnh là một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 10$ cm và đường kính rìa $b = 2$ cm.

1. Máy được điều chỉnh để chụp ảnh một vật ở rất xa. Sau đó, dùng máy để chụp ảnh một vật ở cách xa kính vật 2 m. Giữ yên kính vật. Hỏi phải dịch phim đi một đoạn bao nhiêu để thu được ảnh rõ nét?

2. Máy được điều chỉnh để chụp ảnh của một vật ở cách xa 4 m. Phải đặt phim cách kính vật bao nhiêu? Nếu coi rằng ảnh của một điểm A là rõ nét khi vệt sáng trên màn, tạo bởi chùm sáng xuất phát từ A, có đường kính không quá 0,1 mm thì có thể điều chỉnh phim trong khoảng nào để có thể chấp nhận ảnh của vật trên còn rõ nét ?

Giải

1. Khi chụp ảnh một vật ở rất xa, phim phải đặt ở tiêu diện của kính vật, tức là cách kính 10 cm.

Muốn chụp ảnh của một vật cách kính vật 2 m phải điều chỉnh phim cách kính vật một khoảng d' :

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{200.10}{200-10} = 10{,}53\text{cm}.$$

Phải dịch vật ra xa kính vật một khoảng 5,3 mm.

2. Khi chụp ảnh của một vật cách kính vật 4 m phải đặt phim cách kính vật một khoảng d':

$$d' = \frac{df}{d-f} = 10{,}26\text{cm}.$$

Từ A' dịch phim đi một đoạn y sao cho vệt sáng trên phim có đường kính a = 0,1 mm (hình 2.45).

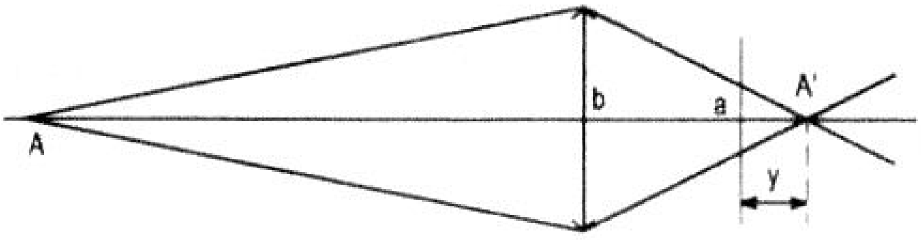
Từ hệ thức đồng dạng :

$$\frac{a}{b} = \frac{y}{d'}$$

rút ra:

$$y = \frac{ad'}{b} = 0{,}051\text{ cm}$$

Vậy, có thể dịch phim đi 0,51 mm hai bên vị trí có d' = 102,6 mm vẫn thu được một ảnh coi là rõ nét.



Hình 2.45

Chương III

ẢNH TẠO BỞI HỆ QUANG HỌC ĐỒNG TRỤC

I. CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ KHI GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ HỆ QUANG HỌC ĐỒNG TRỤC

3. 1. Mối quan hệ giữa ảnh và vật

a. Ảnh tạo bởi dụng cụ (dc) trước trở thành vật đối với dụng cụ sau.

b. Ảnh ảo tạo bởi dụng cụ trước bao giờ cũng trở thành vật thật đối với dụng cụ sau.

c. Ảnh thật tạo bởi dụng cụ trước có thể thành vật thật hay vật ảo đối với dụng cụ sau tuỳ theo nó nằm trước hay sau dụng cụ sau.

d. Trong trường hợp dụng cụ ghép sát, ảnh thật tạo bởi dụng cụ trước bao giờ cũng trở thành vật ảo đối với dụng cụ sau.

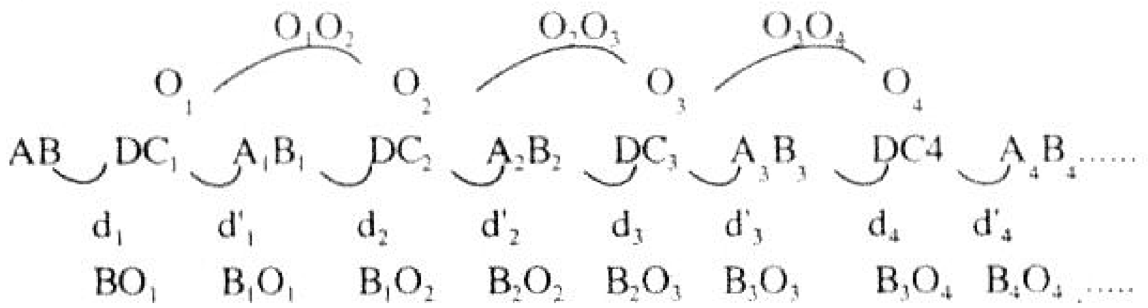
e. Muốn vẽ ảnh tạo bởi hệ dụng cụ có hai cách:

- Lần lượt vẽ ảnh tạo bởi từng dụng cụ theo các điều đã nói ở trên.

- Tiếp tục vẽ đường truyền của các tia sáng bằng các trục phụ rồi dựa vào định nghĩa để vẽ ảnh tạo bởi từng dụng cụ.

3. 2. Về lập sơ đồ tạo ảnh và lập hệ phương trình

a. Lập sơ đồ tạo ảnh


O_1O_2
O_2O_3
O_3O_4
O_1
O_2
O_3
O_4
AB
DC_1
A_1B_1
DC_2
A_2B_2
DC_3
A_3B_3
DC4
A_4B_4……
d_1
d'_1
d_2
d'_2
d_3
d'_3
d_4
d'_4
BO_1
B_1O_1
B_1O_2
B_2O_2
B_2O_3
B_3O_3
B_3O_4
B_4O_4……

b. Lập hệ phương trình

- Có n ảnh thì có 2n-1 phương trình vị trí, một phương trình chiều cao và một phương trình độ phóng đại.

- Tính d'_n theo d_n thì dùng công thức dụng cụ tạo ảnh tương ứng.

- Tính d_{n+1} theo d'_n thì dùng công thức :

$$d_{n+1} = \text{khoảng cách hai dụng cụ} - d'_n$$

- Công thức tính chiều cao của ảnh:

$$\frac{A_nB_n}{AB} = \left|\frac{d'_1d'_2\ldots d'_n}{d_1d_2..d_n}\right| \qquad (3.\ 1)$$

- Công thức độ phóng đại:

$$k = \frac{f_1}{f_1\ d_1} x \frac{f_2}{f_2 - d_2} x \ldots x \frac{f_n}{f_n - d_n} \qquad (3.\ 2)$$

c. Dụng cụ ghép sát

-Trong trường hợp các kính ghép sát, có thể thay bằng một kính có tiêu cự f được tính theo công thức sau:

$$\frac{1}{f} = \sum_i^n \frac{1}{f_i} \text{ và } D = \sum_i^n D_i\ . \qquad (3.\ 3)$$

-Trong trường hợp kính gương ghép sát, có thể thay bằng một gương có tiêu cự f được tính theo công thức:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{f_k} + \frac{1}{f_g} \qquad (3.\ 4)$$

II. MỘT SỐ BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Loại bài toán này rất đa dạng : có thể là hệ gồm các dụng cụ cùng loại, có thể là hệ gồm các dụng cụ khác loại. Tuy nhiên, nếu căn cứ vào mục đích nhằm giải quyết một yêu cầu cụ thể nào đó, ta có thể nêu ra một số loại như sau:

1. Cho vị trí của vật và các dụng cụ kèm theo các đặc trưng của chúng, vẽ ảnh tạo bởi hệ đồng thời xác định, vị trí, tính chất, chiều cao và độ phóng đại của nó.

2. Khảo sát vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh tạo bởi hệ khi dịch chuyển vật hay một trong các dụng cụ của hệ.

3. Xác định vị trí của vật để thỏa mãn về vị trí, một tính chất nào đó của ảnh tạo bởi hệ.

4. Xác định một đặc trưng nào đó của một trong các dụng cụ thuộc hệ để thỏa mãn một yêu cầu nào đó về ảnh.

Song, dù để thỏa mãn một yêu cầu cụ thể nào đó, do bài toán đề ra, ta cũng có thể xây dựng một phương pháp tổng quát giải loại bài toán hệ dụng cụ này.

Sau đây là một số bài toán nhằm giải quyết các yêu cầu trên.

3. 1. Một số bài toán tổng quát

Bài toán 3.1.1

Đặt một vật AB cao 6 cm trước một thấu kính hội tụ có tiêu cự f = 20 cm, một khoảng 25 cm, rồi sau kính 40 cm đặt một gương phẳng vuông góc với trục chính của thấu kính.

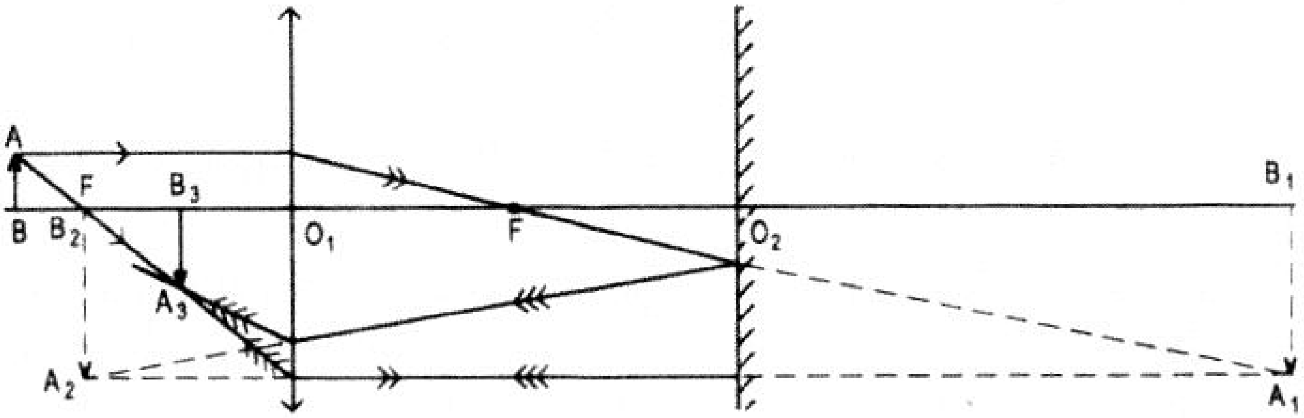
1. Vẽ ảnh của vật AB tạo bởi hệ. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh.

2. Hỏi vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh biến đổi như thế nào khi dịch chuyển vật AB từ kính ra xa vô cùng.

Giải

1. Các tia sáng xuất phát từ AB đi qua thấu kính, tạo ảnh A_1B_1, tới gương rồi phản xạ tạo ảnh A_2B_2 các tia phản xạ lại qua kính tạo ảnh A_3B_3.

Các ảnh được vẽ ở hình 3.1.



Hình 3.1

Sơ đồ tạo ảnh như sau:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & \overset{O_1O_2}{\frown} & & & & \overset{O_2O_1}{\frown} & & & \\
 & O_1 & & & & & & O_2 & & & & O_1 & \\
AB & \smile & TK & \smile & A_1B_1 & \smile & Gg & \smile & A_2B_2 & \smile & TK & \smile & A_3B_3 \\
 & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & & d_3 & & d'_3 & \\
 & BO_1 & & B_1O_1 & & B_1O_2 & & B_2O_2 & & B_2O_1 & & B_3O_1 &
\end{array}$$

Hệ công thức được lập theo sơ đồ tạo ảnh:

$$d_1 = \frac{d_1 f_k}{d_1 - f_k}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1$$

$$d'_2 = - d_2$$

$$d_3 = O_1O_2 - d'_2$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_k}{d_3 - f_k}$$

$$\frac{A_3B_3}{AB} = \left|\frac{d'_1 d'_2 d_3}{d_1 d_2 d_3}\right| \text{ và}$$

$$k = k_1k_2k_3 = \frac{f_k}{d_1 - f_k} \times -1 \times \frac{f_k}{d_3 - f_k} \ .$$

Áp dụng bảng số ta được:

$d'_1 = 100$ cm, $d_2 = - 60$ cm,

$d'_2 = 60$ cm, $d_3 = - 20$ cm,

$d'_3 = 10$ cm > 0 : ảnh thật

$A_3B_3 = 12$ cm.

2. Khảo sát vị trí, tính chất của ảnh khi dịch chuyển AB:

Lập hàm số $d'_3 = f(d_1)$

$$d_1 = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d_2 = 40 - \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d'_2 = - 40 + \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d_3 = 80 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{60d_1 - 1600}{d_1 - 20}$$

$$d'_3 = \frac{\dfrac{60d_1 - 1600}{d_1 - 20}.20}{\dfrac{60d_1 - 1600}{d_1 - 20} - 20} = \frac{30d_1 - 800}{d_1 - 30}.$$

Bảng biến thiên được lập như sau:

d_1	0		80/3		30		$+\infty$
TS		-	0	+	|	+	
MS		-	|	-	0	+	
d'_3	80/3	+	0	-	$-\infty$ || $+\infty$	+	30
		ảnh thật		ảnh ảo		ảnh thật	

Qua bảng ta có thể kết luận như sau:

- Khi vật AB chạy từ kính đến vị trí cách kính 80/ 3 cm ảnh A_3B_3 là ảnh thật chạy từ vị trí cách kính 80/3 cm đến sát kính.

- Khi vật AB chạy từ vị trí cách kính 80/3 cm đến vị trí cách kính 30 cm, ảnh A_3B_3 là ảnh ảo chạy từ kính đến - ∞.

- Khi vật AB chạy từ vị trí cách kính 30 cm ra xa vô cùng ảnh A_3B_3 là ảnh thật chạy từ + ∞ đến vị trí cách kính 30 cm.

Khảo sát chiều cao của ảnh khi dịch chuyển vật AB:

Lập hàm số $|k| = g(d_1)$

$$k = \frac{20}{d_1 - 20} \times 1 \times \frac{20}{\dfrac{60d_1 - 1600}{d_1 - 20} - 20} = \frac{10}{d_1 - 30}$$

d_1	0		30		$+\infty$
TS		+	$\vert$	+	
MS		-	0	+	
k	$-1/3$	-	$-\infty \parallel +\infty$	+	0
$\lvert k \rvert$	$1/3$	+	$+\infty \parallel +\infty$	+	0

- Khi vật AB chạy từ kính đến vị trí cách kính 30 cm chiều cao của ảnh A_3B_3 lớn dần lên.

- Khi vật AB chạy từ vị trí cách kính 30 cm ra xa vô cùng chiều cao của ảnh A_3B_3 nhỏ dần đi.

Bài toán 3.1.2

Trước thấu kính hội tụ L_1 có tiêu cự $f_1 = 2$ cm đặt một vật AB cách kính 1 cm. Sau kính này 7 cm đặt đồng trục một thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự $f_2 = 8$ cm.

1. Tìm độ phóng đại của ảnh tạo bởi hệ.

2. Muốn tăng độ phóng đại này có hai cách:

a. Giữ yên hai kính, từ vị trí đầu dịch vật AB lại gần kính L_1 hay ra xa kính L_1?

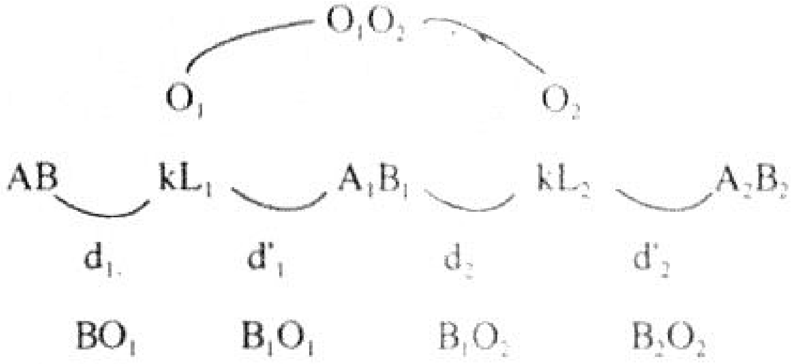
b. Giữ yên vật AB, từ vị trí đầu dịch kính L_1 ra xa vật hay lại gần vật?

Trong hai cách trên cách nào làm cho độ phóng đại tăng nhanh hơn?

Giải

1. Ánh sáng từ AB qua kính L_1 tạo ảnh A_1B_1 rồi qua kính L_2 tạo ảnh A_2B_2.

Sơ đồ tạo ảnh như sau:


O_1O_2
O_1
O_2
AB
kL_1
A_1B_1
kL_2
A_2B_2
d_1
d'_1
d_2
d'_2
BO_1
B_1O_1
B_1O_2
B_2O_2

Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{1.2}{1-2} = -2\,\text{cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 7 + 2 = 9\ \text{cm}$$

$$k = \frac{f_1}{d_1 - f_1} \times \frac{f_2}{d_2 - f_2} = \frac{2.8}{-1.1} = -16 < 0\ .$$

A_2B_2 ngược chiều với AB.

2a. Khi vật AB dịch chuyển thì d_1 thay đổi:

$$d'_1 = \frac{2d_1}{d_1 - 2}$$

$$d_2 = 7 - \frac{2d_1}{d_1 - 2} = \frac{5d_1 - 14}{d_1 - 2}$$

$$k = \frac{2}{d_1 - 2} \times \frac{8}{\dfrac{5d_1 - 14}{d_1 - 2} - 8} = \frac{16}{-3d_1 + 2}\ .$$

Bảng biến thiên:

d_1	0	2/3	1	$+\infty$
k	8	$+\infty$ || $-\infty$	-16	0
$\lvert k \rvert$	8	$+\infty$ || $+\infty$	16	0

Qua bảng ta thấy: muốn tăng độ phóng đại phải dịch vật từ vị trí ban đầu đi một đoạn bằng 1/3 cm lại gần kính L_1.

2b. Khi dịch kính L_1, không những d_1 thay đổi mà O_1O_2 cũng thay đổi nhưng khoảng cách BO_2 lại không đổi và bằng 8 cm. Do đó $O_1O_2 = 8 - d_1$.

$$d_1 = \frac{2d_1}{d_1 - 2}$$

$$d_2 = 8 - d_1 - \frac{2d_1}{d_1 - 2} = \frac{-d_1^2 + 8d_1 - 16}{d_1 - 2}$$

$$k = \frac{2}{d_1 - 2} \times \frac{8}{\frac{-d_1^2 + 8d_1 - 16}{d_1 - 2} - 8} = \frac{16}{d_1^2}$$

$$|k| = \frac{16}{d_1^2}.$$

Vậy, muốn tăng độ phóng đại phải giảm d_1 bằng cách dịch kính L_1 lại gần vật AB.

Muốn so sánh độ phóng đại trong trường hợp nào tăng nhanh hơn ta so sánh độ dốc của đồ thị của hai hàm số tại $d_1 = 1$ cm:

Trường hợp a: $\quad tga = k' = \dfrac{-16.-3}{(-3d_1 + 2)^2} = 48.$

Trường hợp b: $\quad tgb = k' = \dfrac{16.2d_1}{d_1^4} = 32.$

Vậy ở trường hợp a độ phóng đại tăng nhanh hơn.

Bài toán 3.1.3

Dùng một thấu kính hội tụ tiêu cự $f_1 = 100$ cm để thu ảnh của một cái tháp cao 10 m ở cách xa 1 km.

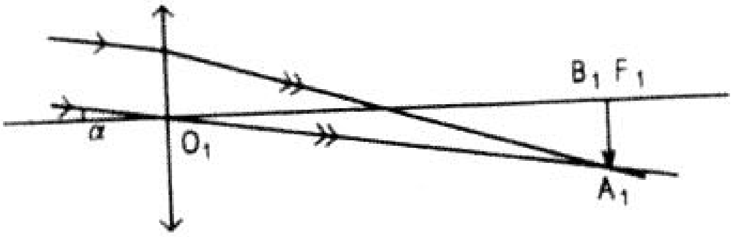
1. Vẽ ảnh A_1B_1 của cái tháp. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh.

2. Sau kính hội tụ đặt đồng trục một thấu kính phân kỳ tiêu cự f_2 = - 30 cm. Hỏi phải đặt kính phân kỳ cách kính hội tụ một khoảng bao nhiêu để hệ tạo một ảnh ảo cùng chiều với AB?

3. Vẽ ảnh của cái tháp khi hai kính cách nhau 40 cm. Xác định vị trí tính chất và chiều cao của ảnh.

Giải

1. Ảnh A_1B_1 được vẽ như hình 3. 2



Hình 3.2

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = f_1 = 100 \text{ cm}$$

$$A_1B_1 = O_1F_1 \text{tg}\alpha = \frac{AB}{d_1} = 100\,\frac{10}{1000} = 1 \text{ cm}.$$

2. Sơ đồ tạo ảnh:

O_1O_2

O_1 O_2

AB kht A_1B_1 kfk A_2B_2

d_1 d'_1 d_2 d'_2

BO_1 B_1O_1 B_1O_2 B_2O_2

Theo quy ước:

- ảnh A_2B_2 ảo : $d'_2 < 0$

- ảnh A_2B_2 cùng chiều AB : $k > 0$

Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 100 \text{ cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = x - 100$$

$$d_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30(x-100)}{x - 100 + 30} = \frac{30(100-x)}{x-70} < 0 \ .$$

Suy ra: $x < 70$ hoặc $x > 100$

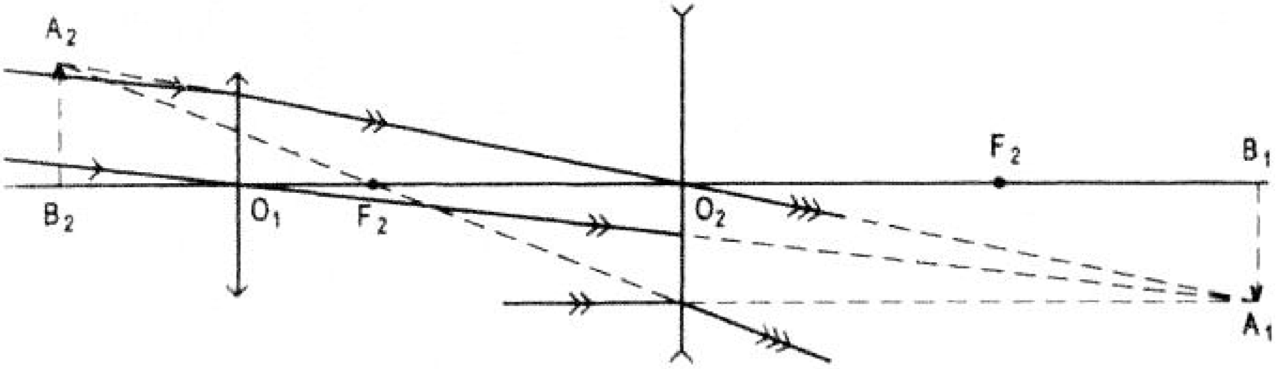
Độ phóng đại:

$$k = k_1 k_2 > 0$$

$$k_1 > 0, \qquad k_2 = \frac{f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30}{x-70} > 0 \ .$$

Suy ra : $x < 70$

Kết hợp hai điều kiện ta thấy: khoảng cách 2 kính phải nhỏ hơn 70 cm.



Hình 3.3

3. Theo hệ phương trình trên:

$$d_2 = 40 - 100 = -60 \text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{-60(-30)}{-60 + 30} = -60 \text{ cm}$$

$$A_2B_2 = A_1B_1 \left|\frac{d'_2}{d_2}\right| = 1 \text{ cm}$$

Ảnh A_2B_2 được vẽ ở hình 3.3

Bài toán 3.1.4

Một hệ đồng trục gồm 3 thấu kính mỏng có độ tụ D_1 = 10 điốp, D_2 = - 10 điốp, D_3 = 10 điốp đặt cách nhau những khoảng bằng 5 cm.

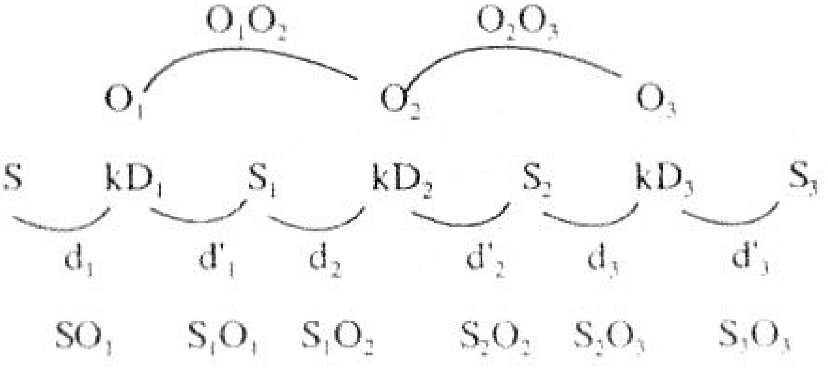
1. Một chùm sáng song song với trục chính tới thấu kính D_1. Hỏi sau khi qua hệ chùm sáng hội tụ tại một điểm cách kính D_3 một khoảng bằng bao nhiêu? Vẽ đường truyền của chùm sáng.

2. Tìm khoảng cách từ một điểm sáng S nằm trên trục chính đến thấu kính D_1 để hệ tạo một ảnh nằm đối xứng với S qua hệ

Giải

Sơ đồ tạo ảnh:

1.


O_1O_2
O_2O_3
O_1
O_2
O_3
S
kD_1
S_1
kD_2
S_2
kD_3
S_3
d_1
d'_1
d_2
d'_2
d_3
d'_3
SO_1
S_1O_1
S_1O_2
S_2O_2
S_2O_3
S_3O_3

Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1}{d_1D_1 - 1}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1$$

$$d'_2 = \frac{d_2}{d_2D_2 - 1}$$

$$d_3 = O_2O_3 - d'_2$$

$$d'_3 = \frac{d_3}{d_3D_3 - 1} .$$

Chùm sáng song song tới kính D_1, coi như xuất phát từ S ở vô cực :

$$d_1 = \infty$$

$$d'_1 = \frac{1}{10} \text{ m}$$

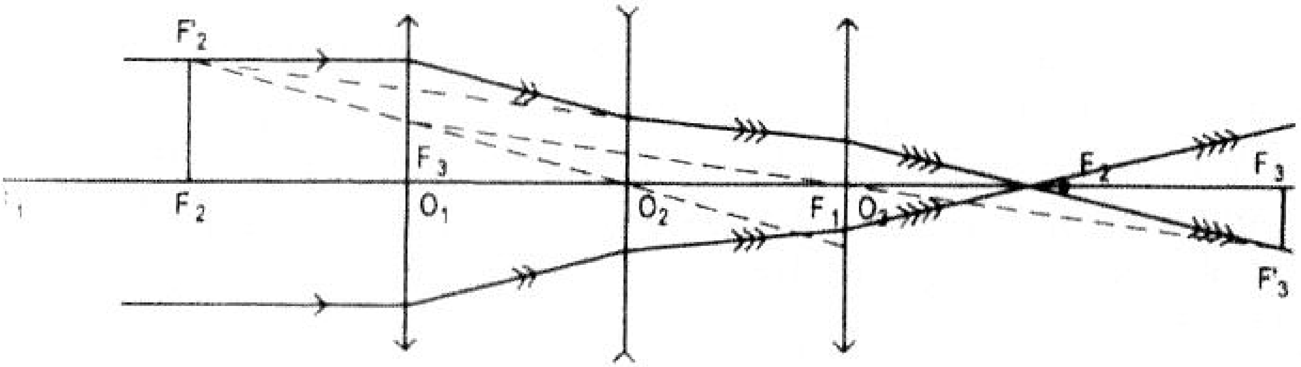
$$d_2 = 0,05 - \frac{1}{10} = -0,05 \text{ m}$$

$$d'_2 = \frac{-0,05}{-0,05(-10) - 1} = 0,10 \text{ m}$$

$$d'_3 = \frac{-0,05}{-0,05.10 - 1} = 0,033 \text{ m} > 0 \text{ : ảnh thật .}$$

S_3 là điểm hội tụ .

Đường truyền của chùm sáng được vẽ ở hình 3.4



Hình 3.4

2. Ảnh S_3 đối xứng với S qua hệ nên là ảnh thật:

$$d'_3 = d_1$$

$$d'_1 = \frac{d_1}{10d_1 - 1}$$

$$d_2 = 0,05 - \frac{d_1}{10d_1 - 1} = \frac{-0,5d_1 - 0,05}{10d_1 - 1}$$

$$d'_2 = \frac{\dfrac{-0,5d_1 - 0,05}{10d_1 - 1}}{-10\dfrac{-0,5d_1 - 0,05}{10d_1 - 1} - 1} = \frac{-0,5d_1 - 0,05}{-5d_1 + 1,5}$$

$$d_3 = 0,05 - \frac{-0,1d_1 - 0,01}{-d_1 + 0,3} = \frac{0,05d_1 + 0,025}{-d_1 + 0,3}.$$

Mặt khác: $d_3 = \dfrac{d_1}{10d_1 - 1}$.

$$\frac{0,05d_1 + 0,025}{-d_1 + 0,3} = \frac{d_1}{10d_1 - 1}$$

$$1,5d_1^2 - 0,10d_1 - 0,025 = 0$$

Giải phương trình ta được: $d_1 = 0,1667$ m = 16,67 cm.

PHƯƠNG PHÁP TỔNG QUÁT GIẢI CÁC LOẠI BÀI TOÁN VỀ HỆ QUANG HỌC ĐỒNG TRỤC

1. Theo đầu bài vẽ vật và các dụng cụ. Nếu cho vị trí của vật và các dụng cụ thì phải vẽ chính xác.

2. Hình dung một cách cụ thể đường truyền của một tia sáng xuất phát từ vật qua các dụng cụ để từ đó xác định xem, ngoài ảnh cuối cùng tạo bởi hệ, còn có bao nhiêu ảnh trung gian, với chú ý là, các tia ló khỏi một dụng cụ và các tia phản xạ từ một dụng cụ đều tạo một ảnh.

3. Lập sơ đồ tạo ảnh theo mẫu 5.1.4a.

4. Căn cứ vào sơ đồ tạo ảnh lập hệ phương trình theo quy tắc 5.1.4b.

5. Dùng hệ phương trình để thực hiện yêu cầu cụ thể của bài toán.

+ Với yêu cầu (1) thì cứ giải theo hệ phương trình là nhất định ra đáp số cuối cùng.

Riêng về vẽ ảnh của vật tạo bởi hệ thì có thể có hai cách:

1/ Vẽ ảnh tạo bởi từng dụng cụ bằng cách dùng ảnh tạo bởi dụng cụ trước làm vật đối với dụng cụ sau để vẽ tiếp ảnh.....

2/ Vẽ đường truyền của hai tia sáng xuất phát từ vật qua hệ rồi dựa vào định nghĩa mà vẽ ảnh.

+ Với yêu cầu (2) cần lưu ý những điểm sau:

1/ Nếu cần xác định vị trí, tính chất của ảnh A_nB_n biến đổi như thế nào khi:

- dịch chuyển vật: dựa vào hệ phương trình lập hàm số $d'_n = f(d_1)$, sau đó lập bảng biến thiên để xét sự dịch chuyển của ảnh (d'_n) và sự thay đổi tính chất của ảnh theo sự dịch chuyển của vật (d_1).

- Khi dịch chuyển dụng cụ: dựa vào hệ phương trình lập hàm số d'_n = g (khoảng cách hai dụng cụ) rồi cũnglập bảng biến thiên và xét dấu của d'_n.

2/ Nếu cần xác định chiều cao của ảnh biến đổi như thế nào khi một trong hai trường hợp trên xảy ra thì lập hàm số:

$$|k| = \frac{A_nB_n}{AB} = f(d_1) \text{ hay } = f \text{ (khoảng cách hai dụng cụ)}$$

Trong trường hợp cần thiết thì lập bảng biến thiên.

+ Đối với các yêu cầu (3) và (4) cũng giải quyết như yêu cầu (2), dĩ nhiên là có sự khác biệt đôi chút tùy theo yêu cầu cụ thể của bài toán.

Bài toán 3.1.4

Đặt một vật AB trước thấu kính hội tụ, tiêu cự 20 cm, một khoảng bằng 30 cm rồi sau kính 40 cm đặt đồng trục một gương cầu lồi tiêu cự 30 cm.

1. Xác định vị trí, tính chất và độ phóng đại của ảnh tạo bởi hệ.

2. Hỏi phải đặt vật cách kính một khoảng bằng bao nhiêu để hệ tạo một ảnh thật cao gấp hai lần vật.

Giải

Xem sơ đồ tạo ảnh ở bài giải 3.1.1.

$$d_1 = \frac{d_1 f_k}{d_1 - f_k} = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d_1' = 40 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{20d_1 - 800}{d_1 - 20}.$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_g}{d_2 - f_g} = \frac{480 - 12d_1}{d_1 - 28}$$

$$d_3 = O_1O_2 - d_2' = \frac{52d_1 - 1600}{2d_1 - 28}$$

$$d_3' = \frac{d_3 f_k}{d_3 - f_k} = \frac{65d_1 - 2000}{2d_1 - 65}.$$

1. Với $d_1 = 30$ $d'_3 = 10$ cm.

$$k = \frac{f_k}{f_k - d_1} \times \frac{f_g}{f_g - d_2} \times \frac{f_k}{f_k - d_3} = -3$$

A_3B_3 ngược chiều với AB.

2. Tìm d_1 để A_3B_3 là ảnh thật : $d_3' > 0$

suy ra: $d_1 < 30,76$ hoặc $d_1 > 32,5$.

Vì không cho rõ A_3B_3 cùng chiều hay ngược chiều với AB nên phải giải hai lần : k = 2 và k = - 2 rồi so sánh với kết quả của bất phương trình trên để loại nghiệm.

$$k = \frac{-15}{65 - 2d_1}\ .$$

Với $k = 2$: $d_1 = 36,25$ cm: A_3B_3 là ảnh thật, cùng chiều với AB

$k = -2$: $d_1 = 28,75$ cm: A_3B_3 là ảnh thật, ngược chiều với AB.

Bài toán 3.1.5

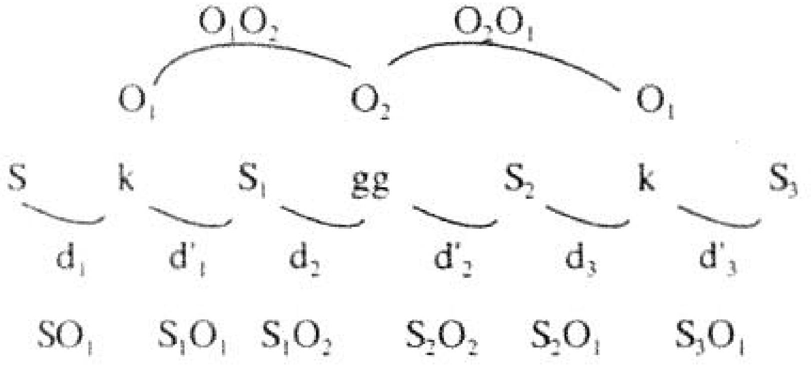
Một thấu kính hội tụ, tiêu cự 12 cm, đặt đồng trục và trước một gương cầu lõm, tiêu cự 5 cm, một khoảng a = 35 cm. Trước thấu kính một khoảng 20 cm, có một điểm sáng S nằm trên trục chính.

1. Xác định vị trí, tính chất của ảnh tạo bởi hệ.

2. Giữ thấu kính và điểm sáng S cố định, dịch chuyển gương. Tìm vị trí của gương để ảnh tạo bởi hệ nằm trùng với S. Vẽ hình.

Giải

1. Sơ đồ tạo ảnh:



Lập hệ phương trình ta tính được : $d'_3 = 12$ cm.

2. Vì ảnh S_3 trùng với S nên nó phải là ảnh thật và $d'_3 > 0$

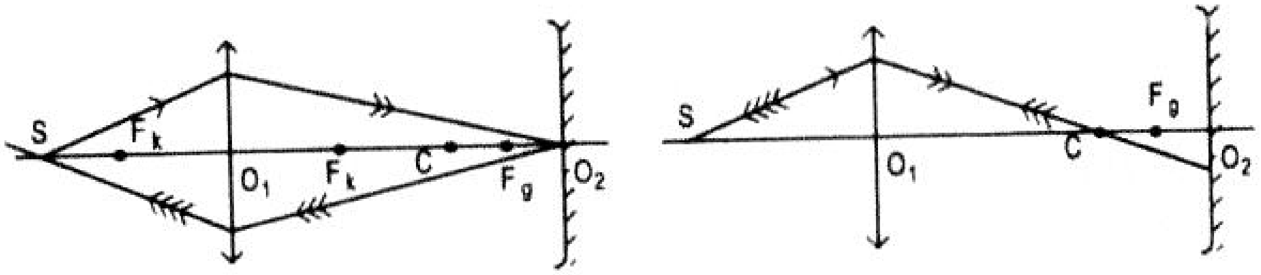
$$d'_3 = 20 \text{ cm}.$$

Dùng $O_1O_2 = x$ làm biến số, tìm d'_3 và cho $d'_3 = 20$ để rút ra:

$$x^2 - 70x + 1200 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm: x = 30 cm và x = 40 cm.

Ảnh S_2 trong hai trường hợp được vẽ ở hình 3.5:



Hình 3.5

3. 2. Bài toán về hệ hai gương

Hai gương quay mặt phản xạ vào nhau tạo vô số ảnh. Vì thế trong các bài toán loại này thường phải có yêu cầu rõ ràng là nghiên cứu đến ảnh thứ mấy.

Bài toán 3.2.1

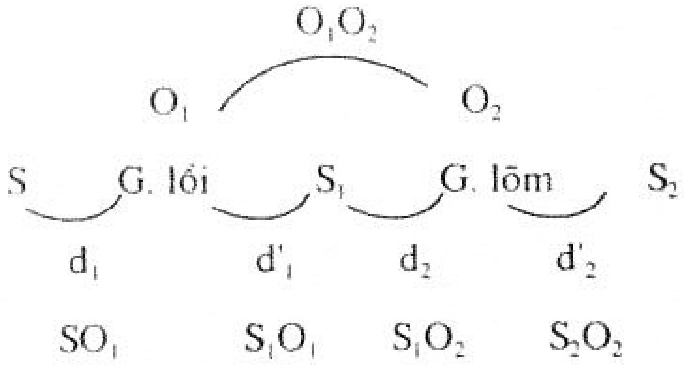
Có một gương cầu lõm và một gương cầu lồi, cùng bán kính R, đặt đồng trục và cách nhau một khoảng 2R.

Một điểm sáng S nằm trên trục chính chiếu ánh đến gương lõm, phản xạ sang gương lồi rồi phản xạ tiếp và hội tụ tại S. Tìm khoảng cách từ S đến gương lõm.

Giải

Theo đầu bài, ánh sáng phản xạ từ gương lõm tạo ảnh S_1, ảnh này trở thành vật đối với gương lồi và ánh sáng phản xạ từ gương lồi tạo ảnh S_2.

Sơ đồ tạo ảnh như sau:



Vì chùm sáng phản xạ từ gương lồi là chùm hội tụ, S_2 là ảnh thật của S_1 tạo bởi gương lồi và nằm trùng với S.

Do đó : $d'_2 = O_1O_2 - d_1 = 2R - d_1$

$$d'_1 = \frac{d_1\dfrac{R}{2}}{d_1 - \dfrac{R}{2}} = \frac{d_1R}{2d_1 - R}$$

$$d_2 = 2R - \frac{d_1R}{2d_1 - R} = \frac{3d_1R - 2R^2}{2d_1 - R}$$

$$d'_2 = \frac{\dfrac{3d_1R - 2R^2}{2d_1 - R}\left(\dfrac{R}{2}\right)}{\dfrac{3d_1R - 2R^2}{2d_1 - R} + \dfrac{R}{2}} = \frac{-3d_1R + 2R^2}{8d_1 - 5R} = 2R - d_1 .$$

Rút gọn ta được phương trình bậc hai:

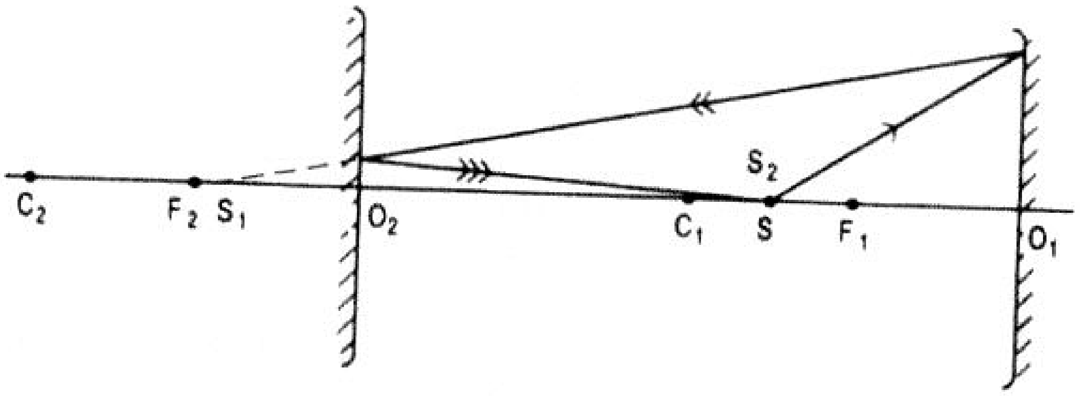
$$2d_1^2 - 6Rd_1 + 3R^2 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm:

$$d_1 = R\,\frac{3 - \sqrt{3}}{2} \qquad \text{và}$$

$$d_1 = R\,\frac{3 + \sqrt{3}}{2} > 2R \text{ :loại .}$$

Đường truyền của ánh sáng được minh họa ở hình 3.6



Hình 3.6

Bài toán 3.2.2

Đặt một vật AB trước gương lõm tiêu cự 10 cm một khoảng 12, 5 cm rồi đặt đồng trục một gương lồi tiêu cự 15 cm. Tìm khoảng cách từ gương lồi đến gương lõm để ảnh thứ hai tạo bởi hệ gương lõm - gương lồi nằm trên mặt gương lõm.

Giải

Sơ đồ tạo ảnh như ở bài giải 3.2.1.

A_2B_2 là ảnh của A_1B_1 tạo bởi gương lồi nằm trên mặt gương lõm là ảnh thật nằm cách gương lồi một khoảng $d'_2 = O_1O_2 = x$

$$d'_1 = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \frac{12{,}5.10}{12{,}5 - 10} = 50\,\text{cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d_1' = x - 50$$

$$d'_2 = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(x - 50)(-15)}{x - 50 + 15} = x$$

$$x^2 - 20\,x - 750 = 0$$

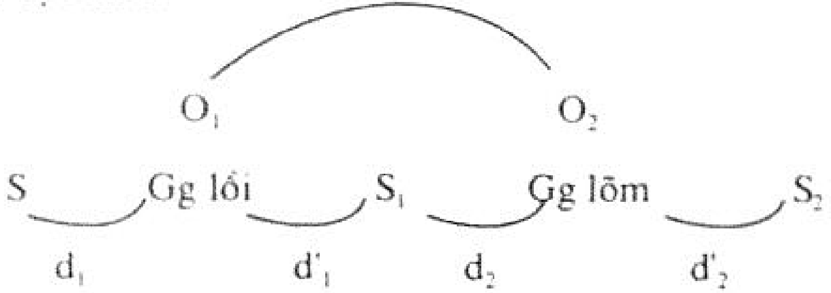
$$x = 39{,}15\ \text{cm}.$$

Bài toán 3.2.3

Có một gương cầu lõm, tiêu cự 30 cm và một gương cầu lồi, tiêu cự 20 cm, đặt đồng trục. Bên trong hai gương có một điểm sáng S, nằm trên trục chính, trước gương lồi 20 cm. Tìm khoảng cách giữa hai gương để ánh sáng từ S chiếu tới gương lồi, phản xạ sang gương lõm rồi phản xạ tiếp và hội tụ tại S.

Giải

Sơ đồ tạo ảnh:



S_2 trùng với S : $d_2' = O_1O_2 - d_1$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20(-20)}{20 + 20} = -10\text{cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = x + 10$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(x + 10)30}{x + 10 - 30} = x - 20$$

$$x^2 - 70\,x + 100 = 0$$

$$x_1 = 68,541 \text{ cm}$$

$$x_2 = 1,46 \text{ cm (loại)}$$

Bài toán 3.2.4

Úp một gương cầu lồi có đường kính rìa bằng 6 cm, tiêu cự bằng 30 cm vào mặt một gương cầu lõm có đường kính rìa bằng 12 cm và tiêu cự 20 cm sao cho trục chính của chúng trùng nhau. Đặt một vật AB cao 4 cm trước hai gương 30 cm.

1. Vẽ ảnh của AB tạo bởi hai gương. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của hai ảnh đó.

2. Muốn nhìn vào hai gương thấy hai ảnh của AB cao gấp 4 lần nhau thì phải đặt AB cách hai gương một khoảng bằng bao nhiêu?

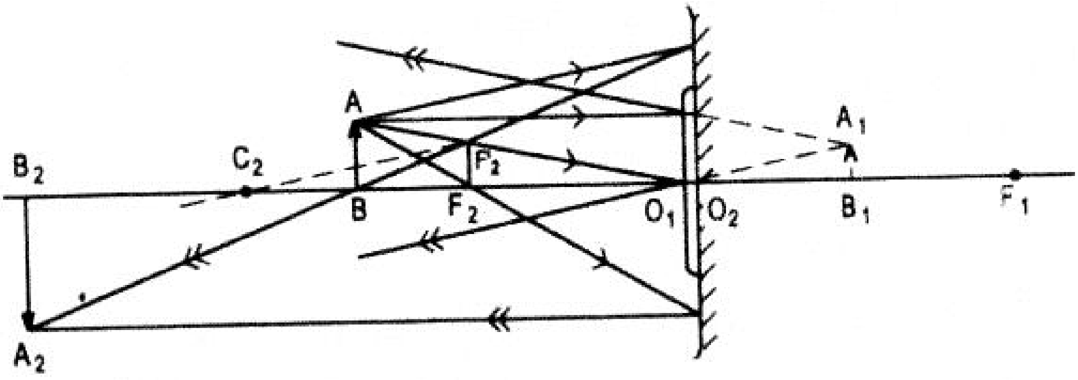
3. Thay vật AB bằng một nguồn sáng điểm S nằm trên trục chính và cách hai gương 15 cm rồi đặt một màn vuông góc với trục chính và cách hai gương 60 cm. Hỏi hình dạng và kích thước các vệt sáng trên màn như thế nào?

Hướng dẫn

1. Từ AB có ánh sáng chiếu tới mặt hai gương rồi phản xạ. Ánh sáng phản xạ từ gương nào thì tạo ảnh bởi gương đó. Muốn vẽ ảnh tạo bởi gương lồi thì dùng các tia đặc biệt, còn muốn vẽ ảnh tạo bởi gương lõm thì từ A phải kẻ hai tia tới bất kỳ rồi dùng trục phụ để vẽ các tia phản xạ (hình 3.7).

Giải độc lập hai gương để xác định vị trí, chiều cao và tính chất của từng ảnh.

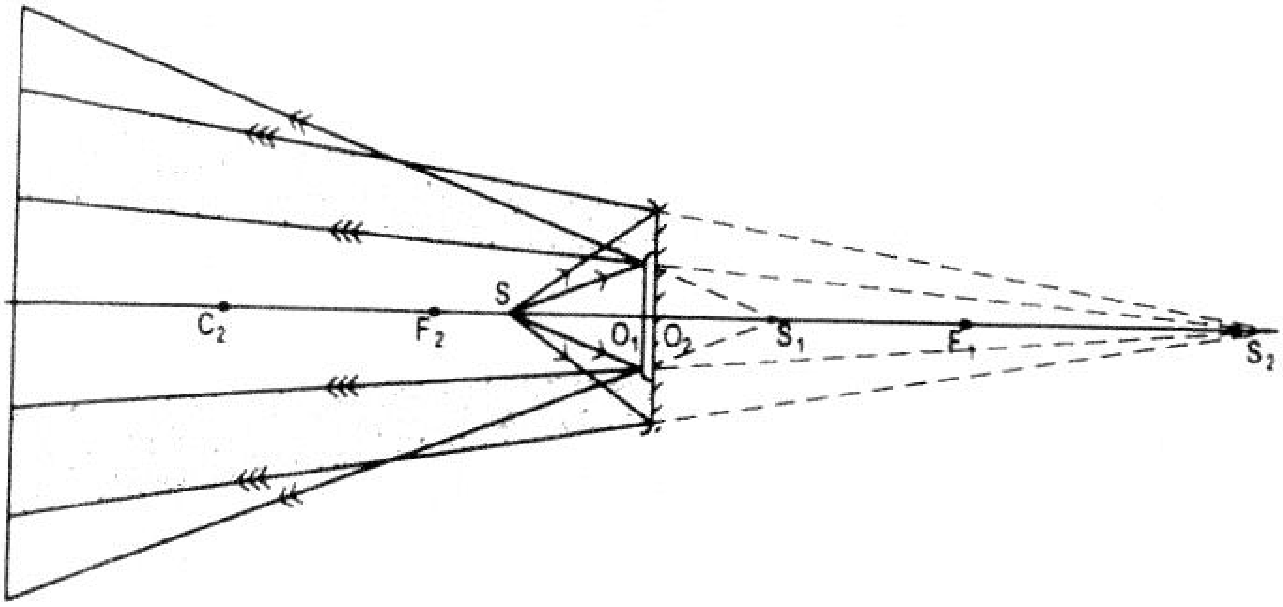
Kết quả: ảnh tạo bởi gương lồi là ảnh ảo cao 2 cm, cách gương 15 cm, ảnh tạo bởi gương lõm là ảnh thật cao 8 cm, cách gương 60 cm.



Hình 3.7

2. Coi khoảng cách d từ AB đến hai gương là ẩn số, tìm chiều cao của hai ảnh rồi lập tỷ số để rút ra d = 90/ 7 cm.

3. Vẽ ảnh của S tạo bởi hai gương rồi kẻ các tia phản xạ xuất phát từ mép từng gương và có phương đi qua các ảnh (hình 3.8).



Hình 3.8

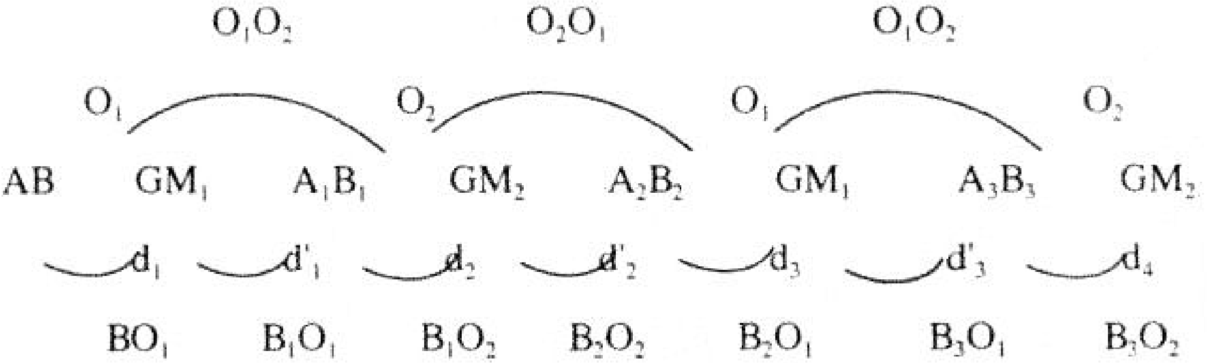
Kết quả là trên màn có một vệt sáng hình vành khăn do gương lõm tạo ra và một vệt sáng hình mặt tròn do gương lồi tạo ra. Chỗ nào hai vệt sáng trùng nhau thì chỗ đó sáng hơn những chỗ khác.

Tính đường kính của các vệt sáng theo các tam giác đồng dạng có đỉnh chung là các ảnh và có đáy là đường kính của các rìa gương và các vệt sáng.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ HỆ HAI GƯƠNG

Phương pháp giải loại bài toán này nằm trong phương pháp giải các bài toán về hệ dụng cụ.

Sơ đồ tạo ảnh như sau:


O_1O_2
O_2O_1
O_1O_2
O_1
O_2
O_1
O_2
AB
GM_1
A_1B_1
GM_2
A_2B_2
GM_1
A_3B_3
GM_2
d_1
d'_1
d_2
d'_2
d_3
d'_3
d_4
BO_1
B_1O_1
B_1O_2
B_2O_2
B_2O_1
B_3O_1
B_3O_2

Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \frac{d_1}{d_1D_1 - 1}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1$$

$$d'_2 = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = \frac{d_2}{d_2D_2 - 1}$$

$$d_3 = O_2O_1 - d'_2$$

....

$$\frac{A_nB_n}{AB} = \left|\frac{d'_1d'_2d'_3 \ldots d'_n}{d_1d_2d_3 .. d_n}\right|$$

$$k = \frac{f_1}{d_1 - f_1} \times \frac{f_2}{d_2 - f_2} \times \frac{f_3}{d_3 - f_3} \times \ldots \times \frac{f_n}{d_n - f_n}$$

$$k = \frac{1}{d_1D_1 - 1} \times \frac{1}{d_2D_2 - 1} \times \ldots$$

Trong trường hợp gương phẳng cho f = ∞

3. 3. Bài toán về hệ các thấu kính

Bài toán 3.3.1

Đặt một vật AB cao 4 cm trước thấu kính hội tụ L_1 tiêu cự 20 cm một khoảng 25 cm rồi sau kính đó 60 cm đặt đồng trục một thấu kính hội tụ L_2 tiêu cự 40 cm.

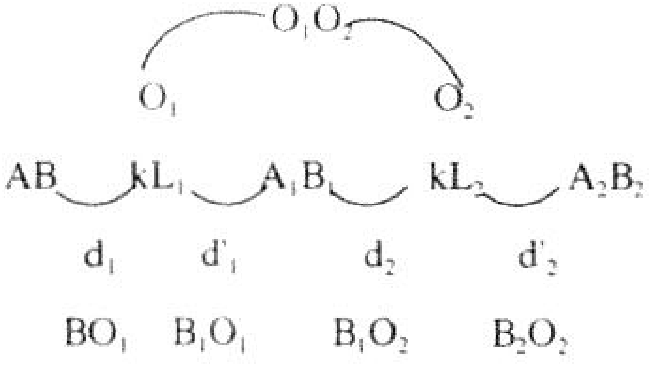
1. Vẽ ảnh của AB tạo bởi hệ. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh.

2. Thay kính L_2 bằng một kính phân kỳ L_3 cùng tiêu cự. Hỏi phải đặt kính L_3 cách kính L_1 một khoảng bằng bao nhiêu để hệ tạo một ảnh thật cao gấp 10 lần AB?

3. Với vị trí của L_3 đã được xác định ở câu 2, đem đổi chỗ hai kính L_1 và L_3 cho nhau. Vẽ ảnh của AB tạo bởi hệ. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh.

Giải

1. Sơ đồ tạo ảnh:



Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

$$A_2B_2 = AB\left|\frac{d'_1d'_2}{d_1d_2}\right|$$

$$k = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \times \frac{f_2}{f_2 - d_2}$$

Áp dụng bằng số:

$$d_1 = \frac{25.20}{25 - 20} = 100\,\text{cm}$$

$$d_2 = 60 - 100 = -40$$

$$d'_2 = \frac{-40.40}{-40 - 420} = 20\text{ cm} > 0 : \text{ảnh thật}$$

$$A_2B_2 = 4.\ \frac{100.20}{25.40} = 8\text{ cm.}$$

2. Khi thay bằng kính phân kỳ:

$$d'_1 = 100\text{ cm}$$

$$d_2 = x - 100$$

$$d'_2 = \frac{(x - 100)(-40)}{x - 100 + 40} > 0 : \text{ảnh thật}$$

Giải bất phương trình ta được: $60\text{ cm} < x < 100\text{ cm}$

Vì không cho chiều của A_2B_2 nên : $k = \pm 10$

$$k = \frac{20(-40)}{(25 - 20)(x - 60)} = \pm 10$$

nếu $k = 10$ thì $x = 44$ cm ; nếu $k = -10$ thì $x = 76$ cm

Kết hợp với điều kiện $d'_2 > 0$ ta chọn $l = 76$ cm.

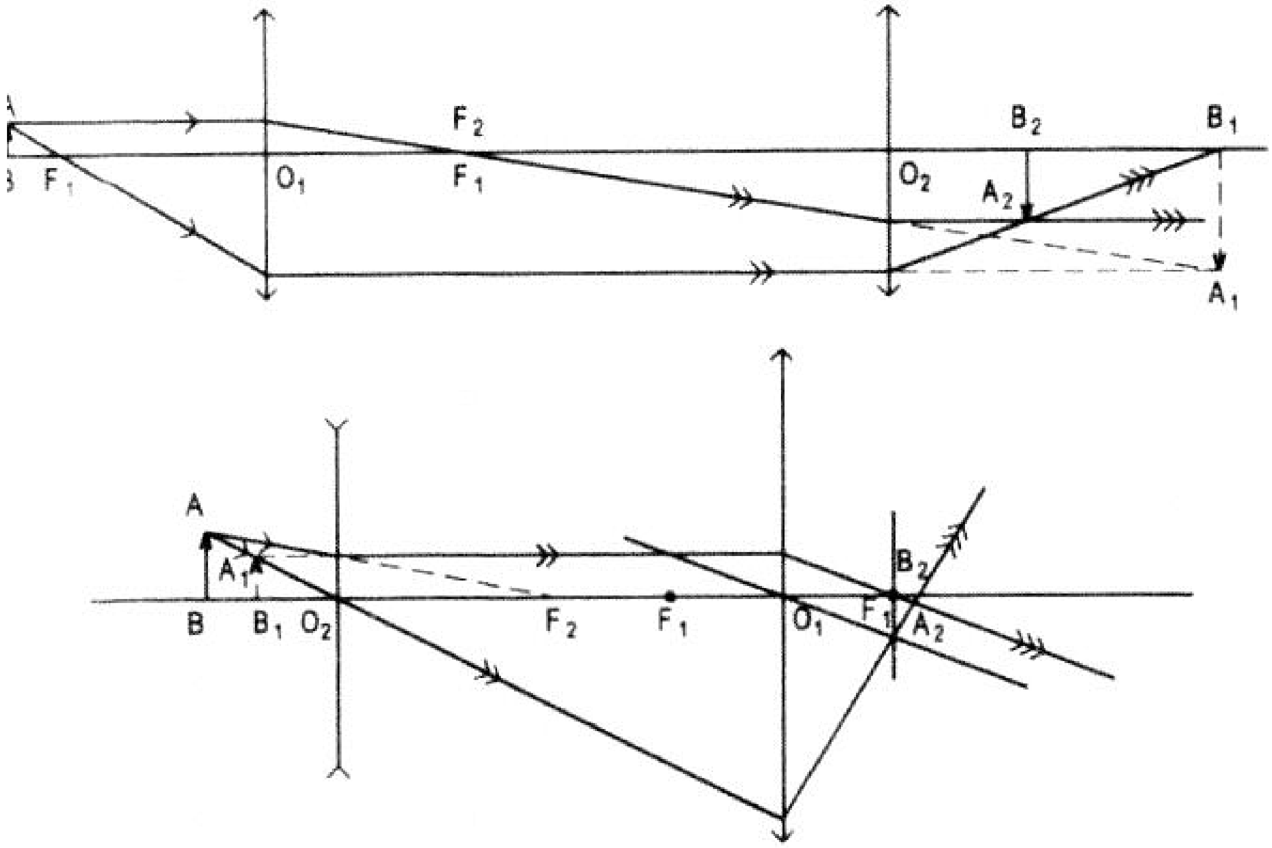
3. Dùng sơ đồ tạo ảnh trên, thay O_1 bằng O_3, O_2 bằng O_1, f_1 bằng f_3 và f_2 bằng f_1:

$$d'_1 = \frac{25(-40)}{25 + 40} = -\frac{200}{13}\text{ cm}$$

$$d_2 = 76 + \frac{100}{13} = \frac{1188}{13} \text{ cm}$$

$$d_2 = \frac{\frac{1188}{13}20}{\frac{1188}{13} - 20} = \frac{23760}{928} = 25{,}6 \text{ cm}$$

Các ảnh được vẽ ở hình 3.9:


A
B
F₁
O₁
F₂
F₁
O₂
B₂
A₂
B₁
A₁
A
A₁
B
B₁
O₂
F₂
F₁
O₁
B₂
F₁
A₂

Hình 3.9

Bài toán 3.3.2

Có một thấu kính hội tụ và một thấu kính phân kỳ cùng có tiêu cự bằng 20 cm đặt đồng trục. Một chùm sáng song song với trục chính đi qua hệ hội tụ tại một điểm. Hỏi điểm hội tụ này dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu nếu đổi chỗ hai kính cho nhau? Vẽ đường truyền của chùm tia sáng qua hệ kính.

Giải

Coi như chùm sáng tới song song với trục chính xuất phát từ một điểm sáng S nằm trên trục chính và xa vô cùng: $d_1 = \infty$

Gọi f_1 là tiêu cự kính trước, f_2 là tiêu cự kính sau, l là khoảng cách hai kính.

Chùm ló khỏi hệ là chùm hội tụ nên S_2 là ảnh thật.

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = f_1$$

$$d_2 = m - f_1$$

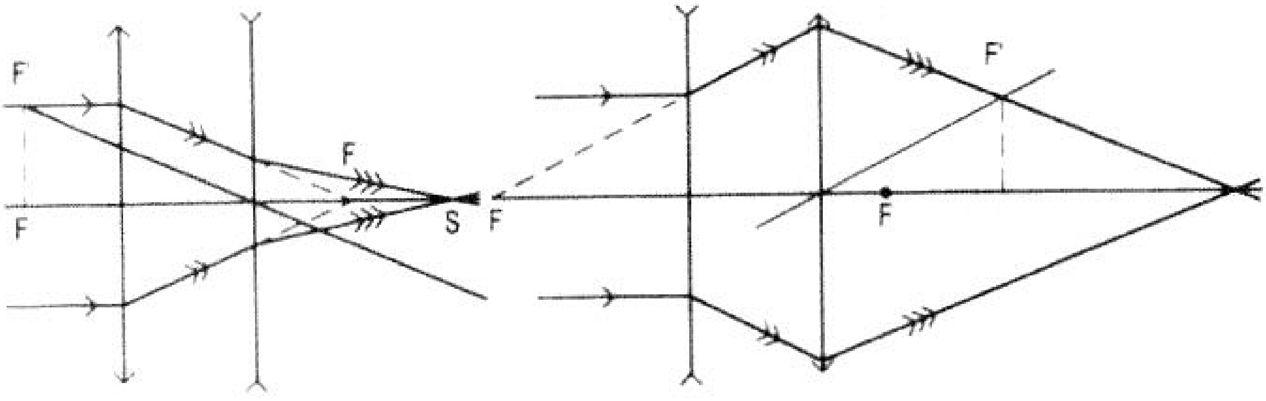
$$d_2' = \frac{(m - f_1) f_2}{m - f_1 - f_2}$$

Nếu $f_1 = 20$ cm và $f_2 = -20$ cm thì: $d'_{21} = \dfrac{-20m + 400}{m}$

Nếu $f_1 = -20$ cm và $f_2 = 20$ cm thì: $d'_{22} = \dfrac{20m + 400}{m}$

Điểm hội tụ đã dịch đi một đoạn $= d'_{22} - d'_{21} = 40$ cm.

Hình 3.10 là đường truyền của chùm sáng qua hệ:



Hình 3.10

Bài toán 3.3.3

Có hai thấu kính hội tụ tiêu cự f_1 và f_2 đặt ghép sát. Vẽ ảnh của một điểm sáng S nằm trên trục chính và ngoài tiêu điểm của kính f_1, từ đó chứng minh hệ có tác dụng như một thấu kính hội tụ có tiêu cự f được tính theo công thức:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Giải

Ảnh của S được vẽ như sau (hình 3.11).

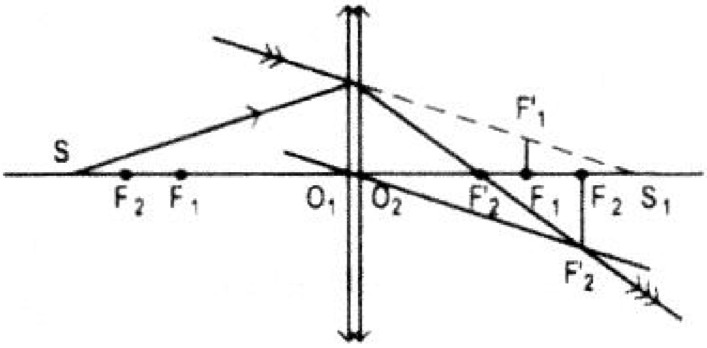
Từ S kẻ một tia bất kỳ tới kính f_1 rồi dùng trục phụ kẻ tia ló tương ứng. Giao điểm tia này với trục chính tạo ảnh thật S_1. Ảnh S_1 trở thành vật ảo đối với kính f_2. Muốn vẽ ảnh S_2 kẻ tia tới phụ tới kính f_2 có đường kéo dài đi qua S_1 rồi lại dùng trục phụ kẻ tia ló tương ứng. Giao điểm của tia ló này tạo ảnh S_2.

S_2 là ảnh thật. Vậy hệ có tác dụng như một thấu kính hội tụ vì đối với vật thật chỉ có thấu kính hội tụ mới tạo ảnh thật.

Hệ phương trình :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = - d'_1$$



Hình 3.11

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = -\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2}$$

Cộng các phương trình:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_2}$$

Gọi d và d' là các khoảng cách từ vật và ảnh tới hệ: $d = d_1$ và $d' = d'_2$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$

Từ công thức trên có thể suy ra công thức của n kính ghép sát:

$$\frac{1}{f} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{f_i}$$

và $$D = \sum_{1}^{n} D_i$$

Bài toán 3.3.4

Có hai kính hội tụ ghép sát. Phía trước hệ có một vật cách hệ một khoảng không đổi. Nếu bỏ kính thứ hai thì vật được kính thứ nhất phóng đại lên k_1 lần, nếu bỏ kính thứ nhất thì k_2 lần. Hỏi vật được phóng đại lên bao nhiêu lần nếu để cả hai kính?

Giải

Dùng công thức tổng quát:

$$k = \frac{-1}{dD - 1}$$

$$k_1 = \frac{-1}{dD_1 - 1} \rightarrow dD_1 - 1 = \frac{-1}{k_1}$$

$$k_2 = \frac{-1}{dD_2 - 1} \rightarrow dD_2 - 1 = \frac{-1}{k_2}$$

$$k = \frac{-1}{dD - 1} = \frac{-1}{d(D_1 + D_2) - 1} = \frac{-1}{dD_1 - 1 + dD_2 - 1 + 1}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} - 1} = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2 - k_1k_2}$$

Bài toán 3.3.5

1. Đặt một vật nằm cách màn ảnh 125 cm rồi đặt một thấu kính hội tụ L_1 vào bên trong khoảng giữa vật và màn thì thấy có hai vị trí của kính cách nhau 75 cm đều cho ảnh rõ trên màn. Tìm tiêu cự của kính.

2. Sau kính L_1 một khoảng 17 cm đặt đồng trục một thấu kính phân kỳ L_2 có tiêu cự 5 cm để thu ảnh của một ngọn núi cao 100 m ở cách xa 10 km. Vẽ đường truyền của các tia sáng xuất phát từ một điểm ở đỉnh núi. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh tạo bởi hệ.

Tìm tiêu cự của một thấu kính hội tụ thay thế hệ kính để thu được một ảnh cùng kích thước với ảnh trên.

3. Dịch kính L_2 đi 3 cm lại gần kính L_1. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh trái núi tạo bởi hệ. Vẽ ảnh.

4. Giữ yên thấu kính phân kỳ ở vị trí mới rồi áp sát vào kính này một thấu kính L_3 để lại thu được một ảnh nằm cách hệ kính ghép sát một khoảng bằng khoảng cách từ ảnh trước đến kính L_2 ở vị trí cũ. Tìm tiêu cự kính L_3.

Giải

1. $$f = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2}$$

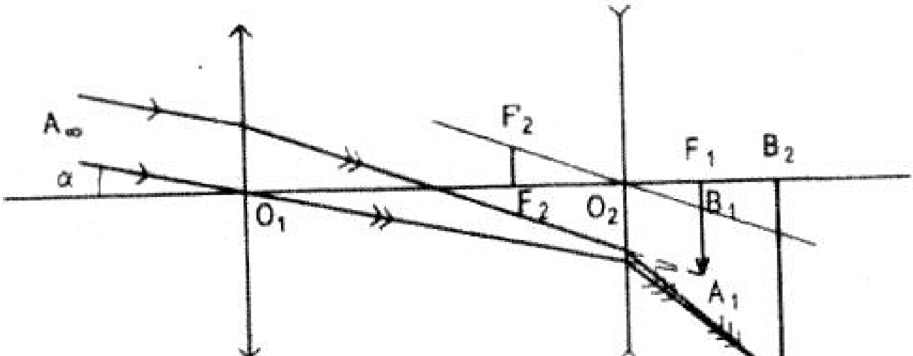
$$d_1 + d'_1 = d_2 + d'_2 = 125 \text{ cm}$$

$$d_1 d'_1 = d_2 d'_2$$

thay $d'_1 = 125 - d_1$; $d_2 = 75 + d_1$; $d'_2 = 50 - d_1$ vào các phương trình trên rút ra f = 20 cm.

Các độ phóng đại : $k_1 = 4$ và $k_2 = \frac{1}{4}$

2. Đường truyền của các tia sáng xuất phát từ một điểm ở đỉnh núi được vẽ ở hình 3.12.



Hình 3.12

Đường kính góc của trái núi AB:

$$\alpha = \frac{100}{10000} = \frac{1}{100}\text{rad}$$

AB ở quá xa nên coi như $d_1 = \infty$

$$d'_1 = f_1 = 20 \text{ cm}$$

$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 17 - 20 = -3$ cm : A_1B_1 là vật ảo

$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-3(-5)}{-3+5} = 7,5$ cm > 0 : ảnh thật.

$$A_1B_1 = f_1\alpha = 20\ \frac{1}{100} = 0,2 \text{ cm}$$

$$A_2B_2 = A_1B_1 \left|\frac{d'_2}{d_2}\right| = 0,2\ \frac{7,5}{3} = 0,5 \text{ cm}$$

Gọi f là tiêu cự của kính hội tụ thay thế ta có:

$A_2B_2 = f\alpha = 0,5$ cm, suy ra $f = \frac{0,5.100}{1} = 50$ cm

3. Khi dịch kính phân kỳ đi 3 cm thì khoảng cách hai kính $O_1O_2 = 14$ cm, vật ảo A_1B_1 cách kính phân kỳ 6 cm ($d_2 = -6$ cm)

$d'_2 = \frac{-6(-5)}{-6+5} = -30$ cm < 0 : A_2B_2 là ảnh ảo

$$A_2B_2 = 0,2\ \frac{30}{6} = 1 \text{ cm.}$$

Ảnh A_2B_2 được vẽ ở hình 3.13

4. Vật ảo A_1B_1 nằm cách hệ kính ghép sát 6 cm ($d_2 = -6$ cm) và ảnh thật A_2B_2 nằm cách hệ này 7,5 cm ($d'_2 = 7,5$ cm). Tiêu cự của hệ kính ghép sát:

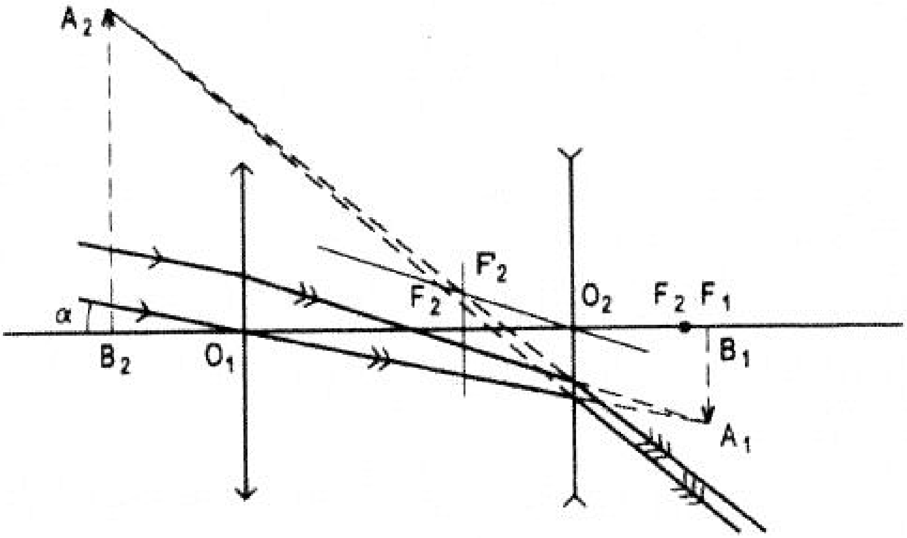
$$f = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{-6.7,5}{-6+7,5} = -30\text{cm}$$

Tiêu cự của kính L_3:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}$$

$$\frac{1}{-30} = \frac{1}{-5} + \frac{1}{f_3}$$

suy ra : $f_3 = 6$ cm > 0 : kính hội tụ.



Hình 3.13

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ HỆ THẤU KÍNH

Phương pháp giải loại bài toán này cũng nằm trong phương pháp chung giải các bài toán về hệ dụng cụ.

Ánh sáng từ vật lần lượt qua từng kính và các tia ló khỏi kính nào tạo ảnh bởi kính đó. Do đó có bao nhiêu kính thì có bấy nhiêu ảnh.

Sơ đồ tạo ảnh:

O_1O_2 O_2O_3

O_1 O_2 O_3

AB kL_1 A_1B_1 kL_2 A_2B_2 kL_3 A_3B_3

d_1 d'_1 d_2 d'_2 d_3 d'_3

BO_1 B_1O_1 B_1O_2 B_2O_2 B_2O_3 B_3O_3

Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \frac{d_1}{d_1D_1 - 1}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1$$

$$d'_2 = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = \frac{d_2}{d_2D_2 - 1}$$

$$d_3 = O_2O_3 - d'_2$$

$$d'_3 = \frac{d_3f_3}{d_3 - f_3} = \frac{d_3}{d_3D_3 - 1}$$

....

$$\frac{A_nB_n}{AB} = \left|\frac{d'_1d'_2d'_3..}{d_1d_2d_3}\right|$$

$$k = k_1.\ k_2.\ k_3.... = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \times \frac{f_2}{f_2 - d_2} \times \frac{f_3}{f_3 - d_3} \times ..$$

$$k = \frac{1}{1 - d_1D_1} \times \frac{1}{1 - d_2D_2} \times ...$$

Trong trường hợp các thấu kính ghép sát sử dụng các công thức 3. 3 để chuyển bài toán hệ kính về bài toán một kính.

Nếu cần tính tiêu cự từng kính theo chiết suất và bán kính các mặt giới hạn trong hệ kính ghép sát cần giả thiết có một khe rất mỏng môi trường chung quanh giữa hai mặt tiếp xúc.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 3.3.6

Một vật AB nằm trước thấu kính hội tụ L_1 có ảnh rõ trên màn cao 8 cm. Nếu đặt vào bên trong kính L_1 một thấu hính hội tụ L_2 đồng trục thì phải dịch màn đi 15 cm mới thu được ảnh rõ nhưng ảnh này cao 4 cm. Nếu giữ yên kính L_2 và bỏ kính L_1 đi thì phải tiếp tục dịch màn đi 375 / 13 cm mới thu được ảnh rõ và ảnh này cao 12 / 13 cm..

Tìm tiêu cự của các kính và chiều cao của vật AB.

Giải

Kính L_1 tạo ảnh thật A_1B_1 trên màn. Khi đặt thêm kính L_2, A_1B_1 trở thành vật ảo và kính L_2 tạo ảnh thật A_2B_2 dịch lại gần kính hơn, do đó khoảng cách d_2 và d'_2 từ vật đến kính có những mối quan hệ sau (hình 3.14).

$$d_2 = -(d'_2 + 15)$$

$$\left|\frac{d'_2}{d_2}\right| = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{4}{8} \rightarrow d_2 = -2\,d'_2$$

So sánh rút ra : $d'_2 = 15$ cm và $d_2 = -30$ cm.

Tiêu cự f_2 của kính L_2:

$$f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{-30.15}{-30+15} = 30\text{cm}$$

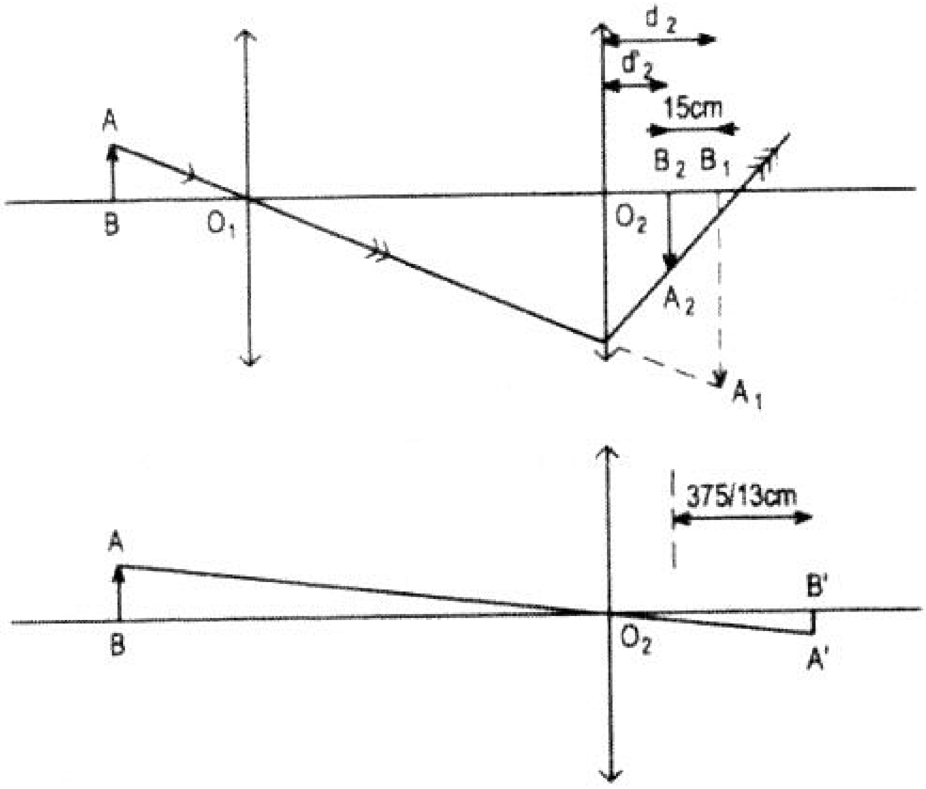
Khi bỏ kính L_1 vật AB trở thành vật thật đối với kính L_2 và kính này tạo một ảnh thật A'B' ở ngoài tiêu điểm nên ở xa kính này hơn A_1B_1, do đó:

Khoảng cách d' từ A'B' đến kính L_2 bằng:

$$d' = \frac{375}{13} + 15 = \frac{570}{13} \text{ cm}$$

Khoảng cách d từ AB đến kính L_2:

$$d = \frac{d'f_2}{d' - f_2} = 95 \text{ cm}$$


d₂
d'₂
15cm
A
B
O₁
O₂
B₂ B₁
A₂
A₁
375/13cm
A
B
O₂
B'
A'

Hình 3.14

Chiều cao của vật AB:

$$AB = A'B'\frac{d}{d'} = \frac{12.95.13}{13.570} = 2\text{cm}$$

Khoảng cách từ AB đến A_1B_1 bằng tổng khoảng cách từ AB đến kính L_2 và khoảng cách từ kính L_2 đến A_1B_1:

$$d_1 + d'_1 = d + d'_2 = 95 + 30 = 125 \text{ cm}$$

Mặt khác :

$$\frac{d'_1}{d_1} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{8}{2} \rightarrow d'_1 = 4\, d_1$$

Suy ra: $d'_1 = 100$ cm và $d_1 = 25$ cm

Tiêu cự của kính L_1:

$$f_1 \quad \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{25.100}{25 + 100} = 20\text{cm}$$

Bài toán 3.3.7

Có một thấu kính hội tụ, tiêu cự 20 cm, và một thấu kính phân kì, tiêu cự 10 cm đặt đồng trục và cách nhau một khoảng m = 30 cm.

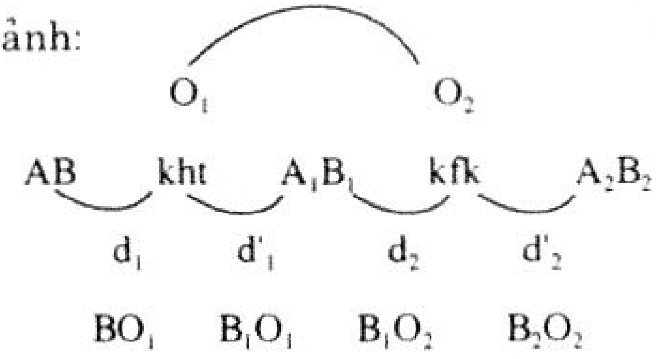
Trước kính hội tụ 20 cm đặt một vật sáng AB.

1. Xác định vị trí, tính chất và độ phóng đại của ảnh tạo bởi kệ.

2. Đặt vật nằm trong khoảng nào trước kính hội tụ để hệ tạo một ảnh ảo, lớn gấp hai lần vật.

Giải

1. Sơ đồ tạo ảnh:



$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20.20}{20 - 20} = \infty$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = -\infty$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = f_2 = -10\text{cm}$$

Độ phóng đại:

$$k = \frac{f_1}{f_1 - d_1} \times \frac{f_2}{f_2 - d_2} = \frac{f_1 f_2}{(f_1 - d_1)\left(f_2 - O_1O_2 + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}\right)}$$

$$k = \frac{f_1 f_2}{(f_1 - f_2)(O_1O_2 - f_2) - d_1 f_1} = \frac{f_2}{-d_1} = \frac{-10}{-20} = \frac{1}{2}$$

Vậy, A_2B_2 là ảnh ảo, cao bằng nửa vật AB và nằm trước kính phân kì 10 cm.

2. Muốn A_2B_2 là ảnh ảo : $d'_2 < 0$, A_2B_2 cao gấp hai lần AB : $k = \pm 2$

Tìm d'_2 :

$$d'_1 = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d_2 = 30 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{10d_1 - 600}{d_1 - 20}$$

$$d'_2 = \frac{10(600 - 10d_1)}{20d_1 - 800} < 0$$

$d_1 > 60$ hoặc $d_1 < 40$

Thay số vào phương trình của độ phóng đại:

$$k = \frac{-200}{(20 - d_1)(40 + 20d_1)} = \frac{10}{40 - d_1}$$

$k = 2 :$ $\qquad d_1 = 35$ cm

$k = -2 :$ $\qquad d_1 = 45$ cm : loại

Vậy, khi AB nằm cách kính hội tụ 35 cm thì ảnh A_2B_2 là ảnh ảo, ngược chiều với AB và cao gấp hai lần AB.

Bài toán 3.3.8

Kính vật của một máy ảnh gồm hai thấu kính hội tụ, L_1 và L_2, cùng độ tụ 4 điốp, đặt đồng trục và cách nhau 5 cm.

1. Trước hết, bỏ kính L_2 (kính gần phim). Dùng máy ảnh để chụp ảnh một vật ở rất xa. Hỏi phải điều chỉnh phim cách kính L_1 một khoảng bằng bao nhiêu?

2. Để chụp được ảnh một vật sáng AB cao 10 cm, người ta đặt thêm kính L_2 Nếu không điều chỉnh phim mà vẫn chụp được ảnh của AB thì phải đặt nó cách kính L_1 một khoảng bằng bao nhiêu? Tìm chiều cao của ảnh. Vẽ ảnh đó.

3. Dùng máy chụp ảnh một người đang đi xe đạp ngang qua máy với vận tốc 18 km/h và cách máy 3 m. Tìm thời gian mở màn sập để vệt nhoè của ảnh trên phim chỉ bằng 1 mm.

4. Dùng máy để chụp ảnh một ngôi nhà cao 20 m ở cách xa 2 km. Hỏi phải điều chỉnh phim cách kính L_2 một khoảng bằng bao nhiêu và thu được một ảnh cao bao nhiêu?

Giải

1. Vì vật ở rất xa : $d = \infty$ nên khoảng cách từ phim đến kính L_1 bằng:

$$d' = f_1 = 25 \text{ cm}.$$

2. AB cách kính L_1 một khoảng d_1. Vì không điều chỉnh phim nên khoảng cách từ phim đến thấu kính L_2 là $d_2' = 25 - 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$.

Thấu kính L_1 cho AB ảnh A_1B_1 và kính L_2 cho A_1B_1 một ảnh A_2B_2 hiện trên phim

$$d_2 = \frac{d_2f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{20.25}{20 - 25} = -100 \text{cm}$$

$$d'_1 = O_1O_2 - d_2 = 5 + 100 = 105 \text{ cm}$$

$$d_1 = \frac{d'_1f_1}{d'_1 - f_2} = \frac{105.25}{105 - 25} = 32{,}8 \text{cm}$$

Chiều cao của ảnh A_2B_2:

$$A_2B_2 = AB\left|\frac{d_1d_2}{d_1d_2}\right| = 6,4\ \text{cm}.\ d_1\ d_2$$

3. Phải điều chỉnh lại phim khi chụp ảnh người đi xe đạp:

$$d'_1 = \frac{27,5.25}{27,5-25} = 275\ \text{cm}$$

$$d_2 = 5 - 275 = -270\ \text{cm}$$

$$d'_2 = \frac{-270.25}{-270-25} = 22,88\ \text{cm}$$

Giả sử trong thời gian t mở màn sập, xe đạp đi được một đoạn DC = vt thì ảnh tạo bởi kính vật đi được một đoạn D_2C_2. D_2C_2 chính là vệt nhoè của ảnh trên phim trong thời gian mở màn sập.

$$D_2C_2 = vt\left|\frac{d_1d_2}{d_1d_2}\right| = 0,1$$

Rút ra : $t = 0,00023$ s

4. Coi như ngôi nhà ở rất xa : $d_1 = \infty$

$$d'_1 = f_1 = 25\ \text{cm}$$

$$d_2 = 5 - 25 = -20\ \text{cm}$$

$$d'_2 = \frac{-20.25}{-20-25} = 11,11\ \text{cm}$$

$$A_1B_1 = f_1\,\text{tg}\,\alpha = 25\,\frac{20}{2000} = 0,25\ \text{cm}$$

$$A_2B_2 = A_1B_1\left|\frac{d'_2}{d_2}\right| = 0,139\ \text{cm}$$

Khi thay kính vật bằng một thấu kính hội tụ mà vẫn thu được ảnh $A'B' = A_2B_2$ thì tiêu cự f của thấu kính :

$$f = \frac{A'B'}{\text{tg}\alpha} = 0,139.100 = 13,9\ \text{cm}$$

Bài toán 3.3.9

Kính vật của một máy ảnh gồm một thấu kính hội tụ, tiêu cự $f_1 = 7$ cm và một thấu kính phân kì, tiêu cự $f_2 = -10$ cm, đặt đồng trục và cách nhau 2 cm. Dùng máy ảnh để chụp ảnh một vật ở rất xa.

1. Hỏi phải điều chỉnh phim cách kính phân kì một khoảng bằng bao nhiêu.

2. Biết vật chụp có đường kính góc bằng 3^0. Tìm chiều cao của ảnh trên phim.

3. Nếu thay kính vật bằng một thấu kính hội tụ mà vẫn thu được ảnh thật, cùng kích thước như trên, thì thấu kính phải có tiêu cự bằng bao nhiêu? Và phim phải đặt cách thấu kính một khoảng bằng bao nhiêu?

Giải

1. Vật ở xa: $d_1 = \infty$

$$d'_1 = f_1 = 7 \text{ cm}$$

$$d_2 = 2 - 7 = -5 \text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{-5(-10)}{-5+10} = 10 \text{ cm}$$

Phim phải đặt cách kính phân kì 10 cm.

2. Chiều cao của ảnh A_1B_1 tạo bởi thấu kính hội tụ:

$$A_1B_1 = f_1\alpha = \frac{7.3{,}14.3^\circ}{180^\circ} = 0{,}\ 37 \text{ cm}$$

Chiều cao của ảnh A_2B_2 trên phim:

$$A_2B_2 = A_1B_1\ \frac{d'_2}{d_2} = 0{,}\ 74 \text{ cm}$$

3. Thấu kính hội tụ có tiêu cự :

$$f = \frac{A_2B_2}{tg\alpha} = 14,1 \text{ cm}$$

Vật ở xa, ảnh ở tiêu diện của thấu kính hội tụ, do đó phim đặt cách thấu kính này một khoảng14,1 cm

Bài toán 3.3.10

Có hai thấu kính hội tụ, tiêu cự $f_1 = 30$ cm và $f_2 = 2$ cm, đặt đồng trục, được dùng để thu ảnh của một vật AB.

1. Tìm khoảng cách giữa hai kính để ảnh, tạo bởi hệ, không phụ thuộc vào vị trí của vật AB.

2. Với khoảng cách giữa hai kính đã điều chỉnh, chuyển vật AB ra rất xa. Vẽ ảnh của vật AB tạo bởi hệ, coi như B nằm trên trục chính. Dụng cụ này giống như một dụng cụ quang học nào?

Giải

1. Căn cứ theo sơ đồ tạo ảnh của hệ hai kính, ta có :

$$d_1' = \frac{30d_1}{d_1 - 30}$$

$$d_2 = m - \frac{30d_1}{d_1 - 30} = \frac{md_1 - 30m - 30d_1}{d_1 - 30}$$

$$k = \frac{30}{30 - d_1} \times \frac{2}{2 - \dfrac{d_1(m - 30) - 30m}{d_1 - 30}}$$

$$k = \frac{60}{d_1(m - 32) + 60 - 30m}$$

Muốn k không phụ thuộc khoảng cách d_1 từ AB đến thấu kính f_1 thì vế phải của phương trình không chứa d_1. Muốn thế số hạng chứa d_1 phải bằng 0.

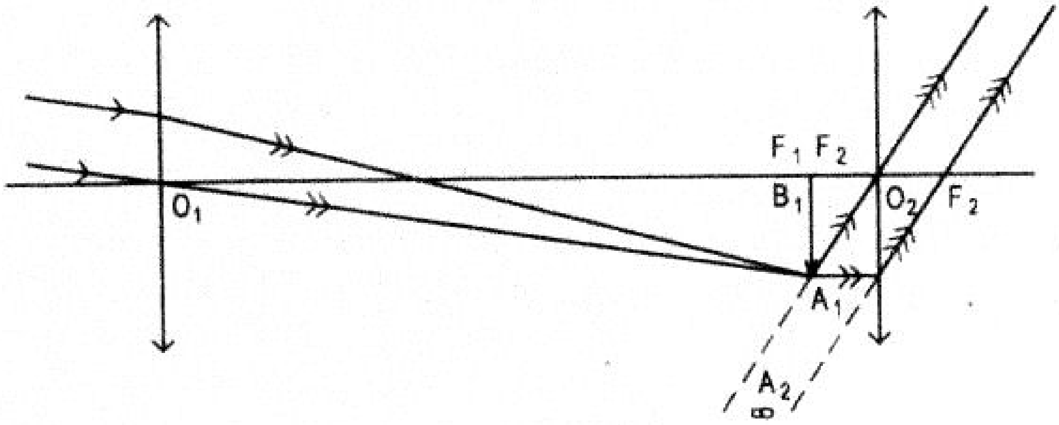
$$d_1(m - 32) = 0$$

Suy ra : $m = 32$ cm

Có nghĩa là, tiêu điểm ảnh của thấu kính f_1 trùng với tiêu điểm vật của thấu kính f_2 (hệ vô tiêu).

2. Ảnh của AB được vẽ ở hình 3.15

Dụng cụ giống như kính thiên văn được sử dụng khi ngắm chừng ở vô cực.



Hình 3.15

Bài toán 3.3.11

Có ba thấu kính tiêu cự $f_1 = +10$ cm, $f_2 = -20$ cm và $f_3 = +9$ cm đặt đồng trục và lần lượt cách nhau những khoảng $a = 15$ cm và $b = 5$ cm. Một chùm sáng song song với trục chính tới kính f_1. Hỏi sau khi qua hệ chùm sáng hội tụ tại một điểm cách kính f_3 một khoảng bao nhiêu?

Giải

Chùm sáng song song tới kính f_1 coi như xuất phát từ một điểm S nằm trên trục chính và xa vô cùng:

$$d_1 = \infty$$

$$d'_1 = f_1 = 10 \text{ cm}$$

$$d_2 = a - d'_1 = 15 - 10 = 5 \text{ cm}$$

$$d_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{5.(-20)}{5 + 20} = -4\,\text{cm}$$

$$d_3 = b - d'_2 = 5 + 4 = 9\text{ cm}$$

$$d_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{9.9}{9 - 9} = \infty$$

S_3 ở vô cùng, có nghĩa là chùm ló khỏi thấu kính thứ ba song song với trục chính của hệ.

Bài toán 3.3.12

Áp sát mặt phẳng một thấu kính phẳng lồi O_1, tiêu cự f_1 = 60 cm, vào mặt phẳng một thấu kính O_2, tiêu cự f_2 = 30 cm. Thấu kính O_1 có đường kính rìa lớn gấp hai lần đường kính rìa của thấu kính O_2 (2 kính đặt đồng trục). Một điểm sáng S nằm trên trục chính của hệ và trước thấu kính O_1.

1. Chứng minh rằng ta thu được hai ảnh của S.

2. Tìm điều kiện để hai ảnh của S :

a. đều là ảnh thật cả.

b. đều là ảnh ảo cả.

Giải

1. Ánh sáng từ S chiếu tới toàn bộ mặt kính O_1: một phần chùm sáng đi qua vành ngoài kính O_1 tạo ảnh S', một phần chùm sáng đi qua hệ tạo ảnh S".

2. Tìm tiêu cự f của hệ kính và thu được :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Thay số ta được : f = 20 cm

2. Muốn cho hai ảnh đều là thật thì vật phải nằm ngoài tiêu điểm của kính O_1 và của hệ:

$$d > 60 \text{ cm}$$

$$d > 20 \text{ cm}$$

Chọn $d > 60$ cm

Muốn cho hai ảnh đều là ảo thì vật phải nằm trong tiêu điểm của kính O_1 và của hệ:

$$d < 60 \text{ cm}$$

$$d < 20$$

Chọn $d < 20$ cm.

Bài toán 3.3.13

Một thấu kính thủy tinh, chiết suất n = 1,5, giới hạn bởi một mặt lồi, bán kính 10 cm và một mặt lõm, bán kính 20 cm, được úp xuống đáy chậu bằng thủy tinh mỏng nằm ngang (hình 3.16) sao cho trục chính thẳng đứng. Phía trên kính có điểm sáng S nằm trên trục chính. Ánh sáng từ S đi qua kính hội tụ tại một điểm. Nếu đổ nước chiết suất n'=1,333 thì thấy điểm hội tụ dịch đi 315 cm. Tìm khoảng cách từ S đến kính.

Giải

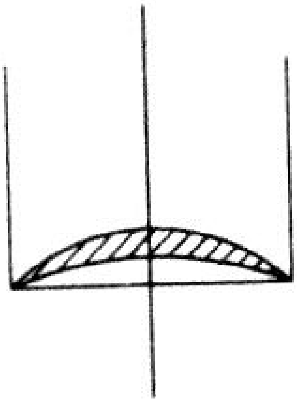
Kính thủy tinh có tiêu cự f :

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1)\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{40} \rightarrow \quad f = 40 \text{ cm} > 0 : \text{hội tụ}$$

Chùm sáng ló khỏi kính là hội tụ nên ảnh thu được là ảnh thật, nằm cách kính một khoảng d':

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{40d}{d - 40}$$

Khi đổ nước vừa ngập kính thì nếu giả thiết ở chỗ tiếp xúc giữa nước và thủy tinh có một khe không khí mỏng, ta có 3 thấu kính đều nằm trong không khí:



Hình 3.16

Thấu kính nước phẳng-lõm có tiêu cự f_1:

$$\frac{1}{f_1} = (n'-1)\left(\frac{1}{R_{fg}} + \frac{1}{R_{lõm}}\right) = (1{,}333-1)\left(\frac{1}{-10}\right) = \frac{-1}{30}$$

Thấu kính thủy tinh vẫn giữ nguyên tiêu cự f = 40 cm

Thấu kính nước phẳng - lồi có tiêu cự f_2:

$$\frac{1}{f_2} = (n'-1)\left(\frac{1}{R_{fg}} + \frac{1}{R_{lõm}}\right) = (1{,}333-1)\left(\frac{1}{20}\right) = \frac{1}{60}$$

Hệ ba kính ghép sát có tiêu cự f_h:

$$\frac{1}{f_h} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f} + \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{1}{120} \rightarrow f_h = 120\,\text{cm}$$

Chùm ló khỏi hệ cũng là chùm hội tụ nên ảnh thu được là ảnh thật và khoảng cách d" từ ảnh đến hệ:

$$d'' = \frac{df_h}{d-f_h} = \frac{120}{d-120}$$

Khoảng cách từ vật đến thấu kính không đổi, nếu tiêu cự của kính lớn lên thì khoảng cách từ ảnh thật đến kính cũng tăng lên:

$$d'' > d'$$

Điểm hội tụ dịch đi 30 cm nên : $d'' - d' = 30$

$$\frac{120d}{d-120} - \frac{40d}{d-40} = 315 \rightarrow d = 180\,\text{cm}$$

Bài toán 3.3.14

Một thấu kính phẳng - lõm bằng thuỷ tinh chiết suất n = 1,5. Mặt lõm có bán kính R = 10 cm. Thấu kính được đặt sao cho trục chính thẳng đứng và mặt lõm hướng lên trên. Phía trên kính có một điểm sáng S nằm trên trục chính.

1. Ảnh của S nằm cách kính 12 cm. Tìm khoảng cách từ S đến kính.

2. Giữ cố định S và thấu kính. Đổ vào mặt lõm của thấu kính một chất lỏng thì thấy ảnh của S dịch cách thấu kính một khoảng 20 cm. Tính chiết suất n' của chất lỏng, biết rằng n' < 2.

Giải

1. Tính tiêu cự f của thấu kính thủy tinh:

$$f = -20\text{ cm}$$

$f < 0$: thấu kính là phân kì

Ảnh của S là ảnh ảo $d' = -12$ cm

S cách kính một khoảng:

$$d = \frac{d'f}{d'-f} = \frac{-12(-20)}{-12+20} = 30\,\text{cm}$$

2. Khi đổ chất lỏng vào mặt lõm, ta được hai thấu kính ghép sát.

Nếu giả thiết có một khe không khí mỏng ở chỗ tiếp xúc giữa thủy tinh và chất lỏng để được hai thấu kính cùng nằm trong không khí ghép sát nhau.

Tiêu cự của thấu kính chất lỏng:

$$\frac{1}{f'} = (n'-1)\left(\frac{1}{R_t} + \frac{1}{R_{lồi}}\right) = \frac{n'-1}{10}$$

Vì không biết ảnh, tạo bởi hệ, là ảnh thật hay ảnh ảo nên phải giải quyết hai trường hợp:

+ d'' = 20 cm

Tiêu cự của hệ kính ghép sát:

$$f_h = \frac{dd''}{d+d''} = \frac{30.20}{30+20} = 12 \text{ cm} > 0 \ \text{: hội tụ}$$

Tiêu cự f' cuả kính bằng chất lỏng:

$$f' = \frac{ff_h}{f-f_h} = \frac{-20.12}{-20-12} = 7,5 \text{ cm} > 0 \text{ : thấu kính hội tụ}$$

Chiết suất n' của chất lỏng:

$$\frac{1}{f'} \quad (n'-1)\left(\frac{1}{f_{lồi}} + \frac{1}{f_{fg}}\right)$$

$$\frac{1}{7,5} = (n'-1)\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{\infty}\right)$$

Suy ra: $n' = 2,33$ cm (loại)

+ d'' = -20 cm

$$f_h = \frac{30(-20)}{30-20} = -60 \text{ cm} < 0 \text{ : phân kỳ}$$

$$f' = \frac{-20(-60)}{-20+60} = 30 \text{ cm} > 0 \text{ : thấu kính hội tụ}$$

$$\frac{1}{30} = (n'-1)\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{\infty}\right)$$

Suy ra: $n' = 1,33$

3. 4. Bài toán hệ thấu kính gương

Bài toán 3.4.1

Phía trước kính hội tụ tiêu cự 20 cm có một vật sáng AB cao 4 cm nằm cách kính 30 cm. Phía sau kính 75 cm có một gương cầu lõm tiêu cự 30 cm đặt đồng trục.

1. Vẽ ảnh của vật AB tạo bởi hệ. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh.

2. Hỏi phải đặt vật AB cách kính hội tụ một khoảng bao nhiêu để hệ tạo một ảnh thật ngược chiều với AB.

Giải

1. Ảnh A_3B_3 được vẽ ở hình 3.17

$$d_1' = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

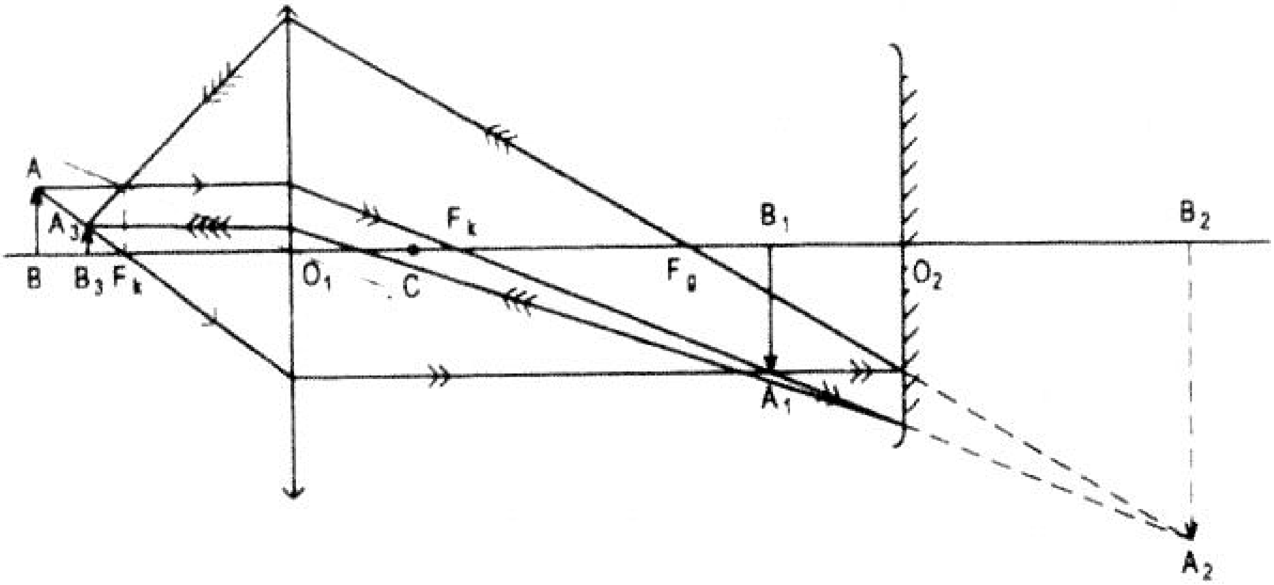
$$d_2 = 75 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{55d_1 - 1500}{d_1 - 20}$$

$$d_2' = \frac{\dfrac{55d_1 - 1500}{d_1 - 20}.30}{\dfrac{9d_1 - 900}{d_1 - 20} - 30} = \frac{66d_1 - 1800}{d_1 - 36}$$

$$d_3 = 75 - \frac{66d_1 - 1800}{d_1 - 36} = \frac{9d_1 - 900}{d_1 - 36}$$

$$d_3' = \frac{\dfrac{9d_1 - 900}{d_1 - 36}.20}{\dfrac{9d_1 - 900}{d_1 - 36} - 20} = \frac{180d_1 - 18000}{-11d_1 - 180}$$

$$|k| = \frac{A_3B_3}{AB} = \frac{240}{11d_1 + 180}$$



Hình 3.17

Với $d_1 = 30$ cm $\quad\quad d'_3 = 24{,}7$ cm

$A_3B_3 = 1{,}88$ cm

Bảng biến thiên:

d_1	0		100		$+\infty$
d'_3	100	+	0	-	$-180/11$

d_1	0		$+\infty$
$\lvert k\rvert$	4/3	+	0

Muốn A_3B_3 là ảnh thật thì AB phải nằm trong khoảng từ kính đến vị trí cách kính 100 cm. Và AB ở bất cứ vị trí nào trước kính A_3B_3 cũng ngược chiều với AB.

Bài toán 3.4.2

Đặt một gương phẳng nằm vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ tiêu cự f và sau kính này một khoảng $O_1O_2 = 2f$.

1. Vẽ tiếp đường truyền của tia sáng tới kính trong những trường hợp sau:

a. Tia sáng xuất phát từ tiêu điểm trước F_1 của thấu kính.

b. Tia sáng xuất phát từ một điểm S nằm trên trục chính của kính và trước kính một khoảng 2f.

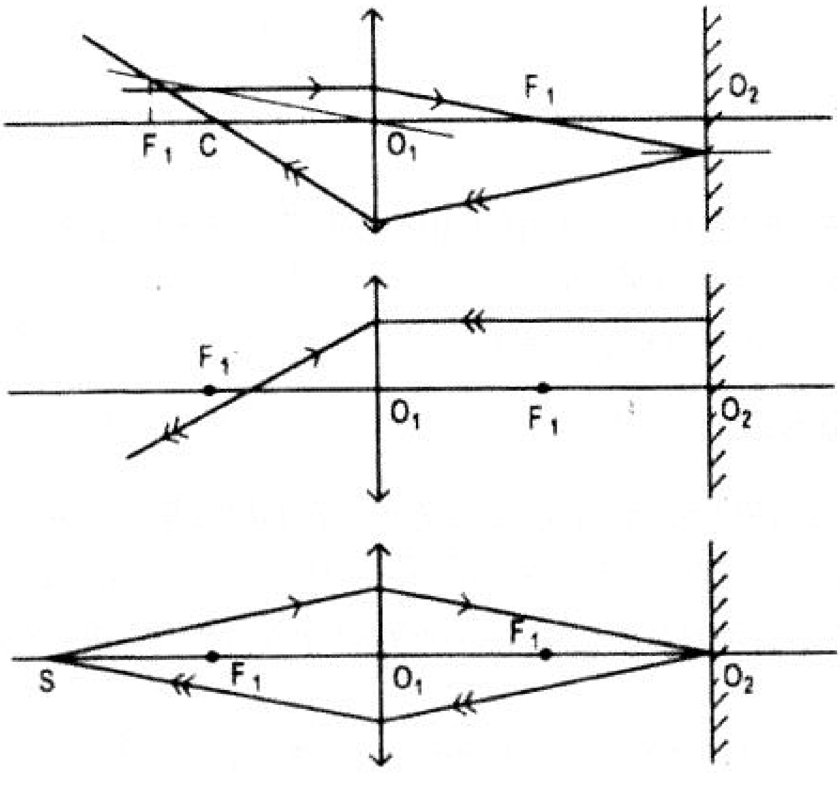
c. Tia sáng đi song song với trục chính tới kính. Ở trường hợp c tia sáng cuối cùng cắt trục chính tại điểm C. Xác định khoảng cách O_1C.

2. Đặt vật AB nằm vuông góc với trục chính của thấu kính và cách kính một khoảng 3f. Vẽ ảnh của AB tạo bởi hệ bằng hai tia sáng AF_1 và AC. Tìm khoảng cách B_3O_1 và tỷ số chiều cao A_3B_3/AB.

3. Thay gương phẳng bằng một gương cầu lõm có tiêu cự f như thấu kính, đồng trục với kính và cách kính một khoảng $O_1O_3 = 2f$. Vẽ ảnh $A_3'B_3'$ của vật AB bằng các tia AF_1 và AC như câu 2. Tìm khoảng cách $B_3'O_1$.

Giải

1. 2. Đường truyền của các tia sáng được vẽ ở hình 3.18:



Hình 3.18

$$d'_1 = \frac{d_1 f_k}{d_1 - f_k} = \frac{d_1 f}{d_1 - f}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d_1 = 2f - \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{d_1 f - 2f^2}{d_1 - f}$$

$$d'_2 = -d_2 = \frac{2f^2 - d_1 f}{d_1 - f}$$

$$d_3 = O_2O_1 - d'_2 = 2f - \frac{2f^2 - d_1 f}{d_1 - f} = \frac{3d_1 f - 4f^2}{d_1 - f}$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_k}{d_3 - f_k} = \frac{\frac{3d_1 f - 4f^2}{d_1 - f} f}{\frac{3d_1 f - 4f^2}{d_1 - f} - f} = \frac{3d_1 f - 4f^2}{2d_1 - 3f} f$$

Các tia sáng song song với trục chính đến kính coi như xuất phát từ một điểm ở xa vô cùng: $d_1 = \infty$

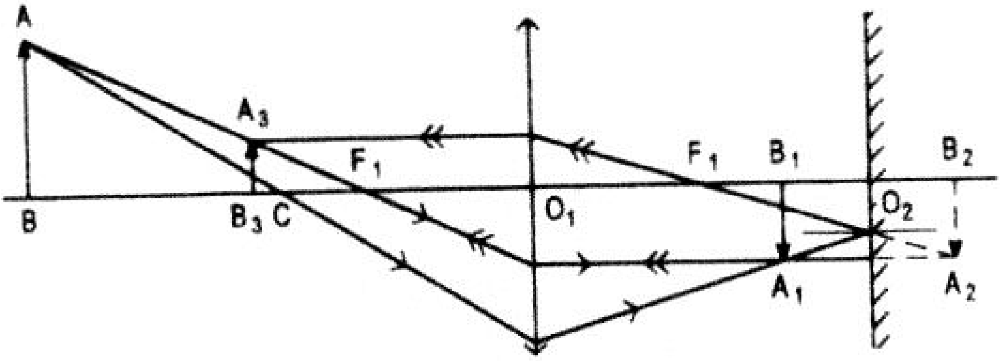
$$d'_3 = \frac{3f}{2}$$

Vật AB ở cách kính 3f:

$$d'_3 = \frac{5f}{2}$$

$$\frac{A_3B_3}{AB} = \frac{1}{3}$$

Ảnh A_3B_3 được vẽ ở hình 3.19:


A
A₃
F₁
F₁
B₁
B₂
B
B₃ C
O₁
O₂
A₁
A₂

Hình 3.19

3. Thay gương phẳng bằng gương cầu lõm có tiêu cự f:

$$d_1' = \frac{3f.f}{3f-f} = \frac{3f}{2}$$

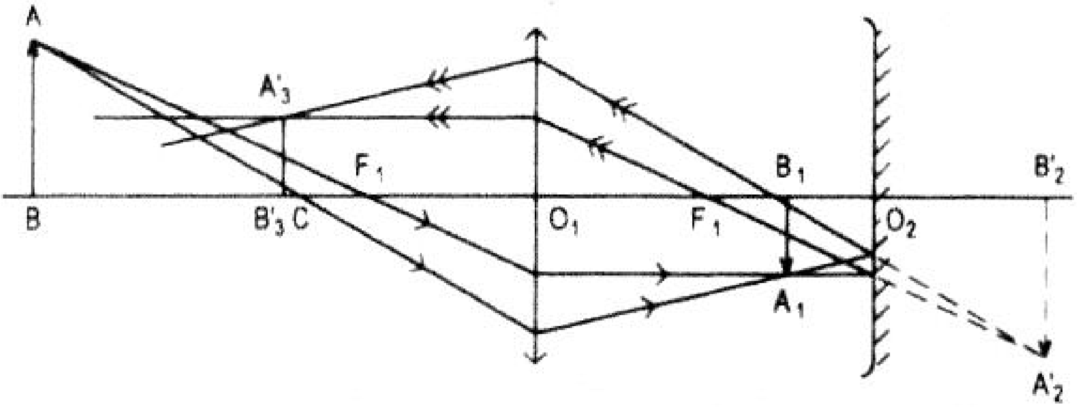
$$d_2 = 2f - \frac{3f}{2} = \frac{f}{2}$$

$$d_2' = \frac{\frac{f}{2}f}{\frac{f}{2}-f} = -f$$

$$d_3 = 2f + f = 3f$$

$$d_3' = \frac{3f.f}{3f-f} = \frac{3f}{2}$$

Ảnh $A'_3B'_3$ được vẽ ở hình 3. 20:



Hình 3.20

Bài toán 3.4.3

Đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự 10 cm trước một gương cầu lõm, tiêu cự 20 cm, một khoảng 40 cm và đồng trục, rồi đặt một vật AB vào bên trong khoảng kính gương.

Hỏi phải đặt vật AB cách gương một khoảng bao nhiêu để hệ tạo hai ảnh :

1. đều là thật cả?

2- một là thật, một là ảo?

Giải

Xem sơ đồ tạo ảnh và hệ phương trình ở phần phương pháp.

1. Muốn hai ảnh đều là thật thì:

$$d' > 0 \text{ và } d'_2 > 0$$

Gọi khoảng cách từ AB đến gương là d_1 thì khoảng cách từ AB đến kính là $d = 30 - d_1$:

$$d' = \frac{df_k}{d - f_k} = \frac{(40 - d_1)10}{30 - d_1} > 0 \rightarrow 0 \leq d_1 < 30 \text{ cm}$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_g}{d_1 - f_1} = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 40 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{20d_1 - 800}{d_1 - 20}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_k}{d_2 - f_k} = \frac{\dfrac{20d_1 - 800}{d_1 - 20}10}{\dfrac{20d_1 - 800}{d_1 - 20} - 10} = \frac{2d_1 - 80}{d_1 - 60} > 0 \rightarrow d_1 < 40,\ d_1 > 60$$

Phối hợp hai điều kiện ta được: $0 \leq d_1 < 30$ cm

2. Muốn một ảnh là thật, một ảnh là ảo.

Có hai trường hợp

+ A'B' là ảnh ảo: $30 < d_1 \leq 40$ cm

A_2B_2 là ảnh thật: $40 < d_1, d_1 > 60$

Phối hợp hai điều kiện : $30 \text{ cm} < d_1 \leq 40$ cm

+ A'B' là ảnhthật: $0 \leq d_1 < 30$

Phối hợp hai điều kiện: $0 \leq d_1 < 30$ cm

Bài toán 3.4.4

Có một thấu kính hội tụ tiêu cự f_k ghép sát và đồng trục với một gương cầu lõm tiêu cự f_g. Vẽ ảnh của một điểm sáng S nằm trên trục chính và ngoài tiêu điểm của kính. Từ đó chứng minh hệ có tác dụng như một gương cầu lõm có tiêu cự f được tính theo công thức:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{f_k} + \frac{1}{f_g}$$

Giải

Từ S kẻ một tia sáng tới kính và dùng trục phụ để vẽ tia ló tương ứng. Thực ra, tia ló này không có vì nó bị gương chặn lại và ta tưởng tượng rằng, nếu không có gương, nó sẽ cắt trục chính tại S_1, là ảnh thật của S tạo bởi kính và trở thành vật ảo đối với gương.

Muốn vẽ ảnh S_2, ta kẻ một tia sáng tới gương, có đường kéo dài qua S_1 rồi dùng trục phụ để vẽ tia phản xạ tương ứng. Tia phản xạ này lại bị kính chặn lại, nên lại tưởng tượng là, nếu không có kính nó sẽ cắt trục chính tại S_2, là ảnh thật của S_1 tạo bởi gương và trở thành vật ảo đối với kính.

Muốn vẽ ảnh S_3, ta kẻ một tia sáng phụ tới kính, có đường kéo dài qua S_2 rồi dùng trục phụ để vẽ tia ló tương ứng. Tia ló cuối cùng này cắt trục chính tại S_3, là ảnh thật của S_2 tạo bởi kính và đồng thời cũng là ảnh thật của S tạo bởi hệ (hình 3.21).

$$\frac{1}{f_k} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = -d'_1$$

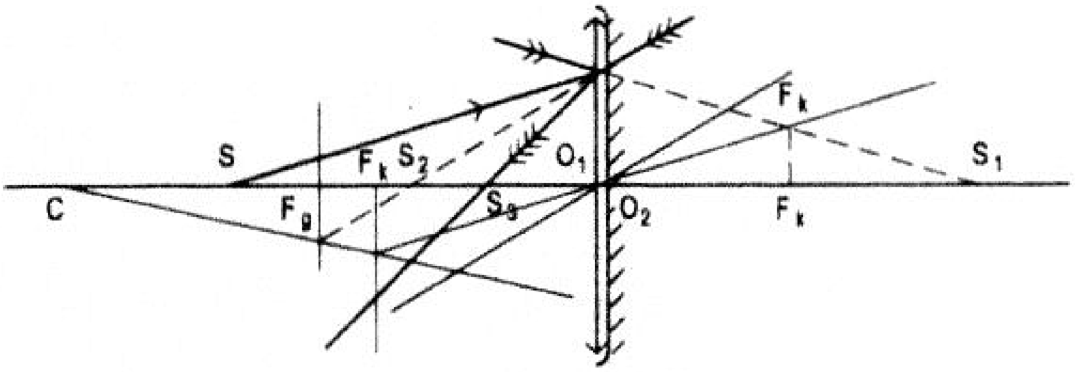
$$\frac{1}{f_g} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = -\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2}$$

$$d_3 = O_2O_1 - d'_2 = -d'_2$$

$$\frac{1}{f_k} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_3}$$

Cộng các phương trình ta được:

$$\frac{2}{f_k} + \frac{1}{f_g} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_3}$$



Hình 3.21

Nhưng $d_1 = d$ và $d'_3 = d'$ là những khoảng cách từ S và S_3 đến hệ nên:

$$\frac{2}{f_k} + \frac{1}{f_g} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN HỆ KÍNH GƯƠNG

Hệ thấu kính - gương đồng trục bao giờ cũng có 3 ảnh, dù vật nằm ở đâu: thấu kính tạo hai ảnh và gương tạo một ảnh. Có hai trường hợp xảy ra:

+ *Vật nằm trước kính:*

Sơ đồ tạo ảnh:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & & & O_1O_2 & & & & O_2O_1 & & & & \\ & & O_1 & & & & O_2 & & & & O_1 & & \\ AB & & k' & & A_1B_1 & & Gg & & A_2B_2 & & k' & & A_3B_3 \\ & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & & d_3 & & d'_3 & \\ & BO_1 & & B_1O_1 & & B_1O_2 & & B_2O_2 & & B_2O_1 & & B_3O_1 & \end{array}$$

Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_k}{d_1 - f_k}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_k}{d_3 - f_k}$$

$$A_3B_3 = AB\left|\frac{d'_1 d'_2 d'_3}{d_1 d_2 d_3}\right|$$

$$k = \frac{f_k}{f_k - d_1} \times \frac{f_g}{f_g - d_2} \times \frac{f_k}{f_k - d_3}$$

+ *Vật nằm bên trong kính và gương:*

Ánh sáng từ AB đi qua kính tạo ảnh A'B'.

$$\begin{tikzcd} & O_1 & \\ AB \arrow[r, no head, bend right, "d"'] & k' \arrow[r, no head, bend right, "d'"'] & A'B' \\ & B_1O_1 \quad B_2O_1 & \end{tikzcd}$$

Ánh sáng từ AB tới gương, phản xạ tạo ảnh A_1B_1, rồi qua kính tạo ảnh A_2B_2

$$\begin{tikzcd} & & O_2 \arrow[rrrr, no head, bend left, "O_2O_1"] & & & & O_1 & & \\ AB \arrow[rr, no head, bend right, "d_1"'] & & Gg \arrow[rr, no head, bend right, "d'_1"'] & & A_1B_1 \arrow[rr, no head, bend right, "d_2"'] & & k' \arrow[rr, no head, bend right, "d'_2"'] & & A_2B_2 \\ & BO_2 & & B_1O_2 & & B_1O_1 & & B_2O_1 & \end{tikzcd}$$

Hệ phương trình:

$$d' = \frac{df_k}{d - f_k} \qquad A'B' = AB\left|\frac{d'}{d}\right|$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_g}{d_1 - f_g} \qquad A_2B_2 = AB\left|\frac{d'_1 d'_2}{d_1 d_2}\right|$$

$$d_2 = O_2O_1 - d'_1$$

$$k = \frac{f_g}{f_g - d_1} \times \frac{f_k}{f_k - d_2}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_k}{d_2 - f_k}$$

Trong trường hợp kính và gương ghép sát thì dùng công thức (5.18) để chuyển bài toán hệ về bài toán một gương.

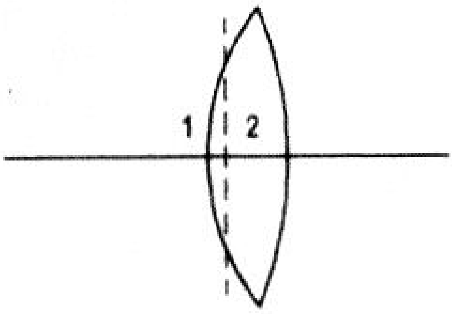
Kính có một mặt tráng bạc, coi như hệ kính gương ghép sát: mặt lồi tráng bạc giữ vai trò gương lõm và mặt lõm tráng bạc giữ vai trò gương lồi.

Gương phẳng: $f_g = \infty$

Bài toán 3.4.5

Một thấu kính thủy tinh, chiết suất n = 1,5, giới hạn bởi hai mặt lồi bán kính $R_1 = 10$ cm và $R_2 = 20$ cm.

Đem cắt chỏm cầu có bán kính R_1 bởi một mặt phẳng vuông góc với trục chính của kính, như hình vẽ 3.22 :



Hình 3.22

1. Tìm tiêu cự của từng phần.

2. Đặt hai phần 1 và 2 sao cho trục chính của *chúng trùng nhau và quang tâm của chúng cách nhau 25 cm. Một điểm sáng S nằm trên trục chính và trước mặt lồi phần 2 một khoảng 90 cm. Xác định vị trí, tính chất của ảnh tạo bởi hệ.*

3. Dùng riêng phần 2:đem tráng bạc mặt lồi rồi đặt một vật AB cao 6 cm nằm trước mặt phẳng 30 cm. Vẽ ảnh của AB. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh đó.

4. Đặt phần 1 đồng trục với phần 2 đã tráng bạc, và cách phần này 40 cm. Trước phần 1, một khoảng 30 cm, đặt vật AB. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh tạo bởi các hệ.

Giải

- 1. Phần 1 là một thấu kính giới hạn bởi một mặt lồi và một mặt phẳng và có tiêu cự f_1:

$$\frac{1}{f_1} = (n-1)\left(\frac{1}{R_{fg}} + \frac{1}{R_{lồi}}\right) = 0{,}5\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{10}\right) \rightarrow f_1 = 20\,\text{cm}$$

Phần 2 gồm gồm hai kính a và b:

- kính a bao quanh , giới hạn bởi hai mặt lồi có tiêu cự f_a:

$$\frac{1}{f_a} = (n-1)\left(\frac{1}{R_{lồi}} + \frac{1}{R_{lồi}}\right) = 0{,}5\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{30}\right) \rightarrow f_a = 15\,\text{cm}$$

- kính b nằm bên trong giới hạn bởi một mặt lồi và một mặt phẳng có tiêu cự f_b

$$\frac{1}{f_b} = (n-1)\left(\frac{1}{R_{lồi}} + \frac{1}{R_{fg}}\right) = 0{,}5\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{\infty}\right) \rightarrow f_b = 60\,\text{cm}$$

2. Ánh sáng từ S qua kính có tiêu cự f_a, tạo ảnh S_1 rồi qua kính 1, tạo ảnh S_2:

$$S \ \underset{d_1}{\smile}\ \overset{O_2}{k'f_a}\ \underset{d'_1}{\smile}\ S_1\ \underset{d_2}{\smile}\ \overset{O_1}{k'1}\ \underset{d'_2}{\smile}\ S_2$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_a}{d_1 - f_a} = \frac{90.15}{90-15} = 18\,\text{cm}$$

$$d_2 = O_2O_1 - d'_1 = 30 - 18\text{ cm} = 12\text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_1}{d_2 - f_1} = \frac{12.20}{12-20} = -30\,\text{cm}$$

Ánh sáng từ S qua kính có tiêu cự f_b, tạo ảnh S_3 rồi qua kính 1, tạo ảnh S_4:

$$S \underbrace{\qquad}_{\substack{d_1 \\ SO_2}} \overset{O_2}{k'f_b} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_3 \\ S_3O_2}} S_3 \underbrace{\qquad}_{\substack{d_4 \\ S_3O_1}} \overset{O_1}{k'1} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_4 \\ S_4O_1}} S_4$$

$$d'_3 = \frac{d_1 f_b}{d_1 - f_b} = \frac{90.60}{90-60} = 180\,\text{cm}$$

$$d_4 = O_2O_1 - d'_3 = 30 - 180 = -150\text{ cm}$$

$$d'_4 = \frac{d_4 f_1}{d_4 - f_1} = \frac{-150.20}{-150-20} = 17{,}64\,\text{cm}$$

3. Khi đem tráng bạc mặt lồi phần 2, ta được hai hệ kính gương ghép sát:

- Hệ kính có tiêu cự $f_a = 15$ cm ghép sát với một gương cầu lõm có tiêu cự $f_g = 15$ cm. Hệ có tác dụng như một gương cầu có tiêu cự f_{g1}:

$$\frac{1}{f_{g1}} = \frac{2}{f_a} + \frac{1}{f_g} = \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} \rightarrow f_{g1} = 5\,\text{cm} > 0$$

Vậy hệ có tác dụng như một gương lõm có tiêu cự $f_{g1} = 5$ cm

Ảnh A_1B_1 của AB được vẽ ở hình 3.23:

Vị trí và chiều cao của A_1B_1:

$$d_1 = \frac{df_{g1}}{d - f_{g1}} = \frac{30.5}{30-5} = 6\text{cm} > 0 \text{ : ảnh thật}$$

$$A_1B_1 = AB\frac{d_1}{d} = 3\text{cm}.$$

- Hệ, gồm kính có tiêu cự f_k = 60 cm ghép sát với một gương cầu lõm có tiêu cự f_g = 15 cm, có tác dụng như một gương có tiêu cự f_{g2}:

$$\frac{1}{f_{g2}} = \frac{2}{f_k} + \frac{1}{f_g} = \frac{2}{60} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} \rightarrow f_{g2} = 10\text{cm} > 0$$

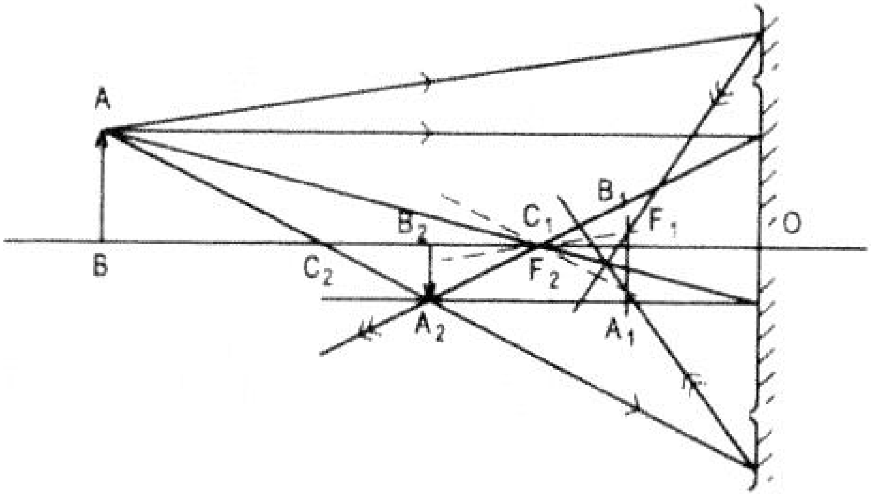
Vậy hệ có tác dụng như một gương lõm có tiêu cự f_{g2} = 10 cm

Ảnh A_2B_2 được vẽ ở hình 3.23.

Vị trí và chiều cao của A_2B_2:

$$d_2 = \frac{df_{g2}}{d - f_{g2}} = \frac{30.10}{30-10} = 15\text{cm} > 0\text{: ảnh thật}$$

$$A_2B_2 = AB\frac{d_2}{d} = 3\text{cm}$$



Hình 3.23

4. Ở đây có hai hệ:

-hệ I gồm kính hội tụ có tiêu cự $f_1 = 20$ cm và gương lõm có tiêu cự $f_{g1} = 5$ cm.

-hệ II gồm kính hội tụ có tiêu cự $f_1 = 20$ cm và gương lõm có tiêu cự $f_{g2} = 10$ cm.

Dùng hệ I	hệ II
$d'_1 = \dfrac{30.20}{30-20} = 60\,\text{cm}$	$d'_1 = \dfrac{30.20}{30-20} = 60\,\text{cm}$
$d_2 = 40 - 60 = -20$ cm	$d_2 = 40 - 60 = -20$ cm
$d'_2 = \dfrac{-20.5}{-20-5} = 4\,\text{cm}$	$d'_2 = \dfrac{-20.10}{-20-10} = \dfrac{20}{3}\,\text{cm}$
$d_3 = 40 - 4 = 36$ cm	$d_3 = 40 - \dfrac{20}{3} = \dfrac{100}{3}\,\text{cm}$
$d'_3 = \dfrac{36.20}{36-20} = 45\,\text{cm} >$ ảnh thật	$d'_3 = \dfrac{\dfrac{100.20}{3}}{\dfrac{100-20}{3}} = 50\,\text{cm} > 0$: ảnh thật
$A_3B_3 = 6\,\dfrac{60.4.45}{30.20.36} = 3\,\text{cm}$	$A_3B_3 = 6\,\dfrac{60.20.50}{30.20.100.50} = 0{,}12\,\text{cm}.$

Bài toán 3.4.6

Đặt một gương phẳng vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, tiêu cự 10 cm, rồi đặt vào bên trong kính gương một vật AB vuông góc với trục chính của kính. Tìm khoảng cách kính - gương để hệ tạo hai ảnh cùng kích thước.

Giải

Từ AB có ánh sáng qua kính tạo ảnh A'B' có độ phóng đại:

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{f}{f-d}$$

Từ AB có ánh sáng tới gương phẳng rồi phản xạ, tạo ảnh A_1B_1, qua thấu kính, tạo ảnh A_2B_2 có độ phóng đại k:

$$d_1 = m - d$$

$$d'_1 = - d_1 = - (m - d)$$

$$d_2 = m - d_2 = 2m - d$$

$$| k | = \frac{A_2B_2}{AB} = 1 . \frac{f}{f - d_2} = \frac{f}{2m - d - f}$$

Vì hai ảnh cao bằng nhau nên $|k'| = |k|$

$$f - d = 2m - d - f$$

$$m = f$$

Vậy gương phẳng nằm ở tiêu diện của thấu kính.

Chú ý: Cũng có thể căn cứ vào tính chất tạo ảnh của thấu kính hội tụ để lập luận về vị trí của gương phẳng:

Có hai vị trí của vật, nằm đối xứng qua tiêu điểm của thấu kính, có ảnh cùng kích thước (một vị trí trong tiêu điểm và một vị trí ngoài tiêu điểm).

Ở đây A'B' là ảnh của AB tạo bởi thấu kính và A_2B_2 cũng là ảnh của A_1B_1 tạo bởi thấu kính. Muốn hai ảnh này cùng kích thước thì AB và A_1B_1 phải nằm đối xứng qua tiêu điểm của kính. Nhưng A_1B_1 lại là ảnh của AB tạo bởi gương và nằm đối xứng đối với vật qua gương, nên tiêu điểm của kính trùng với vị trí của gương, tức là gương cách kính một khoảng đúng bằng tiêu cự của kính.

Bài toán 3.4.7

Có một thấu kính thủy tinh, chiết suất $n_1 = 1,5$, giới hạn bởi một mặt lõm, bán kính $R_1 = 10$ cm, và một mặt lồi tráng bạc, bán kính $R_2 = 20$ cm. Để ngửa kính, sao cho mặt lõm hướng lên trên và trục chính thẳng đứng, rồi đổ một chất lỏng, chiết suất $n_2 = 1,6$, vào mặt lõm cho đến ngang mép kính.

1. Hỏi hệ có tác dụng như một dụng cụ loại nào và có tiêu cự bằng bao nhiêu.

2. Một chùm sáng song song thẳng đứng chiếu tới toàn bộ mặt chất lỏng. Hỏi chùm sáng cuối cùng là hội tụ hay phân kỳ? Nếu lớp bạc ở chỏm mặt cầu bị bung ra một khoảng tròn thì chùm sáng sẽ đi như thế nào?

Giải

1. Hệ gồm: một thấu kính bằng chất lỏng có tiêu cự f_{k1}, một thấu kính bằng thủy tinh có tiêu cự f_{k2} và một gương cầu lõm, tiêu cự f_g, ghép sát. Hệ có tác dụng như một gương có tiêu cự f được tính theo công thức:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{f_{k1}} + \frac{2}{f_{k2}} + \frac{1}{f_g}$$

$$\frac{1}{f_{k1}} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{R_{fg}} + \frac{1}{R_{lồi}}\right) = 0{,}6 . \frac{1}{10} = \frac{3}{50}$$

$$\frac{1}{f_{k2}} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{R_{lõm}} + \frac{1}{R_{lồi}}\right) = 0{,}5\left(-\frac{1}{20}\right) = -\frac{1}{40}$$

$$f_g = 10$$

$$\frac{1}{f} = \frac{6}{50} - \frac{2}{40} + \frac{1}{10} = \frac{34}{200} \rightarrow f = \frac{100}{17}\text{ cm} > 0 \text{ gg lõm.}$$

2. Vì hệ có tác dụng như một gương cầu lõm nên chùm sáng song song với trục chính sẽ phản xạ qua tiêu điểm, tức là hội tụ tại một điểm cách hệ 100/17 cm. Chùm phản xạ sau khi hội tụ lại tiếp tục phân kỳ.

Nếu có một khoảng bạc bung ra thì, phần chùm sáng nào qua hai kính tới gương, sẽ phản xạ lại qua hai kính và cuối cùng hội tụ tại tiêu điểm của gương cầu lõm tương đương, còn phần chùm sáng nào chỉ qua hai kính mà không gặp gương sẽ ló và hội tụ tại tiêu điểm của hệ hai kính có tiêu cự f_{12}

$$\frac{1}{f_{12}} = \frac{2}{f_{k1}} + \frac{2}{f_{k2}} = \frac{1}{40} + \frac{3}{50} = \frac{7}{200} \Rightarrow f_{12} = \frac{200}{7}\,\text{cm}$$

Bài toán 3.4.8

Ở tiêu diện của thấu kính hội tụ đặt một vật có độ cao H. Sau kính đặt một gương phẳng vuông góc với trục chính. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh tạo bởi hệ.

Bài toán 3.4.9

Một thấu kính thủy tinh phẳng - lõm có tiêu cự f và có mặt phẳng được tráng bạc. Trước mặt lõm một khoảng d có một điểm sáng nằm trên trục chính. Xác định vị trí và tính chất của ảnh.

Giải

Nếu giả thiết, giữa mặt thuỷ tinh và mặt bạc có một khe không khí, thì ta có một hệ gồm một thấu kính phân kì ghép sát với một gương phẳng. Hệ có tác dụng như một gương, có tiêu cự f_h được tính theo công thức:

$$\frac{1}{f_h} = \frac{2}{f_k} + \frac{1}{f_g} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\infty}$$

$$f_h = -\frac{f}{2} < 0 \text{ : gương cầu lồi}$$

Vị trí, tính chất của ảnh: $d' = \dfrac{-df/2}{d + f/2} = \dfrac{-df}{2d + f} < 0$: ảnh ảo.

Bài toán 3.4.10

Một đèn pha gồm một thấu kính hội tụ tiêu cự 15 cm và một gương cầu lõm tiêu cự 10 cm. Bóng đèn được coi như một nguồn sáng điểm.

1. Hỏi phải đặt bóng đèn ở đâu để ánh sáng chiếu đi xa nhất.

2. Muốn các chùm sáng từ đèn phát đi là hội tụ thì phải dịch đèn về phía nào?

3. Phía trước thấu kính 60 cm, đặt một màn ảnh vuông góc với trục chính của hệ. Nếu đèn đặt cách thấu kính 18 cm, trên màn xuất hiện các vệt sáng tròn như thế nào? Tìm kích thước của chúng, biết đường kính rìa của kính bằng 20 cm.

Giải

1. Muốn ánh sáng từ đèn pha chiếu đi xa nhất thì chùm ló khỏi kính phải là những chùm song song với trục chính.

Có thể, hoặc lập luận, hoặc tính toán, để đưa ra kết quả:

a. Muốn ánh sáng từ bóng đèn tới thấu kính rồi ló song song với trục chính của kính thì bóng đèn phải nằm ở tiêu điểm của kính. Mặt khác, muốn ánh sáng từ bóng đèn chiếu tới gương, phản xạ sang kính rồi ló song song, thì chùm phản xạ từ gương phải qua tiêu điểm của kính. Nhưng bóng đèn lại nằm ở tiêu điểm của kính, nên chùm tới gương trùng với chùm phản xạ. Điều này chỉ có thể đạt được khi bóng đèn nằm ở tâm gương. Do đó, tiêu điểm của kính trùng với tâm gương và khoảng cách kính gương bằng (15 + 20) = 35 cm.

b. Coi như các chùm ló khỏi kính, song song với trục chính, tạo ảnh ở vô cực:

Giải theo sơ đồ tạo ảnh và hệ phương trình ở phần phương pháp chung:

$$d' = \infty \text{ và } d'_2 = \infty,\ d_2 = f_k$$

$$d' = \frac{df_k}{d - f_k} = \infty \rightarrow d = f_k = 15\text{ cm}$$

$$d_1 = O_1O_2 - d = x - d = x - 15$$

$$d_1 = \frac{d_1 f_g}{d_1 - f_g} = \frac{(x-15)10}{x-25}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d_1 = x - \frac{10x-150}{x-25} = 15$$

$x^2 - 50x + 525 = 0$

$x = 25 - 10 = 15$ cm (loại)

$x = 25 + 10 = 35$ cm.

2. Muốn các chùm ló khỏi kính là những chùm hội tụ thì $d' > 0$ và $d'_2 > 0$:

Gọi khoảng cách từ bóng đèn đến gương là d_1 và đến kính là d:

$d = 35 - d_1$

suy ra : $0 \leq d_1 < 20$ cm và $d_1 > 35$ cm (loại)

Mặt khác: $d_1 = \frac{d_1 f_g}{d_1 - f_g} = \frac{10d_1}{d_1 - 10}$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 35 \frac{10d_1}{d_1 - f_g} = \frac{20d_1 - 350}{d_1 - 10}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_k}{d_2 - f_k} = \frac{15(20d_1 - 350)}{5d_1 - 200}$$

Suy ra: $0 \leq d_1 < 17,5$ cm và $d_1 > 20$ cm

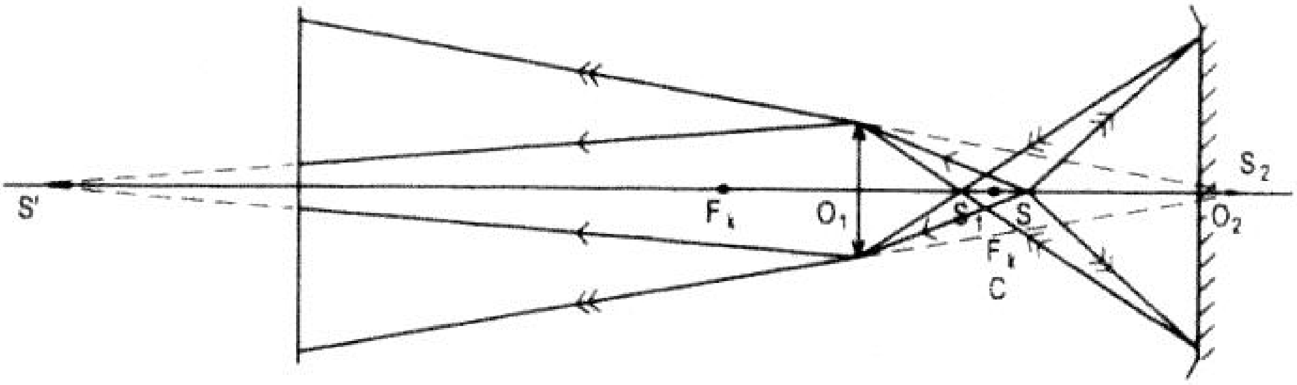
So sánh hai kết quả, rút ra : muốn chùm sáng ló khỏi kính là chùm hội tụ thì khoảng cách d_1 từ bóng đèn đến gương phải: $0 \leq d_1 < 17,5$ cm.

3. Bóng đèn đặt trước kính một khoảng d = 18 cm, trước gương một khoảng $d_1 = 17$ cm.

ảnh S' cách kính d' = 90 cm

ảnh S_2 cách kính $d'_2 = -37,5$ cm

Đường truyền của các chùm sáng được vẽ ở hình 3.24.



Hình 3.24

Vì mặt kính tròn nên trên màn có hai vệt sáng tròn, có Xét hai tam giác đồng dạng S'MN và S'PQ, ta có:

$$MN = PQ\frac{S'O}{S'O_1} = \frac{20.30}{90} = \frac{20}{3}\,\text{cm}.$$

Xét hai tam giác đồng dạng S_2KL và S_2PQ, ta có:

$$KL = PQ\frac{S_2O}{SO} = \frac{20.97,5}{375} = 52\,\text{cm}.$$

Hai vệt sáng tròn có một phần, đường kính MN, chồng lên nhau nên sáng hơn chung quanh.

Bài toán 3.4.11

Sau thấu kính hội tụ O_p, tiêu cự $f = 12$ cm, một khoảng $m = 24$ cm đặt một gương phẳng vuông góc với trục chính. Phía trong khoảng kính gương đặt một vật sáng AB trước gương 4 cm.

1. Đặt màn ở những vị trí nào thì thu được các ảnh rõ nét?

2. Đặt vật trước gương một khoảng bao nhiêu thì thu được hai ảnh cao gấp ba lần nhau ? Vẽ ảnh.

Giải

1. Vật AB trước gương 4 cm, trước thấu kính 20 cm.

Vị trí của ảnh A'B' tạo bởi thấu kính :

$$d' = \frac{20.12}{20-12} = 30 \text{ cm}.$$

Vị trí của ảnh A_2B_2 tạo bởi hệ gương - kính:

$$d_1 = 4 \text{ cm}$$

$$d'_1 = -4 \text{ cm}$$

$$d_2 = 24 + 4 = 28 \text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{28.12}{28-12} = 21 \text{ cm}.$$

2. Chọn d_1 là khoảng cách từ vật đến gương, $d = m - d_1 = 24 - d_1$ là khoảng cách từ vật đến thấu kính.

Độ phóng đại của ảnh A'B' tạo bởi thấu kính:

$$k = \frac{f}{f-d} = \frac{12}{d_1-12} \rightarrow |k| = \frac{12}{12-d_1}$$

Độ phóng đại của ảnh A_2B_2 tạo bởi hệ gương - kính :

$$d'_1 = -d_1, \; d_2 = 24 + d_1$$

$$k = 1.\frac{f}{f-d_2} = \frac{12}{-12-d_1} = \frac{-12}{12+d_1} \rightarrow |k'| = \frac{12}{12-d_1}$$

$$\frac{|k|}{|k|} = \frac{12+d_1}{12-d_1} = 3$$

Suy ra : $d_1 = 6$ cm.

Bài toán 3.4.12

Đặt một thấu kính hội tụ, tiêu cự $f_k = 12$ cm, đồng trục và trước gương cầu lõm, tiêu cự $f_g = 5$ cm, một khoảng $m = 35$ cm.

Trước thấu kính 20 cm có một điểm sáng S nằm trên trục chính.

1. Xác định vị, tính chất của ảnh tạo bởi hệ.

2. Giữ thấu kính và điểm sáng cố định, dịch chuyển gương. Tìm khoảng cách m, từ gương đến thấu kính, để ảnh S_3 trùng với S.

Hướng dẫn

1. Giải theo sơ đồ tạo ảnh và hệ phương trình trong phương pháp chung để rút ra $d'_3 = 12$ cm > 0 : ảnh thật.

2. Muốn ảnh S_3 nằm trùng với S thì nó phải là ảnh thật : $d'_3 = d_1 = 20$ cm.

Gọi m là khoảng cách từ thấu kính đến gương :

$$d'_1 = \frac{20.12}{20-12} = 30 \text{ cm}$$

$$d_2 = m - 30$$

$$d'_2 = \frac{(m-30)5}{m-35}$$

$$d_3 = m - \frac{5m-150}{m-35} = \frac{m^2-40m+150}{m-35}$$

Mặt khác:

$$d_3 = \frac{20.12}{20-12} = 30$$

$$\frac{m^2-40m+150}{m-35} = 30$$

$$m^2 - 70\ m + 1200 = 0$$

và chọn cả hai nghiệm: m = 30 cm và m = 40 cm.

Với nghiệm m = 30 cm, ảnh S_1 và do đó ảnh S_2 nằm ở đỉnh gương : ảnh S_3 nằm đúng ở S.

Với nghiệm m = 40 cm, ảnh S_1 và do đó ảnh S_2 nằm ở tâm C của gương : ảnh S_3 nằm đúng ở S.

Bài toán 3.4.13

Đặt một thấu kính phân kì, tiêu cự 60 cm, đồng trục và trước một gương cầu lõm, một khoảng 60 cm. Trước thấu kính phân kì đặt một vật AB. Tìm tiêu cự của gương lõm để hệ luôn luôn tạo ảnh thật, không phụ thuộc vào vị trí của AB.

Hướng dẫn

Theo sơ đồ tạo ảnh, muốn tính tiêu cự của gương cầu lõm phải biết khoảng cách d_2 từ S_1 đến gương và khoảng cách d'_2 từ ảnh S_2 đến gương.

Theo tính chất tạo ảnh của thấu kính phân kỳ: đối với vật thật, thấu kính phân kỳ bao giờ cũng tạo ảnh ảo nằm trong tiêu diện và cùng phía với vật so với kính, nên ảnh A_1B_1 của AB nằm trước kính một khoảng từ kính đến tiêu diện tức là $0 \le |d'_1| \le 60$.

Nhưng A_1B_1 lại trở thành vật thật đối với gương nên khoảng cách d_2 từ nó đến gương phải:

$$60 \le d_2 \le 120 \qquad \text{vì } d_2 = O_1O_2 - d'_1$$

Mặt khác muốn A_3B_3, ảnh của A_2B_2, là ảnh thật tạo bởi thấu kính phân kỳ thì A_2B_2 phải là vật ảo và nằm trong tiêu diện của thấu kính tức là $0 \le |d_3| \le 60$.

Nhưng A_2B_2 lại là ảnh thật của A_1B_1, tạo bởi gương, nên khoảng cách d'_2 từ nó đến gương phải:

$$60 \leq d'_2 \leq 120$$

Theo tính chất tạo ảnh của gương cầu lõm, vật thật chạy lại gần gương, ảnh thật chạy ra xa gương nên:

$$d_{2max} = 120\text{ cm thì } d'_{2min} = 60\text{ cm}$$

$$d_{2min} = 60\text{ cm thì } d'_{2max} = 120\text{ cm}$$

Dùng công thức $f_g = \dfrac{d_{2max}d_{2min}}{d_{2max} + d_{2min}}$ tính được $f_g = 40$ cm.

Chương IV

ẢNH TẠO BỞI HỆ QUANG HỌC KHÔNG ĐỒNG TRỤC

4.1 Bài toán về hệ dụng cụ có các trục chính nằm xiên với nhau

Bài toán 4.1.1

Có hai thấu kính hội tụ cùng tiêu cự $f = 20$ cm được đặt sao cho trục chính của kính thứ hai qua quang tâm kính thứ nhất và nghiêng với trục chính của kính này một góc $\alpha = 30^\circ$. Quang tâm hai kính cách nhau 40 cm. Một điểm sáng S nằm ở tiêu điểm trước của kính thứ nhất. Vẽ ảnh của S và tìm khoảng cách từ ảnh đó đến S.

Giải

Ảnh S' của S được vẽ ở hình 4.1:

Hạ hai đường vuông góc S'H và O_2K:

Từ tam giác vuông SS'H :

$$SS' = \sqrt{S'H^2 + SH^2}$$

với:

$$S'H = O_2K = O_1O_2 \sin\alpha = 40.0,5 = 20 \text{ cm}$$

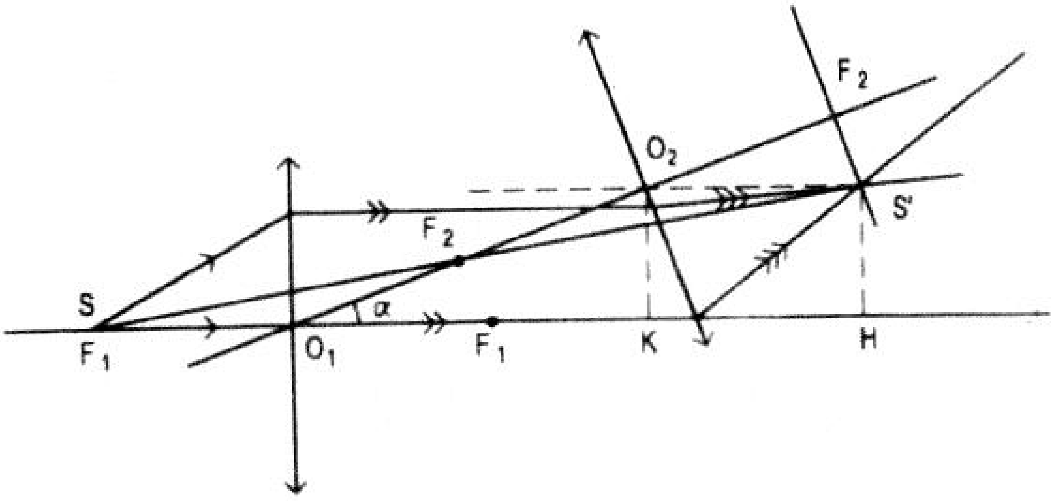
$$SH = SO_1 + O_1K + KH$$

$$SO_1 = 20 \text{ cm}$$

$$O_1K = O_1O_2 \cos\alpha = 40.\ \sqrt{3}/2 = 34,64 \text{ cm}$$

$$KH = O_2S' = \frac{O_2F_2}{\cos\alpha} = \frac{20.2}{\sqrt{3}} = 23,09 \text{ cm}$$

Suy ra : $SS' = 80,26$ cm.



Hình 4.1

Bài toán 4.1.2

Có hai thấu kính hội tụ, cùng tiêu cự f, được đặt sao cho trục chính của thấu kính thứ nhất đi qua quang tâm thấu kính thứ hai và nghiêng với trục chính kính thứ hai một góc α.Tại tiêu điểm trước của kính thứ nhất có một điểm sáng S. Khoảng cách hai quang tâm của hai thấu kính bằng m.

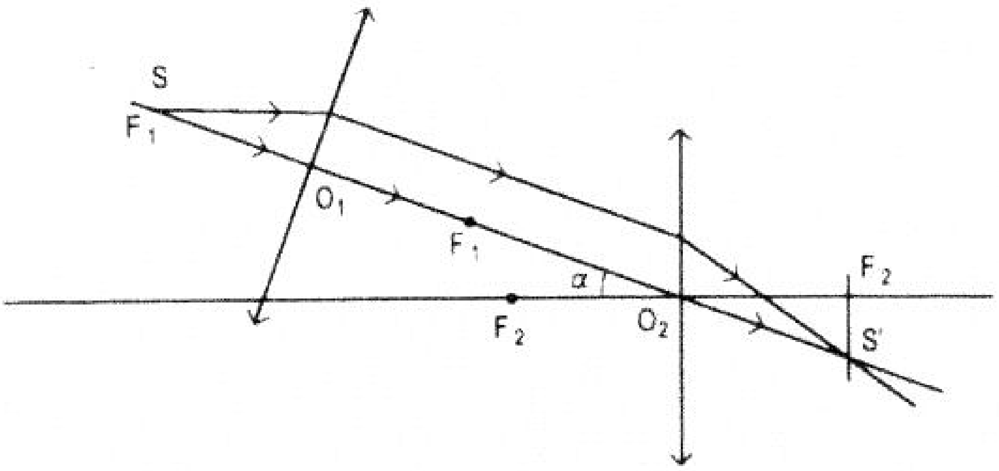
1. Vẽ ảnh S' của S tạo bởi hệ và tìm khoảng cách từ ảnh đó đến S.

2. Hỏi ảnh S' di chuyển như thế nào khi cho thấu kính thứ hai quay một góc nhỏ chung quanh quang tâm của nó ?

Hướng dẫn

1. Đường truyền của tia sáng và ảnh của S được vẽ ở hình 4.2: tia bất kỳ từ S, qua kính thứ nhất, ló song song với trục chính rồi qua kính thứ hai , ló qua tiêu điểm phụ nằm trên trục phụ , song song với tia tới. Tia sáng từ S đi trùng với trục chính , qua hai quang tâm và ló thẳng. Giao điểm của hai tia ló khỏi kính thứ hai là ảnh S' của S tạo bởi hệ :

$$SS' = f + m + \frac{f}{\cos\alpha}$$



Hình 4.2

2. Ảnh S' luôn luôn nằm trên trục chính của kính thứ nhất, nên khi quay thấu kính thứ hai chung quanh O_2, ảnh S' chỉ di chuyển trên trục chính này. Khi α giảm, $\cos\alpha$ tăng dẫn đến SS' giảm: S' chạy lại gần S cho đến khi SS' nhỏ nhất và bằng 2f + m. Khi α tăng, $\cos\alpha$ giảm dẫn đến SS' tăng.

Bài toán 4.1.3

Đặt một vật AB cao 6 cm trước gương cầu lõm tiêu cự 20 cm một khoảng 30 cm rồi đặt một gương phẳng nghiêng với trục chính của gương lõm một góc 45°, giao điểm O_2 của gương với trục chính cách đỉnh O_1 của gương cầu một khoảng 40 cm.

Vẽ ảnh thứ hai tạo bởi hệ gương lõm-gương phẳng. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh này.

Giải

Sơ đồ tạo ảnh:

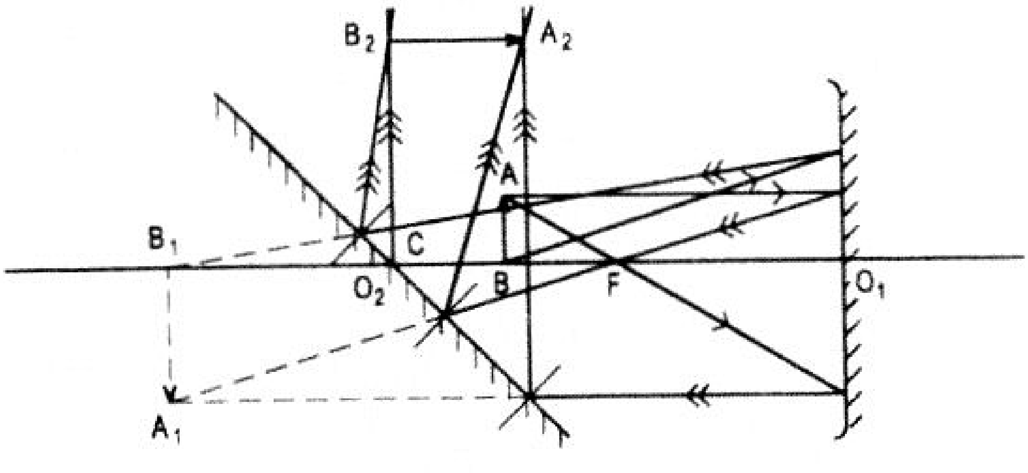
$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & O_1O_2 & & & & \\ & & O_1 & & & & O_2 & & \\ AB & \smile & Gl & \smile & A_1B_1 & \smile & Gf & \smile & A_2B_2 \\ & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & \\ & BO_1 & & B_1O_1 & & B_1O_2 & & B_2O_2 & \end{array}$$

$$d'_1 = \frac{30.20}{30-20} = 60 \text{ cm}$$

$$d_2 = 40 - 60 = - 20 \text{ cm}$$

$$d'_2 = 20 \text{ cm.}$$

$$A_2B_2 = AB\left|\frac{d'_1d'_2}{d_1d_2}\right| = 12 \text{ cm}$$



Hình 4.3

A_1B_1 là ảnh thật của AB tạo bởi gương lõm trở thành vật ảo đối với gương phẳng. A_2B_2 là ảnh thật của A_1B_1 tạo bởi gương phẳng được vẽ như sau:(hình 4.3)

Vì gương phẳng nghiêng một góc 45° nên đường đối xứng với đường O_2B_1 qua gương phẳng là đường thẳng vuông góc với trục chính tại O_2

B_2 là ảnh của B_1 nằm đối xứng với B_1 qua gương nên phải nằm trên đường đối xứng này và cách O_2 một khoảng $O_2B_2 = O_2B_1 = 20$ cm.

A_1B_1 vuông góc với O_2B_1 nên A_2B_2 đối xứng với nó qua gương phẳng phải vuông góc với O_2B_2 tức là song song với trục chính của gương lõm.

Vậy A_2B_2 là ảnh thật, cao 12 cm, nằm song song với trục chính của gương lõm và cách trục đó 20 cm.

Bài toán 4.1.4

Có một thấu kính hội tụ, tiêu cự 20 cm và một thấu kính phân kì, tiêu cự 30 cm , được đặt sao cho trục chính của chúng vuông góc với nhau tại O, nằm cách đều hai thấu kính những khoảng 40 cm. Qua O đặt một gương phẳng nằm nghiêng với các trục chính những góc 45°. Trước thấu kính hội tụ 25 cm, đặt một vật AB cao 4 cm, vuông góc với trục chính.

Vẽ ảnh tạo bởi hệ. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh này.

Giải

Ánh sáng từ AB chiếu tới thấu kính hội và ló, tạo ảnh A_1B_1, tới gương phẳng phản xạ tạo ảnh A_2B_2 và tới thấu kính phân kì tạo ảnh A_3B_3.

Sơ đồ tạo ảnh như sau:

$$O_1 \overset{O_1O}{\frown} O \overset{OO_2}{\frown} O_2$$

$$AB \xrightarrow{\text{Kht}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Gfảng}} A_2B_2 \xrightarrow{\text{Kfk}} A_3B_3$$

d_1	d'_1	d_2	d'_2	d_3	d'_3
BO_1	B_1O_1	B_1O	B_2O	B_2O_2	B_3O_2

Hệ phương trình:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{25.20}{25-20} = 100 \text{ cm}$$

$$d_2 = O_1O - d'_1 = 40 - 100 = -60 \text{ cm}$$

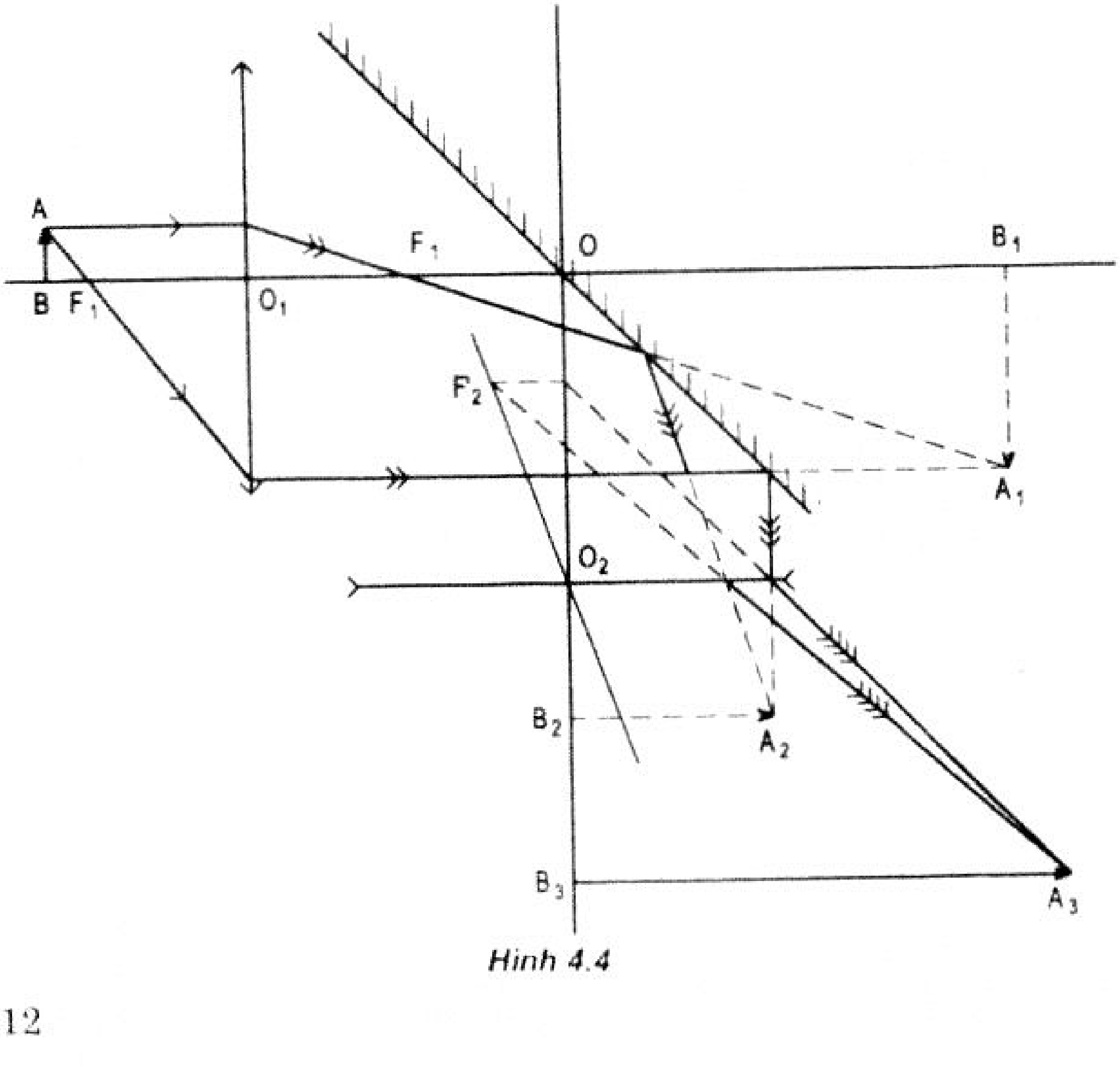
$$d'_2 = -d_2 = 60 \text{ cm}$$

$$d_3 = OO_2 - d'_2 = 40 - 60 = -20 \text{ cm}$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_2}{d_3 - f_2} = \frac{-25(-30)}{-20+30} = 60 \text{ cm}$$

$$A_3B_3 = AB\left|\frac{d'_1 d'_2 d'_3}{d_1 d_2 d_3}\right| = 48 \text{ cm}.$$

Các ảnh được vẽ như ở hình 4.4.


A
B
F₁
O₁
F₁
O
B₁
A₁
F₂
O₂
B₂
A₂
B₃
A₃

Hình 4.4

4.2. Bài toán về hệ các dụng cụ có các trục chính song song với nhau

Bài toán 4.2.1

Một thấu kính hội tụ có tiêu cự 20 cm và một thấu kính phân kỳ có tiêu cự 30 cm, được đặt sao cho trục chính của chúng song song với nhau và cách nhau 1 cm. Khoảng cách hai kính bằng 40 cm. Phía trước kính hội tụ 30 cm có một điểm sáng S nằm trên trục chính.

1.Vẽ ảnh của S tạo bởi hệ.Xác định vị trí và tính chất của ảnh này.

2.Vị trí và tính chất của ảnh biến đổi như thế nào khi cho S chạy dọc theo trục chính từ vị trí đầu về sát kính hội tụ.

3.Vị trí của ảnh thay đổi như thế nào khi tịnh tiến kính phân kỳ theo phương vuông góc với trục chính cho đến khi hai trục chính trùng nhau.

Giải

1.Ánh sáng từ S tới kính hội tụ rồi ló , tạo ảnh S_1, tiếp tục tới kính phân kỳ và qua kính này tạo ảnh S_2.

Ảnh S_2 được vẽ như ở hình 4.5:

Sơ đồ tạo ảnh:

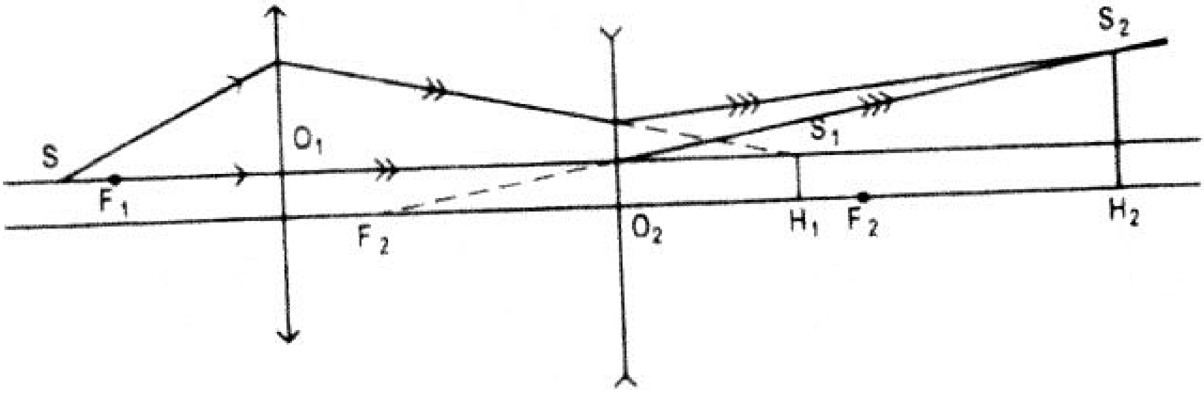
$$S \underbrace{\qquad}_{\substack{d_1 \\ SO_1}} \overset{O_1}{\text{kht}} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_1 \\ S_1O_1}} S_1 \underbrace{\qquad}_{\substack{d_2 \\ H_1O_2}} \overset{O_2}{\text{kfk}} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_2 \\ H_2O_2}} S_2$$

Hệ phương trình $d'_1 = \dfrac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$

d_2 = khoảng cách hai kính - d'_1

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

$$S_2H_2 = S_1H_1 \left|\frac{d_2'}{d_2}\right|$$



Hình 4.5

Áp dụng bằng số:

$$d_1' = \frac{30.20}{30-20} = 60\,\text{cm}$$

$$d_2 = 40 - 60 = -20\text{ cm}$$

$$d_2' = \frac{-60(-30)}{-60+30} = 60\,\text{cm} > 0 : S_2 \text{ là ảnh thật.}$$

$S_1H_1 = 1$ cm ; $\qquad S_2H_2 = 1\,\dfrac{60}{20} = 3$ cm.

2.Khảo sát vị trí và tính chất của ảnh S_2:

$$d_1' = \frac{20d_1}{d_1-20}$$

$$d_2 = 40 - \frac{20d_1}{d_1-20} = \frac{20d_1 - 800}{d_1-20}$$

$$d_2 = \frac{\dfrac{20d_1 - 800}{d_1 - 20}(-30)}{\dfrac{20d_1 - 800}{d_1 - 20} + 30} = \frac{30(800 - 20d_1)}{50d_1 - 1400}$$

$$|k_2| = \frac{S_2H_2}{S_1H_1} = \left|\frac{-30}{50d_1 - 1400}\right| .$$

Bảng biến thiên:

d_1	30		28		0
d'_2	60	+	$+\infty \,\|\, -\infty$	-	-17,14

d_1	30			28	0
k_2	3	-	$-\infty \,\|\, +\infty$	+	$3/_{140}$
$\|k_2\|$	3		$+\infty \,\|\, +\infty$		$3/_{140}$

Qua hai bảng biến thiên ta rút ra:

- Khi S chạy từ vị trí cách thấu kính hội tụ 30 cm đến vị trí cách kính đó 28 cm S_2 là ảnh thật chạy từ vị trí cách thấu kính phân kỳ 60 cm ra xa vô cùng và cũng từ khoảng cách trục chính thấu kính phân kỳ 3 cm ra xa vô cùng.

- Khi S chạy từ vị trí cách thấu kính hội tụ 28 cm đến sát kính , S_2 là ảnh ảo chạy từ vô cùng đến cách thấu kính phân kỳ 17,14 cm và cũng từ xa vô cùng đến cách trục chính thấu kính phân kỳ 3/140 cm.

3. Khi tịnh tiến thấu kính phân kỳ theo phương vuông góc với trục chính thì khoảng cách d'_2 từ S_2 đến thấu kính phân kỳ không đổi, nhưng S_2 tiến lại gần trục chính của kính này và nằm trên trục khi hai trục của hai kính trùng nhau.

Bài toán 4.2.2

Có hai thấu kính phẳng lồi giống nhau, mặt lồi có bán kính R = 5 cm. Khoét mặt đĩa một kính để lấy một đĩa tròn có bán kính rìa r = 0,8 cm, có tâm O' cách quang tâm O của kính một khoảng OO' = 1 cm như hình vẽ 4.6. Chiết suất của thủy tinh làm kính bằng 1,5.

1. Tìm tiêu cự của đĩa.

2. Trên đường thẳng qua tâm O' và vuông góc với mặt phẳng đĩa, có một vật AB cao 4 cm nằm vuông góc với đường thẳng này và cách đĩa 15 cm.Vẽ ảnh của AB tạo bởi đĩa. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh này.

3. Áp sát mặt phẳng đĩa vào mặt phẳng của thấu kính thứ hai, sao cho tâm O' của đĩa cách quang tâm O của kính 1 cm. Vẽ các ảnh của một điểm sáng S nằm trên trục chính của kính thứ hai và cách kính 15 cm. Xác định vị trí, tính chất của các ảnh thu được.

Vị trí và tính chất của các ảnh thay đổi như thế nào khi tịnh tiến đĩa đến khi tâm O' trùng với quang tâm O?

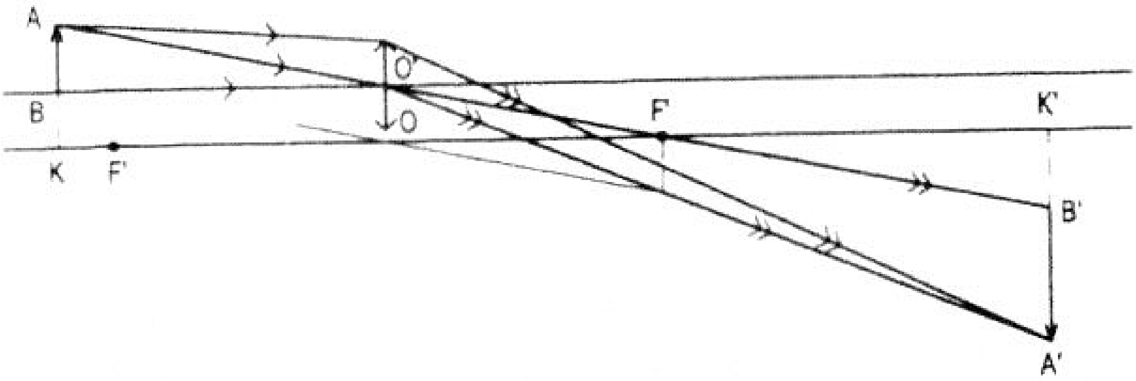
Giải

1. Đĩa O' cũng giới hạn bởi một mặt phẳng và một mặt lồi bán kính R = 5 cm nên có tác dụng như một thấu kính có tiêu cự:

$$\frac{1}{f'} = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{\infty}+\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{10} \qquad f' = 10\,\text{cm}$$

Đó cũng là tiêu cự f của kính O.

2. Ảnh của AB được vẽ như ở hình 4.6:



Hình 4.6

Với kích thước đã cho của đĩa, quang tâm của đĩa không nằm trên nó, nên không có tia sáng nào từ A và B tới quang tâm của đĩa cả. Nhưng để dễ tính toán ta tưởng tượng nếu từ A và B có hai tia sáng tới quang tâm O thì chúng sẽ ló thẳng qua A' và B'.

A'B' cách đĩa một khoảng d':

$$d' = \frac{df'}{d-f'} = \frac{15.10}{15-10} = 30 \text{ cm} > 0 : \text{ảnh thật}$$

Từ hai tam giác đồng dạng A'B'O và ABO:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{d'}{d} \qquad A'B' = 8 \text{ cm}$$

Từ hai tam giác đồng dạng B'K'O và BKO:

$$\frac{B'K'}{BLK} = \frac{d'}{d} \quad B'K' = 2 \text{ cm}$$

Vậy ảnh A'B' là ảnh thật cao 8 cm ,có chân B' cách trục chính của đĩa 2 cm và cách đĩa 30 cm.

3. Khi áp sát để hai thấu kính quang tâm O của chúng trùng nhau:

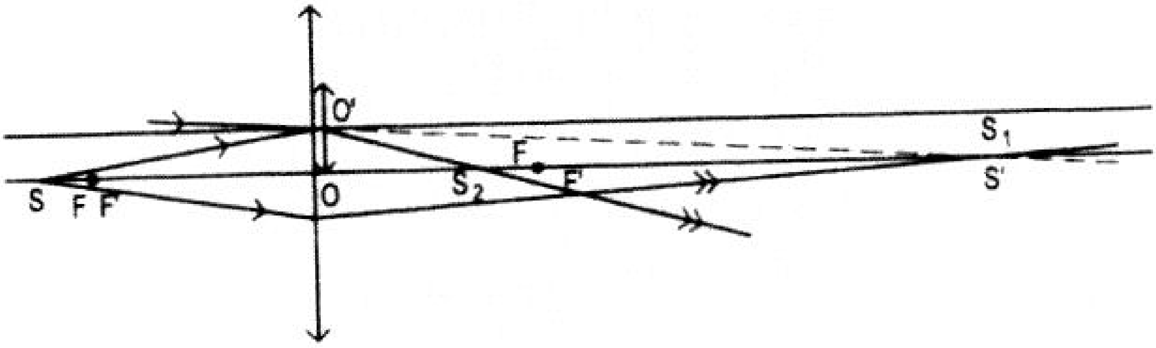
Ánh sáng từ S, một phần chiếu tới thấu kính O và một phần tới hệ thấu kính ghép sát. Phần tới thấu kính O sau khi ló tạo ảnh S', phần tới hệ lần lượt ló khỏi thấu kính thứ nhất tạo ảnh S_1 rồi ló qua thấu kính thứ hai tạo ảnh S_2.

Sơ đồ tạo ảnh:

$$S \underbrace{\qquad}_{\substack{d \\ SO}} \text{kính O} \underbrace{\qquad}_{\substack{d' \\ S'O}} S'$$

$$S \underbrace{\qquad}_{\substack{d_1 \\ SO}} \overbrace{\text{kO} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_1 \\ S_1O}} S_1 \underbrace{\qquad}_{\substack{d_2 \\ S_1O'}} \text{đĩa O'}}^{OO'} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_2 \\ S_2O'}} S_2$$

Các ảnh được vẽ như ở hình 4.7:



Hình 4.7

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{15.10}{15-10} = 30\text{ cm} > 0 \text{ :ảnh thật}$$

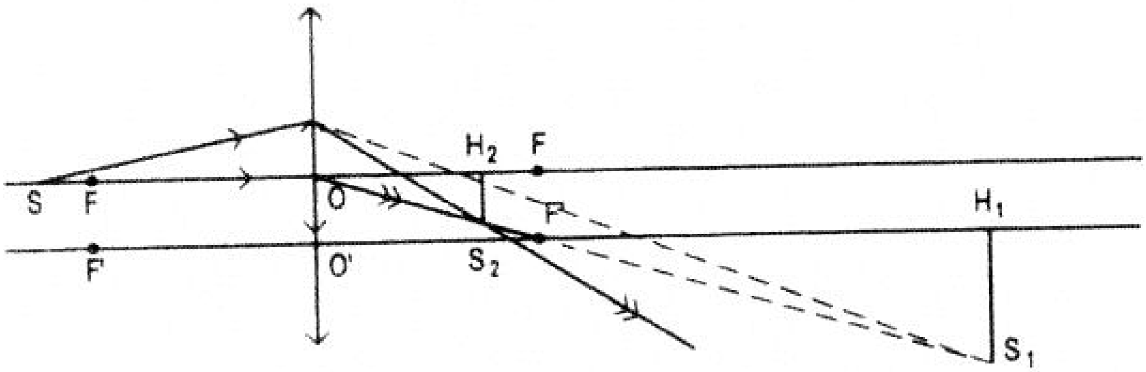
$$d'_1 = \frac{d_1 f'}{d_1 - f'} = 30 \text{ cm}$$

$$d_2 = OO - d'_1 = -30 \text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = 7{,}50 \text{ cm} > 0 : \text{ảnh thật}$$

Hai ảnh S' và S_2 đều nằm trên trục chính của hệ thấu kính.

Khi tịnh tiến đĩa cho O' trùng với O thì trục chính của O' rời đi 1 cm và song song với trục chính của thấu kính O. Các ảnh của S được vẽ ở hình 4.8:



Hình 4.8

Vì khoảng cách từ S đến các thấu kính không đổi nên khoảng cách từ các ảnh S' và S_2 đến thấu kính cũng không đổi.

Ảnh S' vẫn nằm trên trục chính của thấu kính O

Khoảng cách từ S_2 đến trục chính của thấu kính O được tính như sau:

$$S_1H_1 = SH\,\frac{d'_1}{d_1} = 2 \text{ cm}$$

$$S_2H_2 = S_1H_1\,\frac{d'_2}{|d_2|} = 0{,}5 \text{ cm}$$

Ghi chú: Kết quả thu được như nhau dù đĩa O' đặt trước hay sau thấu kính O.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ HỆ QUANG HỌC KHÔNG ĐỒNG TRỤC

Trước hết, cần thấy rằng ,việc giải loại bài toán này hoàn toàn giống như giải các bài toán về hệ quang học đồng trục.

Chỉ cần lưu ý các điểm sau:

+ Vẽ chính xác ảnh tạo bởi hệ.

+ Trên cơ sở hình vẽ , xác định, vị trí và tính chất của ảnh

+ Nếu cần tính khoảng cách từ ảnh đến vật thì dựa vào hình vẽ mà tính.

+ Nếu cần xác định vị trí của ảnh, dùng các công thức tạo ảnh của từng dụng cụ, với chú ý rằng các khoảng cách từ vật hay ảnh đến dụng cụ là khoảng cách dọc theo trục chính. Trong trường hợp các trục chính song song, tính khoảng cách từ ảnh đến trục chính có thể dùng các tỉ lệ đồng dạng.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 4.2.3

Đặt một thấu kính hội tụ, tiêu cự 20 cm, trước một gương cầu lõm, tiêu cự 30 cm, sao cho trục chính của hai dụng cụ song song và cách nhau 1 cm. Hai dụng cụ cách nhau 70 cm. Tại tiêu điểm trước của thấu kính có một điểm sáng S. Vẽ ảnh của S tạo bởi hệ. Xác định vị trí ,tính chất của ảnh này.

Giải

Hình 4.9 vẽ ảnh của S .

Từ S kẻ hai tia sáng tới thấu kính :

- Một tia trùng với trục chính tới kính, ló khỏi thấu kính tới gương theo phương song song với trục chính của gương và phản xạ qua tiêu điểm. Tia này song song với trục phụ của kính và ló qua tiêu điểm phụ.

- Một tia xiên với trục chính của thấu kính, ló khỏi thấu kính tới gương theo phương song song với trục chính của gương và phản xạ qua tiêu điểm. Tia này song song với trục phụ của kính và ló qua tiêu điểm phụ.

Hai tia ló cuối cùng khỏi thấu kính giao nhau tại S_3, là ảnh của S tạo bởi hệ:

$$d_1 = f_k = 20 \text{ cm}$$

$$d_2 = \infty$$

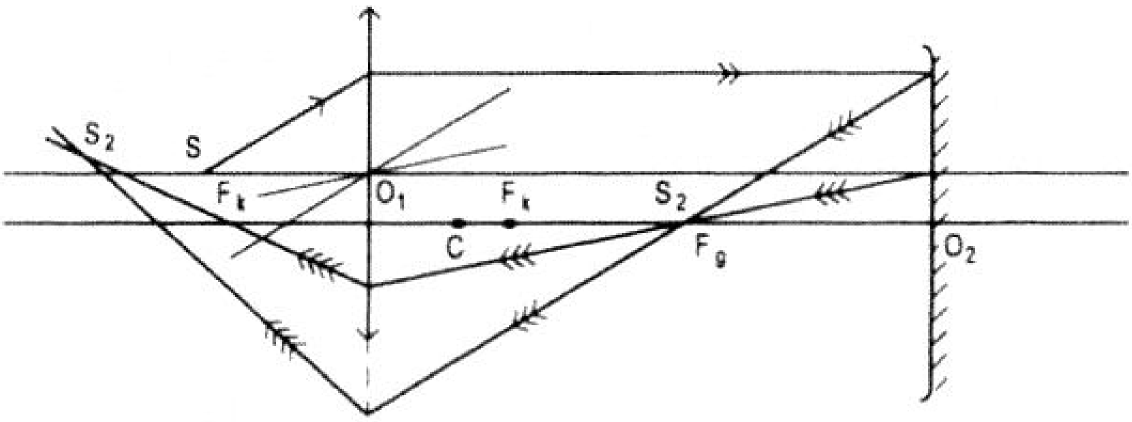
$$d'_2 = f_g = 30 \text{ cm}$$

$$d_3 = 70 - 30 = 40 \text{ cm}$$

$$d'_3 = \frac{40.20}{40 - 20} = 40 \text{ cm}$$

Ảnh S_3 là ảnh thật, nằm cách thấu kính 40 cm

S_2 nằm ở tiêu điểm F_g của gương, cách trục chính của thấu kính 1 cm, S_3 cũng nằm cách trục chính của thấu kính 1 cm.



Hinh 4.9

Hai tia ló cuối cùng khỏi thấu kính giao nhau tại S_3, là ảnh của S tạo bởi hệ.

$$d_1 = f_k = 20 \text{ cm}$$

$$d_2 = \infty$$

$$d_2' = f_g = 30 \text{ cm}$$

$$d_3 = 70 - 30 = 40 \text{ cm}$$

$$d_3' = \frac{40.20}{40 - 20} = 40 \text{ cm}$$

ảnh S_3 là ảnh thật, nằm cách thấu kính 40 cm.

S_2 nằm ở tiêu điểm F_g của gương, cách trục chính của thấu kính 1 cm, S_3 cũng nằm cách trục chính của thấu kính 1 cm.

Chương V

VAI TRÒ CỦA MẮT TRONG SỰ QUAN SÁT ẢNH ẢO

CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ KHI GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ MẮT

1. Mắt

a. Mắt chỉ có thể nhìn rõ một vật khi ảnh của vật, tạo bởi thuỷ tinh thể, phải nằm đúng trên võng mạc. Vì thế, khi vật nằm trong khoảng CV, phải điều tiết thuỷ tinh thể để ảnh nằm đúng trên võng mạc.

b. Mắt chỉ thấy ảnh ảo khi nhìn qua các dụng cụ quang học. Khi đó, ảnh ảo tạo bởi dụng cụ trở thành vật thật đối với mắt vì các tia phản xạ hay các tia ló khỏi dụng cụ trở thành tia tới mắt.

c. Khi mắt không điều tiết, thuỷ tinh thể ở trạng thái dẹt nhất (cơ của mắt không hoạt động nên nhìn được lâu mà không mỏi mắt) và mắt nhìn rõ được vật ở điểm cực viễn.

Khi mắt điều tiết căng nhất, thuỷ tinh thể ở trạng thái phồng nhất và mắt nhìn rõ vật nhất ở điểm cực cận.

d. Chữa mắt cận thị phải đeo kính:

+ Nhìn xa:

Muốn nhìn rõ vật ở vô cực mà không phải điều tiết như người mắt tốt, kính chữa phải tạo một ảnh ảo nằm ở điểm cực viễn V của mắt, trùng với tiêu điểm F của kính :

$$d' = -(OV - a) \qquad (5.1)$$

Khi đeo kính chữa nhìn xa, muốn nhìn rõ vật nhất, phải đặt nó nằm ở điểm C' để kính tạo một ảnh ảo nằm ở điểm cực cận C của mắt.

C' gọi là điểm cực cận của mắt đã đeo kính chữa:

$$d = O'C' = (OC - a) \qquad (5.2)$$

$$d' = -(OC - a) \qquad (5.3)$$

Khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt đã đeo kính:

$$Đ' = OC' = (O'C' + a) \qquad (5.4)$$

+ *Nhìn gần :*

Muốn nhìn rõ vật nhất như người mắt tốt, kính chữa phải tạo một ảnh ảo nằm ở điểm cực cận của mắt:

$$d' = -(OC - a) \qquad (5.5)$$

khi vật đặt ở điểm cực cận của mắt tốt:

$$d = Đ_t - a \qquad (5.6)$$

2. Các dụng cụ quang học dùng cho mắt

a. Các dụng cụ chỉ có tác dụng khi có sự tham gia trực tiếp của mắt, vì thế khi giải các bài toán loại này cần chú ý đến yêu cầu của mắt :

+ Quan sát không điều tiết (không mỏi mắt, được lâu) : ảnh ở điểm cực viễnV.

+ Quan sát rõ nhất (điều tiết căng nhất) : ảnh ở điểm cực cận C.

+ Quan sát rõ: ảnh nằm trong khoảng CV.

b. Độ phóng đại k không phụ thuộc mắt nhưng số bội giác phụ thuộc yêu cầu quan sát của mắt.

c. Đối với dụng cụ nhìn gần như kính lúp, kính hiển vi:

$$\text{Số bội giác } G = \frac{\text{góc trông } \beta \text{ của mắt khi sử dụng dụng cụ (nhìn ảnh)}}{\text{Góc trông } \alpha \text{ của mắt khi nhìn trực tiếp vật ở điểm cực cận}}$$

+ Kính lúp + Kính hiển vi

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = \left|\frac{d'}{d}\right| \qquad |k| = \frac{A_2B'_2}{AB} = \left|\frac{d'_1d'_2}{d_1d_2}\right| \qquad (5.30)$$

$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{tg\beta}{tg\alpha} = |k|\frac{Đ}{|d'|+a} \qquad G = |k_1k_2|\frac{Đ}{|d'_2|+a}$$

- Ngắm chừng ở điểm cực cận :

$$G = |k| \qquad G = |k_1k_2|$$

- Ngắm chừng ở vô cực :

$$G = \frac{Đ}{f} \qquad G = \frac{\delta Đ}{f_1f_2}$$

- Mắt đặt sát kính

$$G = \frac{Đ}{d} \qquad G = |k_1|\frac{Đ}{d_2}$$

- Mắt đặt ở tiêu điểm sau kính

$$G = \frac{Đ}{f} \qquad G = |k_1|\frac{Đ}{f_2}$$

Khi mắt có tật đã đeo kính chữa để quan sát thì Đ trong các công thức trên là khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt đã đeo kính (Đ').

d. Đối với các dụng cụ nhìn xa như kính thiên văn, ống nhòm Galilê:

$$\text{Số bội giác } G = \frac{\text{Góc trông } \beta \text{ của mắt khi sử dụng dụng cụ (nhìn ảnh)}}{\text{Góc trông } \alpha \text{ của mắt (hay đường kính góc) khi nhìn trực tiếp vật}}$$

Khi ngắm nhìn chừng ở vô cực :

+ Kính thiên văn

$G = \frac{f_1}{f_2}$

$O_1O_2 = f_1 + f_2$

+ Ống nhòm Galilê (5. 31)

$G = \frac{f_1}{|f_2|}$

$O_1O_2 = f_1 + f_2$

Vì vật ở xa nên coi như $d_1 = \infty$ và $d'_1 = f_1$

5. 3. Ảnh ảo không có thật, nó chỉ tồn tại đối với cảm giác của con người. Mắt chỉ nhìn thấy ảnh ảo của một vật nào đó khi mắt nhận được các tia phản xạ hay khúc xạ từ dụng cụ ứng với các tia tới xuất phát từ vật. Từ đó suy ra : mắt nhìn vào dụng nào chỉ thấy ảnh ảo tạo bởi dụng cụ đó thôi.

MỘT SỐ BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

5. 1. Quan sát ảnh ảo không đòi hỏi chặt chẽ về sự điều tiết của mắt

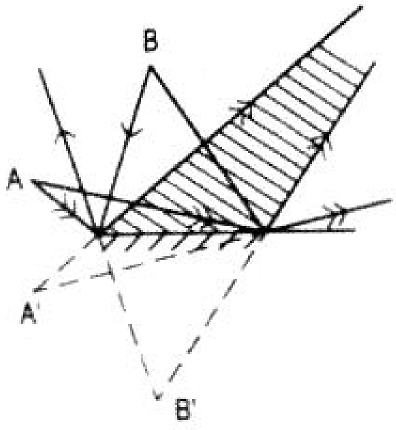
Bài toán 5.1.1

Trước một gương phẳng nhỏ có hai điểm A và B. Bằng cách vẽ hãy xác định khoảng không gian trong đó để mắt bất cứ ở đâu cũng đồng thời nhìn thấy hai ảnh A′ và B′ của A và B.

Giải

Điều kiện để mắt nhìn thấy ảnh ảo ở sau gương là mắt phải nhận được những tia sáng phản xạ từ gương, ứng với các tia tới xuất phát từ vật.

Vì thế từ A và B, ta kẻ hai chùm sáng tới toàn bộ mặt gương rồi kẻ hai chùm phản xạ tương ứng. Mắt đặt trong chùm phản xạ nào sẽ thấy ảnh ảo tạo bởi chùm phản xạ đó. Do đó, muốn đồng thời nhìn thấy hai ảnh ảo, mắt phải đặt ở vùng giao nhau của hai chùm phản xạ (hình 5.1)



Hình 5.1

Bài toán 5.1.2

Nếu để mắt nhìn qua một thấu kính, tiêu cự 20 cm, thấy chữ trên một quyển vở nhỏ đi hai lần. Hỏi vở nằm cách kính một khoảng bằng bao nhiêu? Vẽ ảnh minh họa.

Giải

Nhìn thấy ảnh ảo của chữ tạo bởi kính thôi:

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{2}$$

Vật thật - ảnh ảo: $k < 0$ $k = -\frac{1}{2}$.

Ảnh ảo nhỏ hơn vật thật : thấu kính tạo ảnh phải là thấu kính phân kỳ :

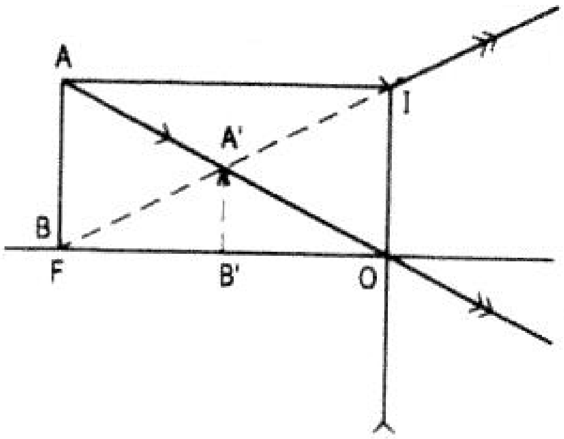
$$f < 0 \rightarrow f = -20 \text{ cm}$$

$$k = \frac{f}{-d + f}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{-20}{-d-20}$$

suy ra : $d = 20$ cm.

Hình 5.2 minh họa chính xác vị trí của vật và ảnh.



Hình 5. 2

Thí dụ 6.8.3

Nếu để mặt trước gương 20 cm nhìn vào gương thì thấy ảnh của mặt có diện tích lớn gấp 9 lần diện tích của mặt. Hỏi đã dùng gương gì? Tiêu cự bằng bao nhiêu?

Giải

Diện tích của ảnh và vật tỷ lệ với bình phương các khoảng cách:

$$k^2 = \frac{S'^2}{S^2} = \frac{d'^2}{d^2} = 9 \quad \rightarrow k = \pm 3$$

Vật thật - ảnh ảo: $k = -3$

$$k = \frac{f}{-d+f}$$

$$3 = \frac{f}{-20+f} \quad \rightarrow f = 30 \text{ cm} > 0 : \text{gương cầu lõm}$$

Bài toán 5.1.3

Phía trên mặt nước 30 cm có một bóng đèn điện, phía dưới mặt nước có một con cá đang bơi ngang. Nếu để mắt trong không khí nhìn gần vuông góc với mặt nước thì thấy ở dưới nước, con cá đang đâm vào bóng đèn. Chiết suất của nước bằng 4/3.

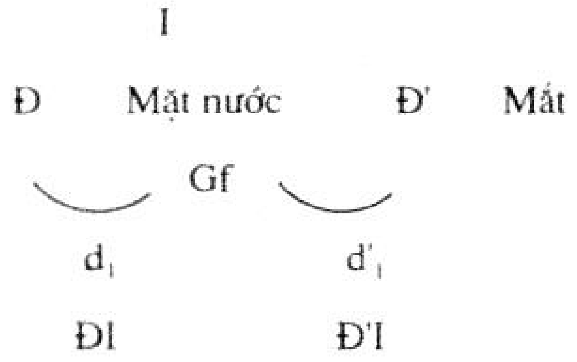
1. Giải thích hiện tượng.

2. Hỏi con cá ở dưới mặt nước bao nhiêu?

3. Muốn đâm trúng con cá thì phải hướng mũi xiên xuống độ sâu nào?

Giải

1. Ánh sáng từ bóng đèn chiếu xuống mặt nước phản xạ lên. Nếu để mắt hứng các tia phản xạ thì nhìn thấy ảnh ảo của bóng đèn ở dưới mặt nước. Ở đây mặt nước giữ vai trò như một gương phẳng (hình 5.3):



Ánh sáng từ mặt trời chiếu xuống mặt nước, đi vào trong nước đập vào con cá, phản xạ lên mặt nước, rồi khúc xạ ra ngoài không khí. Nếu để mắt hứng các tia khúc xạ thì nhìn thấy ảnh ảo của con cá ở dưới nước. Ở đây mặt nước giữ vai trò lưỡng chất phẳng nước - không khí:

I

C Mặt nước C' Mắt

$\underbrace{\qquad\qquad}$ lcf $\underbrace{\qquad\qquad}$

d_2 d'_2

CI C'I

Vì mắt đồng thời nhận được hai chùm sáng phản xạ và khúc xạ trùng nhau nên có cảm giác như con cá đang đâm vào bóng đèn.

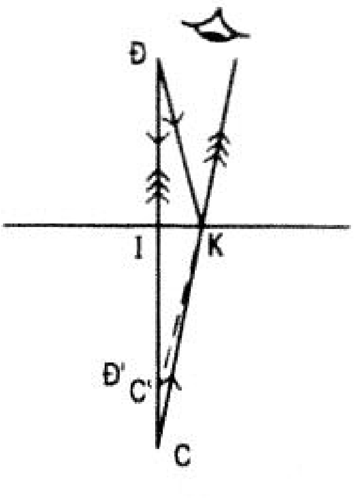
2. Vì hai ảnh ảo trùng nhau nên:

$$d'_1 = d'_2$$

$$-d_1 = -n_{kk-nc}\, d_2$$

$$d_2 = \frac{d_1}{n} = \frac{4d_1}{3} = 40 \text{ cm}$$

3. Mắt nhìn xuống nước chỉ thấy ảnh ảo của con cá ở dưới mặt nước mà không thấy con cá thực. Muốn đâm trúng con cá, phải chĩa mũi xiên xuống dưới con cá mà mắt nhìn thấy.



Hình 5.3

Bài toán 5.1.4

Một cái que thẳng được ngâm một phần ở trong nước và nghiêng với mặt nước một góc a. Nếu để mắt ở trên nhìn xuống thấy que bị bẻ gẫy đi một góc b. Với a bằng bao nhiêu thì b cực đại. Chiết suất của nước n = 4/3.

Giải

Hình 5.4 minh họa sự tạo ảnh của phần que ngâm trong nước bởi lưỡng chất phẳng.

Xét hai tam giác IKA và IKA' ta có:

$$\mathrm{tg}\, i = \frac{IK}{IA} \qquad \text{và} \qquad \mathrm{tg}\, r = \frac{IK}{IA'}$$

Chia hai phương trình cho nhau và xét ở điều kiện các góc đều nhỏ:

$$\frac{\mathrm{tg}\, i}{\mathrm{tg}\, r} = \frac{IA'}{IA} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n}$$

Mặt khác, xét hai tam giác IAH và IA'H ta có:

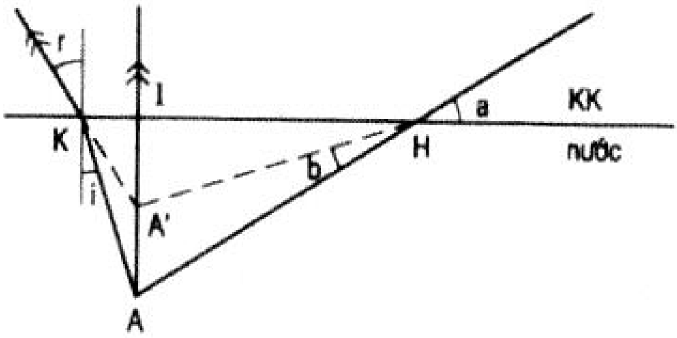
$$\mathrm{tg}\, a = \frac{IA}{IH} \qquad \text{và} \qquad \mathrm{tg}(a-b) = \frac{IA'}{IH}$$

Chia hai phương trình cho nhau:

$$\frac{\mathrm{tg}(a-b)}{\mathrm{tg}\, a} = \frac{IA'}{IA} = \frac{1}{n}$$

$$n\,\frac{\mathrm{tg}\, a - \mathrm{tg}\, b}{1 + \mathrm{tg}\, a\, \mathrm{tg}\, b} = \mathrm{tg}\, a$$

$$n\, \mathrm{tg}\, a - n\, \mathrm{tg}\, b = \mathrm{tg}\, a + \mathrm{tg}^2 a\, \mathrm{tg}\, b$$



Hình 5.4

$$\operatorname{tg} b = \frac{n-1}{\operatorname{tg}^2 a + n}$$

Chia cả tử số lẫn mẫu số cho tga:

$$\operatorname{tg} b = \frac{n-1}{\operatorname{tg} a + \dfrac{n}{\operatorname{tg} a}}$$

(n - 1) là một số không đổi, tg b lớn nhất khi mẫu số nhỏ nhất.

Xét tích: $\operatorname{tg} a \times \dfrac{n}{\operatorname{tg} a} = n = hs$

Vậy mẫu số cực tiểu khi: $\operatorname{tg} a = \dfrac{n}{\operatorname{tg} a}$

suy ra: $\operatorname{tg} a = \sqrt{n} = \sqrt{\dfrac{4}{3}}$

Vậy khi góc $a = \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\dfrac{4}{3}}$ thì góc b lớn nhất.

Bài toán 5.1.5

Đáy cốc bằng thủy tinh chiết suất $n_1 = 1,5$, hai mặt song song đặt trên một quyển vở nằm ngang. Nếu để mắt ở trên nhìn gần thẳng đứng xuống dưới thì thấy hình như chữ cách mặt trên đáy cốc 6 mm.

1. Tìm chiều dày của đáy cốc.

2. Đổ nước chiết suất $n_2 = 4/3$ vào cốc rồi lại nhìn xuống thì thấy hình như chữ cách mặt thoáng của nước 10 cm. Tìm chiều cao của nước trong chậu.

Giải

1. Đáy cốc là một bản mặt song song. Chữ AB là vật thật. Ánh sáng từ vật AB chiếu qua bản mặt. Nếu để mắt nhận các tia ló khỏi bản mặt sẽ nhìn thấy ảnh ảo A_1B_1 dịch lên trên một đoạn (hình 5.5):

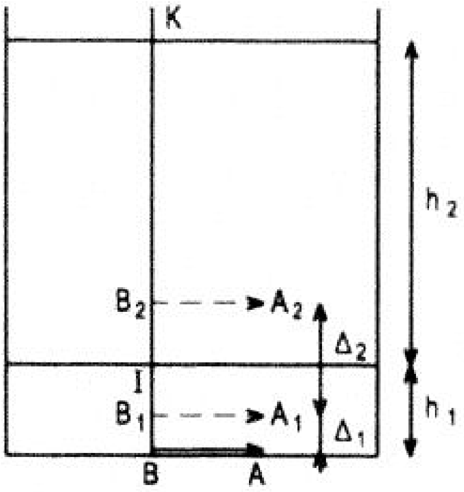
$$\Delta_1 = h_1 \frac{n_1 - 1}{n_1} = \frac{h_1}{3}$$

$$B_1I = h_1 - \Delta_1$$

$$0{,}6 = h_1 - \frac{h_1}{3}$$

Suy ra : $h_1 = 0,9$ cm ; $\Delta_1 = 0,3$ cm.

2. Sau khi đổ nước, ánh sáng lại tiếp tục qua nước ló ra ngoài không khí. Nếu để mắt hứng các tia ló này mắt lại nhìn thấy ảnh ảo A_2B_2 ở dưới nước:



Hình 5.5

Để có thể áp dụng công thức Δ cho bản mặt song song bằng nước, ta cần giả thiết là, ở chỗ tiếp xúc giữa thủy tinh và nước có một khe không khí mỏng.

Khi đó: $$\Delta_2 = h_2\frac{n_2 - 1}{n_2} = \frac{h_2}{4}$$

$$B_2K = h_1 + h_2 - \Delta_1 - \Delta_2$$

$$10 = 0,9 + h_2 - 0,3 - \frac{h_2}{4}$$

Suy ra: $h_2 = 12,53$ cm

Chú ý : Bài toán này có thể giải theo hệ lưỡng chất phẳng.

Bài toán 5.1.6

Một quả cầu thuỷ tinh, thành mỏng, bán kính R, trong chứa một chất lỏng chiết suất n. Tại đầu một đường kính, có một điểm sáng S. Nếu để mắt ở đầu đường kính đối diện sẽ thấy S dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu?

Giải

Mắt nhìn qua khối chất lỏng, không thấy điểm sáng S, mà chỉ thấy ảnh ảo S' của nó tạo bởi hiện tượng khúc xạ ở mặt chất lỏng.

Ảnh S' được vẽ ở hình 5.6

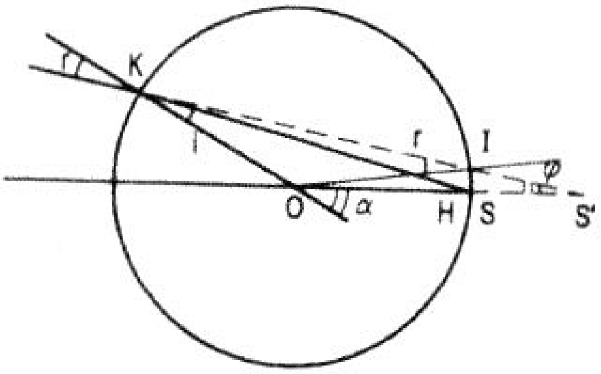
Các góc được kí hiệu như trong hình vẽ:

Chỉ xét các góc đều nhỏ.

Tam giác SI S' cho: $IH = h = AB \operatorname{tg} \varphi = x \varphi$

Tam giác SIO cho: $IH = h = OI \sin \alpha = R \alpha$

Suy ra : $x \varphi = R \alpha$. (1)



Hình 5 6

Tìm φ và α theo i và r:

Xét : - tam giác S'IO: $\alpha + \varphi = r$

- tam giác SKO: $a = 2i$

- Tam giác IKO: $\alpha + a = 2r$

$\alpha = 2(r - i)$

$\varphi = r - \alpha = 2i - r$

Thay giá trị của α và φ vào (1) ta được:

$$x = \frac{2R(r-i)}{2r-i}$$

Chia cả tử số và mẫu số cho i:

$$x = \frac{2R(r/i-1)}{2r/i-1} \qquad \text{với } \frac{r}{i} = n$$

$$x = SS' = \frac{2R(n-1)}{2n-1}.$$

Bài toán 5.1.7

Một người thợ lặn đứng ở đáy biển nằm ngang, nhìn lên mặt nước thấy được những vật ở cách xa chỗ đứng 15 m trở ra. Người đó cao 1, 7 m và mắt cách đỉnh đầu 10 cm. Tìm chiều sâu của đáy biển, biết chiết suất của nước biển bằng 4/3.

Giải

Những tia sáng từ các vật, ở đáy biển, đi tới mặt nước sẽ phản xạ toàn phần nếu góc tới của chúng lớn hơn góc giới hạn phản xạ toàn phần. Nếu mắt nhận được các tia sáng phản xạ này sẽ nhìn thấy ảnh ảo của các vật (nằm ở đáy biển) ở phía trên mặt nước.

$$\sin(ggh) = \frac{1}{n}$$

Xét trong điều kiện giới hạn : i = ggh.

Đường truyền của các tia sáng được vẽ ở hình 5.7

$$AC = DE = (h - m)\,tg\,\alpha\ ;\ \text{với } h = CO$$

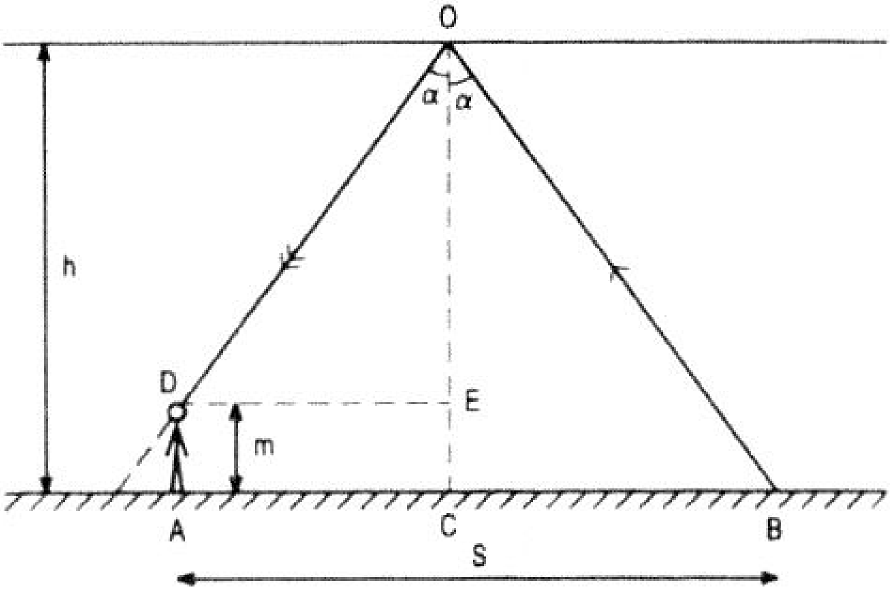
$$s - AC = h\,tg\,\alpha\,.$$

Giải hệ phương trình, ta được:

$$h = \frac{1}{2} + \frac{s}{2\,tg\,\alpha}$$

với $\quad \mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{\sqrt{n^2-1}}$

suy ra: $\qquad h = \dfrac{1}{2} + \dfrac{s}{2}\sqrt{n^2-1} = 7{,}4\,\mathrm{m}\,.$



Hình 5.7

Bài toán 5.1.8

Một lăng kính phản xạ toàn phần, tiết diện là một tam giác vuông cân ABC, AB = BC = 4 cm, bằng thủy tinh chiết suất n = 1, 5. Trên đường trung trực của AB có một điểm sáng S nằm cách AB một khoảng 40 cm.

Nếu để mắt nhìn vào mặt BC sẽ thấy một bóng đèn. Giải thích hiện tượng và tìm khoảng cách từ bóng đèn đó đến mặt này. Vẽ hình minh họa.

Giải

Ánh sáng từ S đi qua mặt AB vào lăng kính tới mặt AC, phản xạ toàn phần tới mặt BC rồi ló ra ngoài. Nếu để mắt hứng các tia ló này sẽ thấy ảnh ảo S' của S tạo bởi hệ (hình 5.8).

I K H

S lcf AB S_1 Mặt fx AC S_2 lcf BC S_3 Mắt

kk-tt tt-kk

d_1	d'_1	d_2	d'_2	d_3	d'_3
SI	S_1I	S_1K	S_2K	S_2H	S_3H

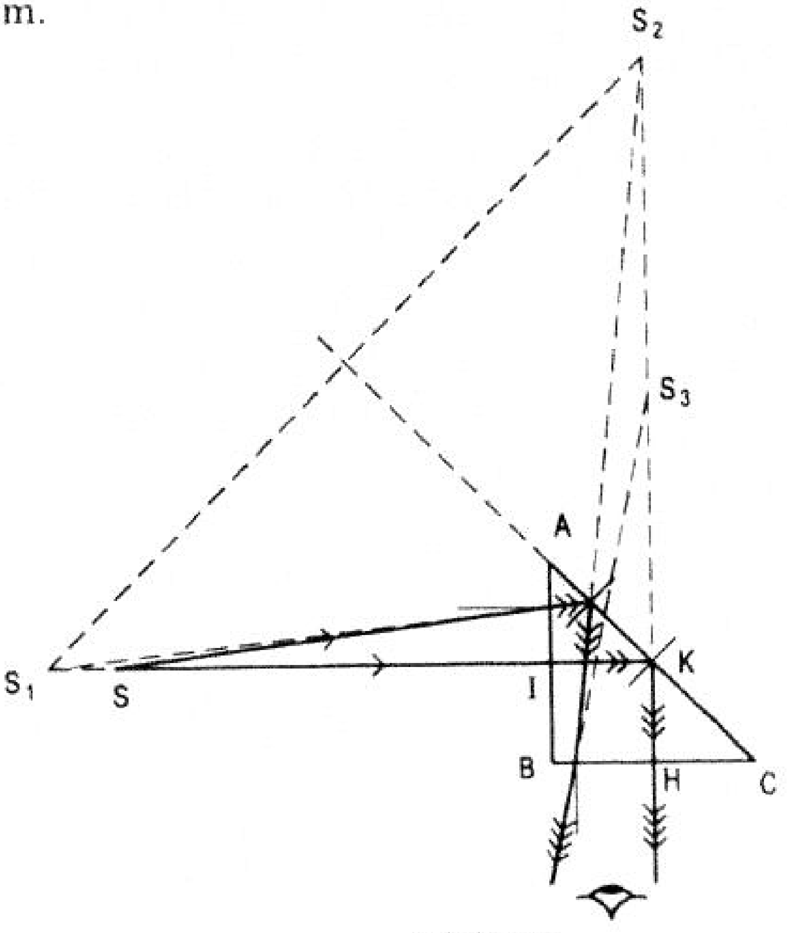
$$d'_1 = -n\,d_1 = -1,5.\,40 = -60 \text{ cm}$$

$$d_2 = IK - d'_1 = 2 + 60 = 62 \text{ cm}$$

$$d_3 = KH - d'_2 = 2 + 62 = 64 \text{ cm}$$

$$d'_3 = \frac{1}{n}\,d_3 = -\frac{64}{1,5} = -42,66 \text{ cm}.$$

Mắt nhìn qua mặt BC thấy ảnh ảo S_3 nằm cách mặt này 42,66 cm.



Hình 5.8

Bài toán 5.1.9

Tại đáy một tấm thủy tinh, chiết suất n = 1,5, hình lập phương, có một hạt bụi.

1. Nếu để mắt nhìn qua mặt bên tấm thủy tinh có thấy hạt bụi không?

2. Thay tấm thủy tinh bằng tấm nhựa trong suốt, cùng hình dạng. Hỏi nhựa phải có chiết suất bằng bao nhiêu thì khi nhìn qua mặt bên lại thấy hạt bụi ?

Giải

1. $\sin \text{ggh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,5}$.

Ta chỉ cần xét một điểm S bất kỳ trên hạt bụi, vì nếu mắt nhìn qua mặt bên tấm thủy tinh mà thấy S thì sẽ thấy cả hạt bụi (thực ra là nhìn thấy ảnh ảo S' của S, tạo bởi hai lần khúc xạ).

Từ S có tia sáng tới đáy tấm thủy tinh với góc tới i, đi vào thủy tinh với góc khúc xạ r và tới mặt bên với góc tới r' (hình 5.7). Nếu tia sáng tiếp tục ló ra khỏi mặt bên tấm thủy tinh và mắt nhận được các tia ló này sẽ nhìn thấy ảnh ảo S', tức là nhìn thấy hạt bụi.

Giả thiết là mắt nhìn thấy S', tức là giả thiết là có tia sáng ló khỏi mặt bên để tìm góc ló i'.

Theo định luật khúc xạ

$\sin i = n \sin r$ và $\sin i' = n \sin r'$

Vì hai góc r và r' phụ nhau nên $\sin r' = \cos r$

$$\sin^2 i = n^2 \sin^2 r$$

$$\sin^2 i' = n^2 \cos^2 r\ .$$

Cộng hai phương trình và suy ra :

$$\sin i' = \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = \sqrt{2,25 - \sin^2 i}\ .$$

Vì $\sin i \leq 1$ nên $\sin i' > 1$, tức là không tồn tại góc ló i', do đó mắt không nhìn thấy đồng xu.

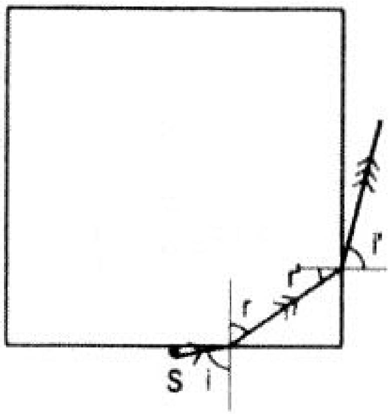
2. Khi khối thuỷ tinh bằng khối tấm nhựa, chiết suất n':

Muốn nhìn thấy hạt bụi, $\sin^2 i' = n'^2 - \sin^2 i \leq 1$

hay: $n'^2 \leq 1 + \sin^2 i$

n' cực đại khi $\sin i = 1$

suy ra: $n' \leq \sqrt{2}$.



Hình 5.9

Bài toán 5.1.10

Cách chân tường 2,4 m có một vũng nước nhỏ. Khe cửa sổ ở phía trên mặt đất 2,4 m. Để mắt nhìn qua khe cửa xuống mặt nước thì thấy ảnh của một bóng đèn ở trên cao. Nếu để một tấm kính mỏng nằm ngang ở khe cửa rồi quay đi 3° thì khi nhìn xuống tấm kính, thấy phía dưới tấm kính có hai ảnh của bóng đèn, nằm trên cùng một đường thẳng tới mắt. Giải thích hiện tượng và tìm độ cao của bóng đèn.

Giải

Ánh sáng từ bóng đèn S chiếu xuống mặt trên tấm kính rồi phản xạ tới mắt, khiến mắt nhìn thấy ảnh ảo S_1 ở phía dưới tấm kính.

Ánh sáng từ bóng đèn chiếu xuống mặt nước phản xạ lên, đi qua tấm kính tới mắt khiến mắt nhìn thấy ảnh ảo S_2 ở phía dưới tấm kính.

Nếu các tia phản xạ này đi trùng nhau tới mắt thì mắt sẽ nhìn thấy chúng nằm trên cùng một đường thẳng. Điều đó quyết định phải quay tấm kính theo chiều như hình vẽ 5.10.

$$SI = S_1I \qquad SH = S_2H$$

Các góc: $a = b = d = 45^\circ$; $g = f = 3^\circ$

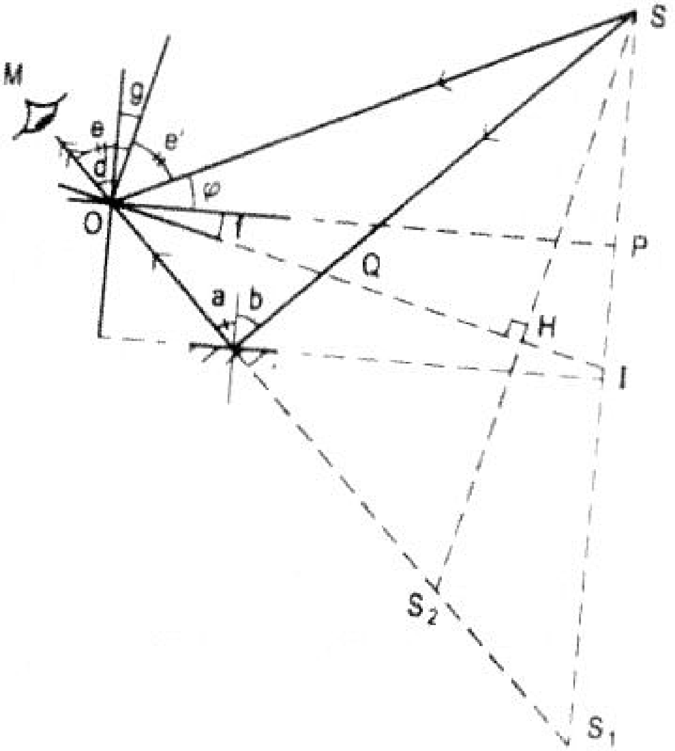
$$e = d + g = 48^\circ$$

$$\varphi = 90^\circ - e - g = 90^\circ - 48^\circ - 3^\circ = 39^\circ$$

Các tam giác : SPQ và OQK vuông, cân

$$SI = SP + PI$$

$$SP = QP = OP\,tg\varphi = (OQ + QP)\,tg\varphi$$



$$SP = 4,8\ \mathrm{tg}39^\circ + SP\ \mathrm{tg}39^\circ$$

$$SP = \frac{4,8\ \mathrm{tg}\ 39^\circ}{1 - \mathrm{tg}\ 39^\circ} = 20,45\ \mathrm{m}$$

$$SI = 2,4 + 20,45 = 22,85\ \mathrm{m}$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI LOẠI BÀI TOÁN 5. 1

Loại bài toán này chưa xét đến yêu cầu về sự điều tiết của mắt. Tất nhiên trong mọi trường hợp ta coi là đã nhìn thấy rõ ảnh ảo :

1. Vẽ ảnh ảo tạo bởi dụng cụ hay một hệ dụng cụ.

2. Xác định vị trí của ảnh ảo theo các công thức của các dụng cụ tạo ảnh.

3. Xác định vị trí của mắt để mắt nhận được các tia phản xạ hay khúc xạ từ dụng cụ cuối cùng, nhờ đó mà mắt nhìn thấy ảnh ảo, tạo bởi chính dụng cụ đó (cũng là ảnh ảo cuối cùng của vật ban đầu, tạo bởi hệ).

Chú ý:

1. Muốn nhìn thấy ảnh ảo, chùm sáng phản xạ hay khúc xạ từ dụng cụ tới mắt phải là chùm phân kì.

2. Điều kiện để mắt nhìn thấy ảnh ảo là khoảng cách từ ảnh đến dụng cụ, mà mắt nhìn qua, phải có giá trị âm.

3. Muốn nhìn thấy các ảnh ảo trùng nhau thì các chùm sáng phản xạ hay khúc xạ phải đi trùng nhau tới mắt.

4 . Muốn nhìn thấy các ảnh ảo nằm trên cùng đường thẳng tới mắt thì các tia phản xạ hay khúc xạ nằm trên cùng một đường thẳng tới mắt.

5. Muốn nhìn thấy ảnh ảo A_nB_n cùng chiều với vật AB thì độ phóng đại k của ảnh phải có giá trị dương.

6. Muốn xác định thị trường của gương, cần vẽ được ảnh của mắt rồi vẽ một hình nón bao quanh rìa gương với đỉnh là ảnh của mắt.

Một số bài toán áp dụng

Bài toán 5.1.11

Trước một gương cầu lồi, tiêu cự 20 cm, có hai điểm A và B. Bằng cách vẽ, hãy xác định khoảng không gian trong đó để mắt bất cứ ở đâu cũng đồng thời nhìn thấy hai ảnh A' và B' ảo sau gương.

Hướng dẫn

Dùng các tia tới đặc biệt, vẽ hai ảnh A' và B' của A và B tạo bởi gương. Sau đó từ A và B, kẻ hai chùm sáng tới toàn bộ mặt gương rồi kẻ hai chùm phản xạ tương ứng đi qua A' và B'.

Vùng giao nhau của hai chùm phản xạ xác định khoảng không gian, trong đó để mắt bất cứ đâu cũng đồng thời nhìn thấy hai ảnh A' và B' ở sau gương.

Bài toán 5.1.12

Dưới mặt nước 80 cm có một con cá. Một người để mắt trên mặt nước 150 cm. Chiết suất của nước bằng 4 / 3.

1. Hỏi người nhìn cá, thấy cá cách mắt mình bao nhiêu ? Cá nhìn người, thấy mắt người cách nó bao nhiêu?

2. Ngâm thêm vào trong nước một gương phẳng nằm ngang và dưới mặt nước 100cm. a. Người nhìn xuống thấy ảnh mắt mình cách mắt mình bao nhiêu? (bỏ qua hiện tượng phản xạ từ mặt nước).

b. Cá nhìn xuống thấy ảnh mắt người cách nó bao nhiêu?

Giải

1. Người nhìn cá: cá là vật sáng. Ánh sáng từ cá tới mặt nước, khúc xạ ra ngoài không khí tới mắt người, khiến người nhìn thấy ảnh ảo C'. Tìm MC'.

Cá nhìn người : mắt người là vật sáng. Ánh sáng từ mắt người tới mặt nước, khúc xạ vào trong nước, tới mắt cá, khiến cá nhìn thấy ảnh ảo M'. Tìm CM'.

$$C \underbrace{\qquad}_{\substack{d_C \\ CI}} \underset{\text{nc-kk}}{\overset{I}{\text{lcf}}} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_C \\ C'I}} C' \quad \text{mắt người} \qquad\qquad M \underbrace{\qquad}_{\substack{d_M \\ MI}} \underset{\text{kk -nc}}{\overset{I}{\text{lcf}}} \underbrace{\qquad}_{\substack{d'_M \\ M'I}} M' \quad \text{mắt cá}$$

$$d'_C = -\frac{1}{n} = -\frac{3.80}{4} = -60 \text{ cm} \qquad d'_M = -n\, d_M = -\frac{4.150}{3} = 200 \text{ cm}$$

Cá cách mắt người: $C'M = C'I + IM = 210$ cm

Mắt người cách cá: $M'C = M'I + IC = 280$ cm.

2. Ánh sáng từ mắt người tới mặt nước, khúc xạ vào trong nước, tạo ảnh M_1.

Ánh sáng tiếp tục tới gương phẳng rồi phản xạ, tạo ảnh M_2.

Ánh sáng từ gương lên mặt nước, khúc xạ ra ngoài không khí, tạo ảnh M_3.

Sơ đồ tạo ảnh:

$$M \underbrace{\qquad}_{\substack{d_1 \\ MI}} \overset{I}{\text{lcf}} \underbrace{\qquad}_{\substack{d_1' \\ M_1I}} M_1 \underbrace{\qquad}_{\substack{d_2 \\ M_1O}} \overset{O}{\text{gf}} \underbrace{\qquad}_{\substack{d_2' \\ M_2O}} M_2 \underbrace{\qquad}_{\substack{d_3 \\ M_2I}} \overset{I}{\text{lcf}} \underbrace{\qquad}_{\substack{d_3' \\ M_3I}} M_3$$

Người nhìn xuống mặt nước thấy ảnh M_3. Tìm M_3M.

Cá nhìn xuống gương thấy ảnh M_2. Tìm M_2C.

$$d'_1 = d'_M = -200 \text{ cm}$$

$$d_2 = IO - d'_1 = 100 + 200 = 300 \text{ cm}$$

$$d'_2 = -d_2 = -300 \text{ cm}$$

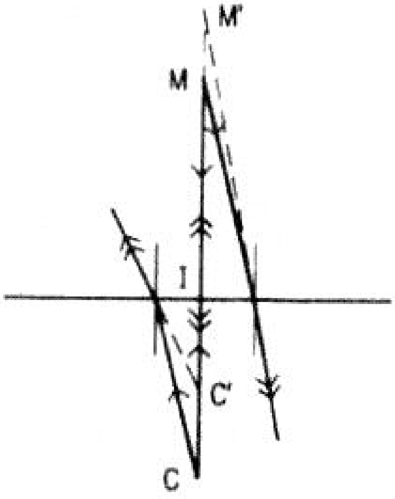
$$d_3 = IO - d'_2 = 100 + 300 = 400 \text{ cm}$$

$$d'_3 = -\frac{1}{n} = -\frac{3.400}{4} = -300 \text{ cm}$$

$$M_4M = M_3I + IM = 300 + 150 = 450 \text{ cm}$$

$$M_2C = M_2O + OC = 300 + 20 = 320 \text{ cm}$$

Các ảnh được vẽ ở hình 5.11.



Hình 5.11

Bài toán 5.1.13

Đặt một tấm thuỷ tinh, chiết 1, 5, dày 3 cm, lên trên một quyển vở.

1. Nếu để mắt ở trên nhìn xuống sẽ thấy chữ cách mặt trên tấm kính bao nhiêu?

2. Đổ lên trên mặt tấm kính một giọt nước, chiết suất 4/3 . Nước lan ra một ít và mặt trên có dạng một mặt cầu lồi, bán *kính 4 cm. Nếu để mắt nhìn qua nước, sẽ thấy chữ nằm cách mặt trên tấm kính bao nhiêu?*

Giải

1. Chữ AB là vật thật. Bản mặt song song sẽ tạo một ảnh ảo A_1B_1, dịch lại gần bản mặt một đoạn Δ:

$$\Delta = \frac{h(n-1)}{n} = \frac{3.0,5}{1,5} = 1\,\text{cm}$$

Mắt nhìn thấy ảnh ảo A_1B_1 cách mặt trên tấm kính một khoảng:

$$B_1I = h - \Delta = 3 - 1 = 2\text{ cm}$$

2. Giọt nước trên mặt tấm kính giữ vai trò một thấu kính phẳng - lồi có tiêu cự (coi như chỗ tiếp giáp giữa thuỷ tinh và nước có một khe không khí mỏng):

$$\frac{1}{f} = (n_{nc} - 1)\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_1}\right) \rightarrow f = 12\,\text{cm}$$

Ảnh A_1B_1 trở thành vật thật đối với thấu kính và nằm cách thấu kính một khoảng d = 2 cm.

Ảnh A_2B_2 nằm cách thấu kính một khoảng:

$$d' = \frac{df}{d-f} = -2,4\,\text{cm}$$

Vậy, mắt nhìn qua giọt nước thấy chữ cách mặt trên tấm kính 2, 4 cm.

Bài toán 5.1.14

Một vật sáng AB nằm trước một gương cầu lõm, tiêu cự 20 cm, một khoảng 62 cm. Một bản mặt song song thuỷ tinh, chiết suất 1, 5, dày 6 cm, nằm vuông góc với trục chính của gương, mặt gần gương hơn đi qua tâm C.

1. Vẽ ảnh của AB tạo bởi hệ.

2. Nếu để mắt nhìn qua bản mặt vào gương sẽ thấy gì?

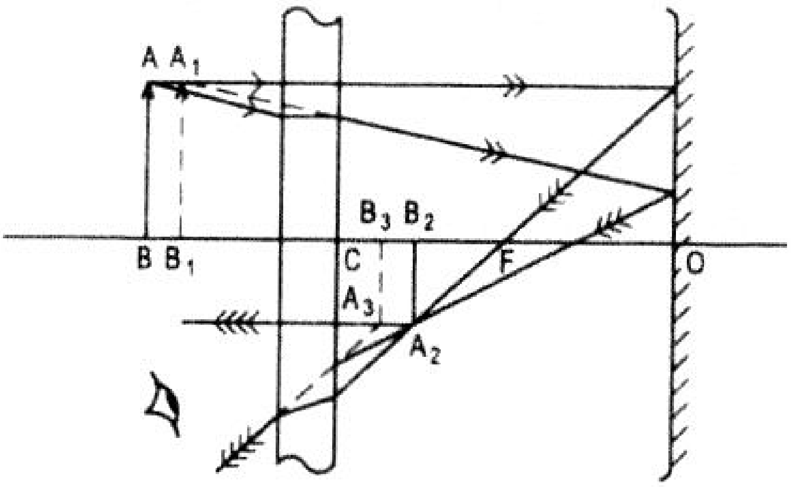
3. Chuyển AB vào cách gương cầu 10 cm. Nếu để mắt nhìn qua bản mặt vào gương thấy mấy ảnh, chúng cách nhau bao nhiêu và cao gấp bao nhiêu lần nhau?

Giải

1. Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[\substack{\Delta \\ BB_1}]{bm} A_1B_1 \xrightarrow[\substack{d \qquad d' \\ B_1O \quad B_2O}]{\overset{O}{gg}} A_2B_2 \xrightarrow[\substack{\Delta \\ B_2B_3}]{bm} A_3B_3$$

Ảnh A_3B_3 được vẽ ở hình 5.12.



Hình 5.12

2. Hệ phương trình:

$$\Delta = \frac{h(n-1)}{n} = \frac{6.0,5}{1,5} = 2\,\text{cm}$$

$$d = BO - \Delta = 62 - 2 = 60 \text{ cm}$$

$$d' = \frac{df_g}{d - f_g} = \frac{60.20}{60 - 20} = 30\text{cm}$$

ảnh A_3B_3 nằm cách gương một khoảng:

$$B_3O = \Delta + B_2O = 32 \text{ cm}$$

Vì A_3B_3 là ảnh ảo, nên khi nhìn qua bản mặt mắt sẽ thấy nó.

3. Khi chuyển AB vào bên trong bản mặt và gương.

Ánh sáng từ AB chiếu tới bản mặt rồi ló, tạo ảnh ảo A'B'. Mắt nhìn qua bản mặt sẽ thấy ảnh này.

Ánh sáng từ AB chiếu tới gương cầu lõm rồi phản xạ, tạo ảnh A_1B_1.

Ánh sáng phản xạ tới bản mặt rồi ló, tạo ảnh ảo A_2B_2. Mắt nhìn qua bản mặt thấy ảnh này.

Các ảnh được vẽ ở hình 5.13

A'B' nằm cách AB một đoạn $\Delta = 2$ cm

A_1B_1 nằm cách gương cầu một khoảng :

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{10.20}{10 - 20} = -20\text{cm}$$

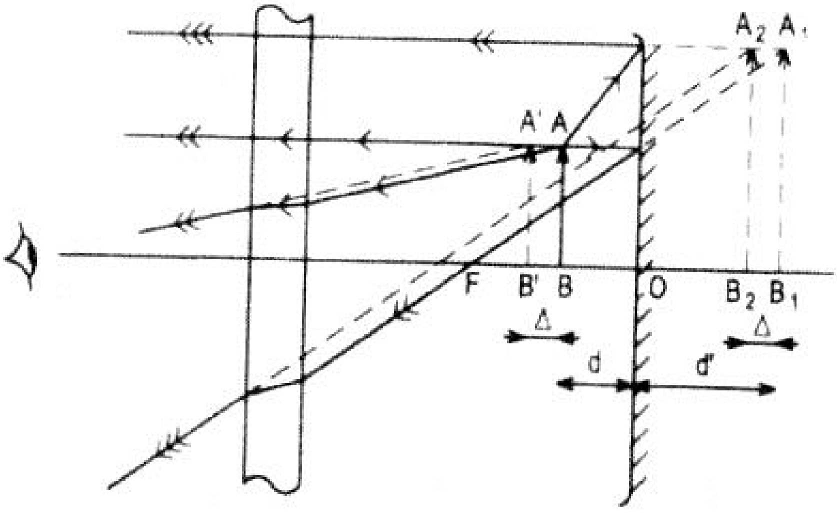
A_2B_2 nằm cách A_1B_1 một khoảng $\Delta = 2$ cm

Khoảng cách giữa hai ảnh mà mắt nhìn thấy qua bản mặt:

$$B'B_2 = \Delta + d + |d'| - \Delta = 30 \text{ cm}$$

Tỉ số chiều cao:

$$\frac{A_2B_2}{A'B'} = \frac{A_1B_1}{AB} = \left|\frac{d'}{d}\right| = 2$$



Hình 5.13

Bài toán 5.1.15

Phía trên mặt nước có một bóng đèn. Dưới mặt nước 20 cm có một gương cầu lõm tiêu cự f = 30 cm, trục chính thẳng đứng qua bóng đèn. Hỏi phải đặt bóng đèn cách mặt nước bao nhiêu để mắt ở trên nhìn xuống mặt nước, thấy ở dưới nước có hai bóng đèn?

Hướng dẫn

Có hai ảnh :

1. Ảnh S' tạo bởi hiện tượng phản xạ ở mặt nước và mắt nhìn xuống mặt nước bao giờ cũng thấy nó, dù bóng đèn nằm ở đâu trên mặt nước.

2. Ảnh S_3 tạo bởi hệ lưỡng chất phẳng (không khí - nước) - gương cầu lõm - lưỡng chất phẳng (nước - không khí).

Lập sơ đồ tạo ảnh, từ đó lập hệ phương trình để tìm d'_3, với d_1 là biến số. Muốn nhìn thấy một ảnh nữa của bóng đèn thì ảnh S_3 phải là ảnh ảo tức là d'_3 phải âm.

Đáp số: $d_1 < 7,5$ cm

Bài toán 5.1.16

Một cái thước thẳng, dài 1 m, chia độ đến cm, được ngâm thẳng đứng một phần ở trong nước, sao cho vạch số 0 nằm ở dưới. Nếu để mắt trong không khí nhìn gần vuông góc với mặt nước thì thấy ở trong nước, vạch số 0 trùng với vạch số 80. Tìm phần thước ngâm trong nước. Chiết suất của nước bằng 4/3.

Giải

Vạch số 80 nằm trong không khí.

Ánh sáng từ vạch số 80 chiếu xuống mặt nước, phản xạ lên mắt, khiến mắt nhìn thấy ảnh ảo 80' ở dưới nước.

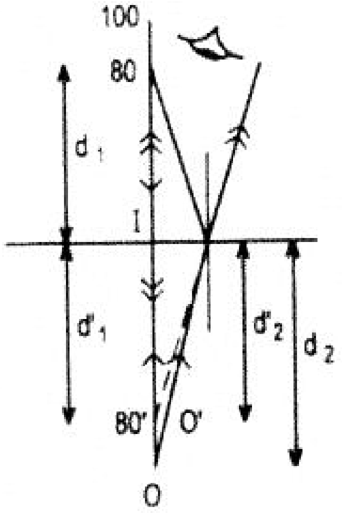
Ánh sáng từ vạch số 0 chiếu tới mặt nước, khúc xạ ra ngoài không khí và tới mắt, khiến mắt nhìn thấy ảnh ảo 0' ở dưới nước.

Các tia sáng phản xạ và khúc xạ từ mặt nước đi trùng nhau tới mắt, khiến mắt có cảm giác là hai ảnh ảo 80' và 0' trùng nhau (hình 5.14).

$$d'_1 = d'_2$$

$$-(80 - d_2) = -\frac{3}{4}\ d_2$$

$$d_2 = 45,71 \text{ cm}$$



Hình 5.14

Bài toán 5.1.17

Một bể bơi rộng 70 m. Ánh sáng từ mặt trời chiếu xuống là một chùm song song, nghiêng với mặt nước một góc a có tga = 3/4. Ở bờ bể, phía mặt trời có một cái cột thẳng đứng cao 18 m. Chiết suất của nước là n = 4/3.

1. Tìm chiều dài của bóng đen cái cột in trên mặt nước và trên đáy bể nằm ngang.

2. Ở bờ bể đối diện một người để mắt ở độ cao 12 m, nhìn xuống mặt nước, thấy ảnh của mặt trời, tạo bởi hiện tượng phản xạ ở mặt nước, nằm trên cùng một đường thẳng tới mắt với ảnh của đỉnh bóng đen cái cột, in trên đáy bể, tạo bởi hiện tượng khúc xạ ở mặt nước. Tìm chiều sâu của đáy bể.

Giải

1. Ánh sáng từ mặt trời chiếu xuống, vướng cột nên phía sau cột không có ánh sáng của mặt trời tới mặt nước cũng như

tới đáy bể. Kết quả là ở các vùng này tối hơn vùng chung quanh và được gọi là bóng đen.

Chiều dài bóng đen cái cột in trên mặt nước và in trên đáy bể nằm ngang bằng nhau và bằng (hình 5. 15):

$$BC = DE = \frac{AB}{\text{tg}\,a} = \frac{18.4}{3} = 24 \text{ m}.$$

2. Ánh sáng từ mặt trời chiếu xuống gặp mặt nước phản xạ lên. Mắt nhận được các tia phản xạ sẽ nhìn thấy ảnh ảo của mặt trời ở dưới nước.

Ánh sáng từ mặt trời chiếu xuống đi vào trong nước tới đáy bể, phản xạ lên tới mặt nước rồi khúc xạ ra ngoài không khí. Mắt nhận được các tia khúc xạ sẽ nhìn thấy vùng sáng của đáy bể, nhờ đó mà nhận ra bóng đen của cái cột in trên đáy bể.

Muốn nhìn thấy ảnh của mặt trời, tạo bởi hiện tượng phản xạ ở mặt nước và ảnh của đỉnh bóng đen cái cột, tạo bởi hiện tượng khúc xạ ở mặt nước thì các tia phản xạ và khúc xạ phải đi trùng nhau tới mắt. Từ đó, suy ra góc khúc xạ e của tỏa sáng khỏi mặt nước phải bằng góc phản xạ c và bằng góc tới b, dẫn đến góc khúc xạ e bằng góc tới g.

Tam giác CGE cân:

$$CH = HG = \frac{CG}{2} = \frac{BK - BC - GK}{2}$$

$$BK = 70 \text{ m},\ BC = 24 \text{ m},$$

$$GK = \frac{MK}{\text{tg}\,a} = \frac{12.4}{3} = 16 \text{ m}$$

$$CH = 15 \text{ m}$$

$$EH = \frac{CH}{\text{tg}\,e}$$

Tìm tg e:

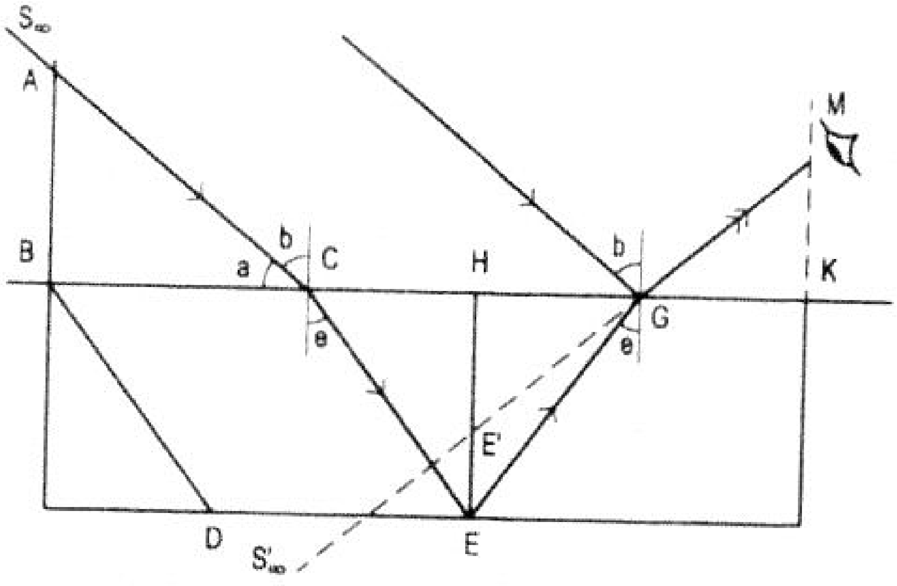
$$\text{tg}\, b = \frac{1}{\text{tg}\, a} = \frac{4}{3}$$

$$\sin b = \frac{\text{tg}\, b}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 b}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin e = \frac{\sin b}{n} = \frac{3}{5}$$

$$\text{tg}\, e = \frac{\sin e}{\sqrt{1 + \sin^2 e}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{EH} = 15 . \frac{4}{3} = 20\,\text{m}.$$



Hình 5.15

Bài toán 5.1.18

Hai thấu kính hội tụ O_1 và O_2 đặt đồng trục và cách nhau 75 cm. Thấu kính O_2 có độ tụ 3 điốp. Trước kính O_1 25 cm, có một điểm sáng S nằm trên trục chính. Nếu để mắt sau kính O_2 thì thấy S nằm ở vị trí thực của nó. Tìm độ tụ D_1 của thấu kính O_1.

Giải

Sơ đồ tạo ảnh của hệ hai kính như sau:

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & O_1O_2 & & & & & \\ & & O_1 & & & & O_2 & & & & \\ S & \smile & k_1 & \smile & S_1 & \smile & k_2 & \smile & S_2 & \smile & \text{Mắt} \\ & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & & & \\ & SO_1 & & S_1O_1 & & S_1O_2 & & S_2O_2 & & & \end{array}$$

Khi nhìn qua kính O_2 chỉ thấy ảnh ảo S_2 của S_1, tạo bởi kính O_2, hay là ảnh ảo của S, tạo bởi hệ hai kính, chứ không thể thấy bản thân điểm sáng S. Thành ra, nói nhìn qua kính O_2 thấy S nằm ở vị trí thực của nó, chẳng qua là nhìn thấy S_2 nằm tại vị trí của S (hình 5.16).

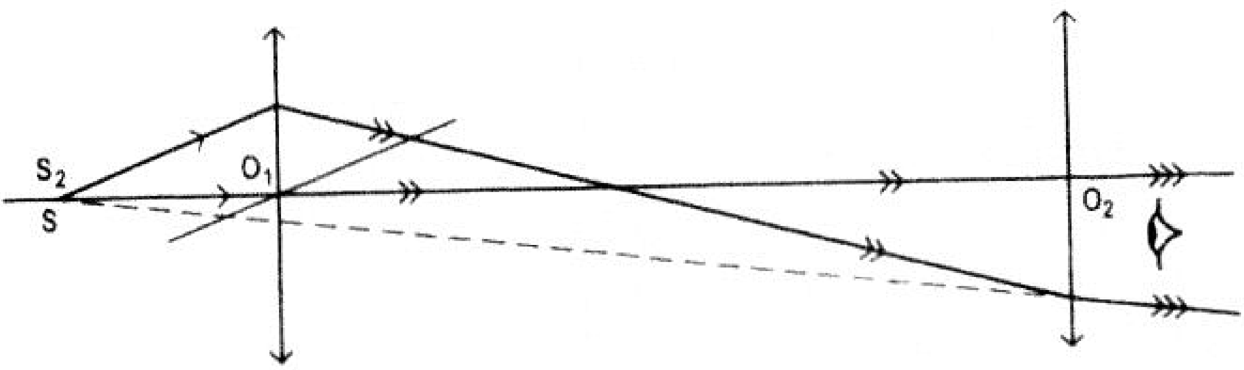
Do đó: $d'_2 = -100$ cm

Ta có : $$d'_1 = \frac{d_1}{d_1D_1 - 1} = \frac{0,25}{0,25D_1 - 1} \quad 0.\ 1875D_1 - 1$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = \frac{0.1875D_1 - 1}{0,25D_1 - 1}$$

$$d_2 = \frac{d'_2}{d_2D_2 - 1} = \frac{1}{4}$$

Suy ra: $D_1 = 6$ điốp.



Hình 5.16

Bài toán 5.1.19

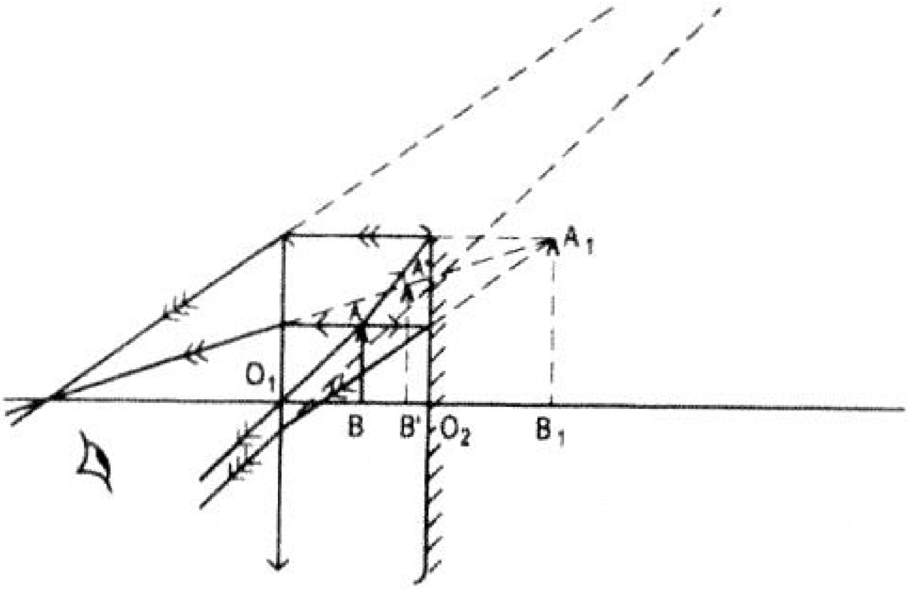
*Trước gương cầu lõm, tiêu cự 20 cm, một khoảng 25 cm đặt một thấu kính hội tụ, tiêu cự 40 cm, đồng trục. Đặt xen vào bên trong kính và gương một vật **AB** vuông góc với trục chính và cách gương 10 cm. Hỏi, nếu để mắt nhìn qua thấu kính vào gương sẽ thấy mấy ảnh, chúng cách nhau bao nhiêu và cao gấp bao nhiêu lần nhau? Vẽ ảnh minh họa.*

Giải

Từ AB có những tia sáng chiếu qua kính. Nếu để mắt hứng các tia ló này sẽ nhìn thấy ảnh A'B' của AB:

$$AB \underset{\substack{d \\ BO_1}}{\smile} \overset{O_1}{tk'} \underset{\substack{d' \\ B'O_1}}{\smile} A'B' \smile \text{Mắt}$$

$$d' = \frac{df_k}{d - f_k} = \frac{15.60}{15 - 60} = -\,20 \text{ cm.}$$



Hình 5 - 17

Từ AB có những tia sáng chiếu tới gương, phản xạ sang kính rồi ló khỏi kính. Nếu để mắt hứng các tia ló này sẽ nhìn thấy ảnh A_2B_2 (hình 5.17).

$$AB\underbrace{\qquad\quad}_{d_1}\overset{O_2}{G}\underbrace{\qquad\quad}_{d'_1}A_1B_1\underbrace{\qquad\quad}_{d_2}\overset{O_1}{K}\underbrace{\qquad\quad}_{d'_2}A_2B_2$$

$$d'_1 = \frac{d_1f_g}{d_1 - f_g} = \frac{10.20}{10-20} = -20 \text{ cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 25 + 20 = 45 \text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2f_k}{d_2 - f_k} = \frac{45.60}{45-60} = -180 \text{ cm},$$

Mắt nhìn thấy hai ảnh A_2B_2 và $A'B'$:

- cách nhau: $B'B_2 = |d'_2| - |d'| = 160$ cm

- cao gấp:

$$\frac{A_2B_2}{A'B'} = \frac{A_2B_2}{AB} \cdot \frac{AB}{A'B'} = \left|\frac{d'_1d'_2d}{d_1d_2d'}\right| = 6 \text{ lần}$$

Bài toán 5.1.20

Sau thấu kính hội tụ, tiêu cự f, đặt một gương phẳng vuông góc với trục chính và cách kính 20 cm. Chiếu một chùm sáng song song với trục chính tới kính. Nếu để mắt nhìn qua kính vào gương thấy có một điểm sáng chói ở mặt gương. Tìm tiêu cự của thấu kính. Vẽ đường truyền của chùm sáng.

Giải

Chùm sáng song song với trục chính tới kính, được coi như xuất phát từ một điểm S nằm trên trục chính và ở xa vô cùng ($d_1 = \infty$).

Sơ đồ tạo ảnh:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & & \overbrace{\qquad O_1O_2 \qquad} & & & & \overbrace{\qquad O_2O_1 \qquad} & & & & \\ & & O_1 & & & & O_2 & & & & O_1 & & \\ S & \underbrace{\qquad}_{d_1} & K' & \underbrace{\qquad}_{d'_1} & S_1 & \underbrace{\qquad}_{d_2} & G & \underbrace{\qquad}_{d'_2} & S_2 & \underbrace{\qquad}_{d_3} & K' & \underbrace{\qquad}_{d'_3} & S_3 \end{array}$$

Mắt người nhìn qua kính thấy chấm sáng trên mặt gương, có nghĩa là nhìn thấy ảnh ảo S_3 của S_2 tạo bởi thấu kính (d'_3 = -20 cm) và cũng là ảnh ảo của S tạo bởi hệ.

Theo sơ đồ tạo ảnh, lập hệ phương trình :

$$d'_1 = f$$

$$d_2 = 20 - f$$

$$d'_2 = f - 20$$

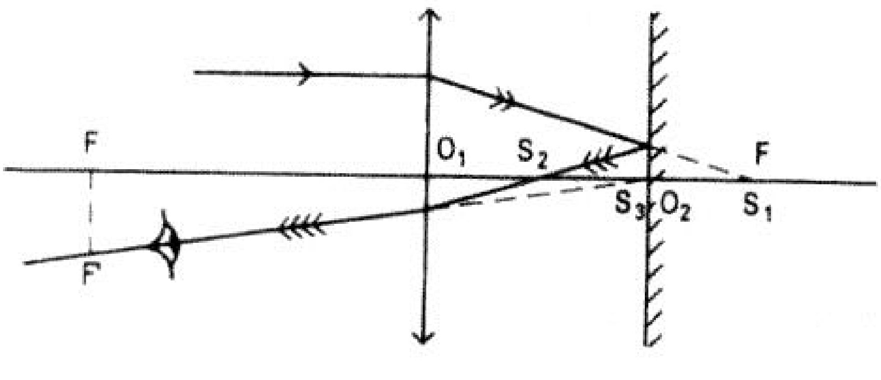
$$d_3 = 40 - f = \frac{-20f}{-20-f}$$

$$f^2 = 800$$

$f = 20\sqrt{2}$: thấu kính hội tụ.

$f = -20\sqrt{2}$: thấu kính phân kỳ.

Đường truyền của chùm tia sáng qua hệ được vẽ ở hình 5.18



Hình 5 - 18

Bài toán 5. 1. 21

Một người đặt một gương cầu lồi, tiêu cự 60 cm, đường kính rìa 6 cm, trước mắt 1 m để quan sát những vật ở sau mình.

1. Tìm góc ở đỉnh hình nón giới hạn thị trường của gương.

2. Nếu thay gương cầu lồi bằng một gương phẳng cùng đường kính rìa và ở cùng vị trí thì thị trường của gương giảm đi bao nhiêu lần?

3. Dùng lại gương cầu lồi. Khi đó, từ phía sau người, có một vật tiến lại gần gương theo một đường thẳng song song với trục chính và cách trục đó 20 cm. Hỏi khi vật còn cách gương một khoảng bao nhiêu thì người đó không còn nhìn thấy nó ở trong gương nữa?

Hướng dẫn

1. Ở đây phải sử dụng khái niệm thị trường của gương. Đó là khoảng không gian mà nhờ gương ta nhìn thấy. Nó được xác định bởi hình nón bao quanh rìa gương và có đỉnh là ảnh của mắt tạo bởi gương. Đối với những điểm nằm ngoài khoảng không gian này mắt sẽ không nhìn thấy chúng trong gương.

Chuyển bài toán không gian về bài toán mặt phẳng:

Vẽ ảnh M' của mắt M (hình 5.19). Từ M' kẻ hai đường thẳng qua mép gương. Thị trường của gương nằm bên trong hai đường này.

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{100(-60)}{100+60} = -37{,}5\,\text{cm}$$

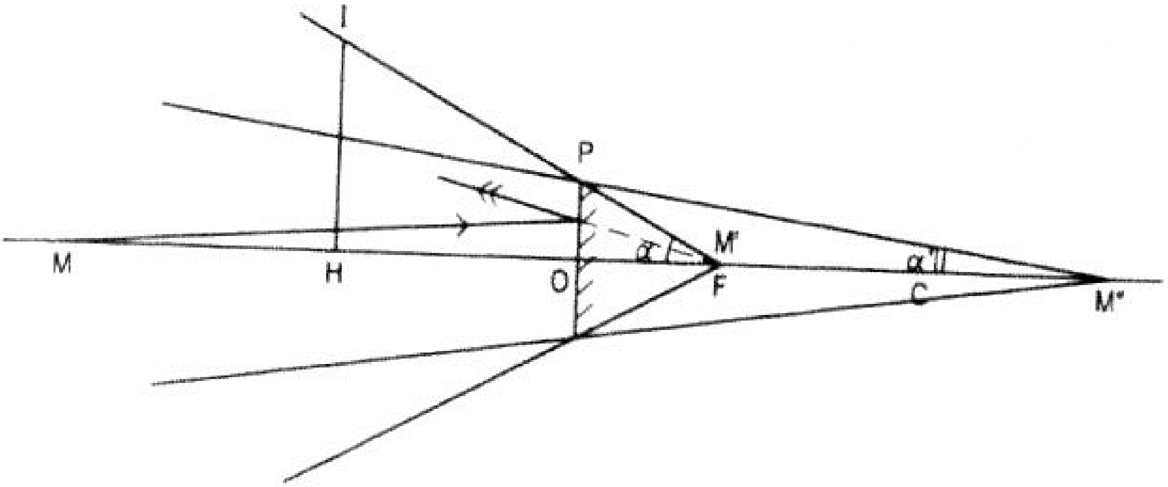
2 α là góc ở đỉnh hình nón.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{PO}{M'O} = \frac{3}{37{,}5} = 0{,}08$$

$$\alpha = 0,08 \text{ rad} = \frac{180^\circ.0,08}{3,14} = 6^0.$$

2. Đối với gương phẳng cũng làm như vậy:

$$\operatorname{tg}\alpha' = \frac{PO}{M''O} = \frac{3}{100} = 0,03.$$



Hình 5.19

Khi thay gương cầu lồi bằng gương phẳng, thị trường đã giảm đi 8/3 lần.

3. Khi vật chạy đến điểm I thì ra khỏi thị trường của gương.

$$HO + OM' = \frac{IH}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{20}{0,08} = 250 \text{ cm}$$

$$HO = 250 - 37,5 = 212,5 \text{ cm}.$$

Vậy, khi vật chạy đến cách gương 212,5 cm thì ra khỏi thị trường của gương và mắt không còn nhìn thấy nó ở trong gương nữa.

Bài toán 5.1.22

Phía dưới mặt nước 40 cm có một bóng đèn điện. Một người để một bản mặt song song bằng nhựa trong suốt chiết suất

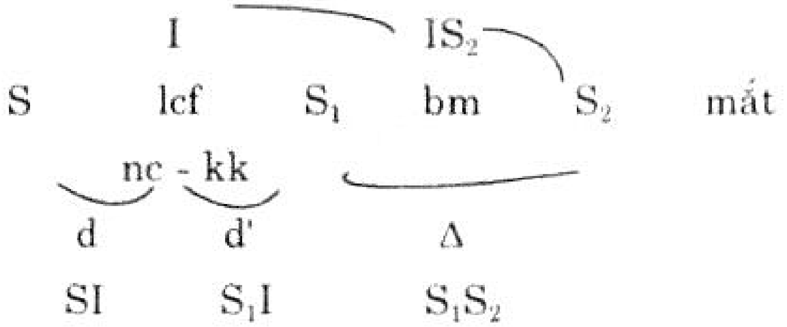
n_1 = 1,5, dày h = 6 cm, song song với mặt nước và ở phía trên mặt nước 10 cm. Chiết suất của nước là $n_2 = 4/3$.

1. Nếu để mắt nhìn qua tấm nhựa xuống dưới, người đó sẽ thấy bóng đèn cách mặt nước bao nhiêu?

2. Nếu tịnh tiến tấm nhựa xuống dưới mặt nước 10 cm, sẽ nhìn thấy bóng đèn cách mặt nước bao nhiêu?

Giải

1. Sơ đồ tạo ảnh:


I
IS₂
S
lcf
S₁
bm
S₂
mắt
nc - kk
d
d'
Δ
SI
S₁I
S₁S₂

$$d' = -\frac{1}{n_2}d = -\frac{3.40}{40} = -30\text{ cm}$$

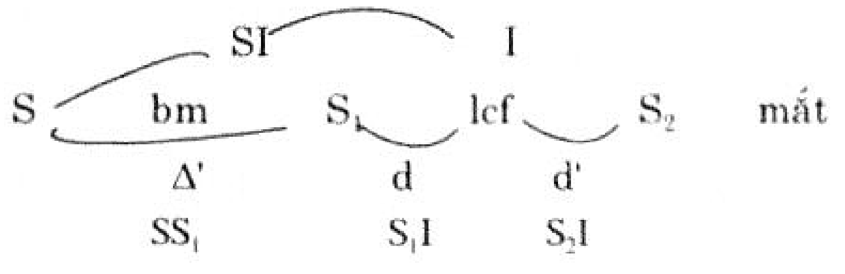
$$\Delta = \frac{h(n_1 - 1)}{n_1} = \frac{6.0,5}{1,5} = 2\,\text{cm}$$

Mặt nhìn thấy ảnh ảo S_2 cách mặt nước : $S_2I = S_1I - \Delta = 28$ cm.

2. Khi ngâm bản mặt song song vào trong nước, độ dịch biểu kiến đã thay đổi.

$$\Delta' = \frac{h(n_1/n_2 - 1)}{n_1/n_2} = \frac{6(9/8 - 1)}{9/8} = \frac{2}{3}\text{cm}$$

Sơ đồ tạo ảnh::


SI
I
S
bm
S₁
lcf
S₂
mắt
Δ'
d
d'
SS₁
S₁I
S₂I

$$d = SI - \Delta' = 40 - \frac{2}{3} = \frac{118}{3} \text{ cm}$$

$$d' = - \frac{3.118}{4.3} = - 29,5 \text{ cm}$$

Mắt nhìn thấy ảnh ảo S_2 cách mặt nước 29, 5 cm

Bài toán 5.1.23

Dưới mặt nước 100 cm có một hòn sỏi. Nếu để mắt trong không khí, nhìn nghiêng với phương thẳng đứng một góc 30^0, sẽ thấy hòn sỏi cách mặt nước bao nhiêu? Chiết suất của nước bằng 4/3.

Giải

Đường truyền của các tia sáng và ảnh của hòn sỏi được vẽ ở hình 5.20

Ở đây không thể dùng công thức lưỡng chất phẳng vì các góc đều lớn.

Qua hình vẽ ta thấy phải tìm chiều sâu h và độ dịch ngang m của ảnh S'.

Vì mắt nhỏ nên chỉ nhận được một chùm khúc xạ phân kì hẹp, do đó các góc tới, các góc khúc xạ của các tia chỉ khác nhau một góc nhỏ.

Từ hai tam giác S'IC và S'IC', ta có :

$$m_1 - m = h \text{ tg } r \quad \text{và} \quad m_2 - m = h \text{ tg } (r + \Delta r) \qquad (1)$$

với : $m_1 = H \text{ tg} i$ và $m_2 = H \text{ tg } (i + \Delta i)$

Và theo định luật khúc xạ :

$$\sin r = n \sin i \qquad \sin (r + \Delta r) = n \sin (i + \Delta i)$$

Từ (1) : $m = m_1 - h \text{ tg } r = m_2 - h \text{ tg } (r + \Delta r)$

Hay : $H \text{ tg } i - h \text{ tg } r = H \text{ tg } (i + \Delta i) - h \text{ tg } (r + \Delta r)$

Rút ra :

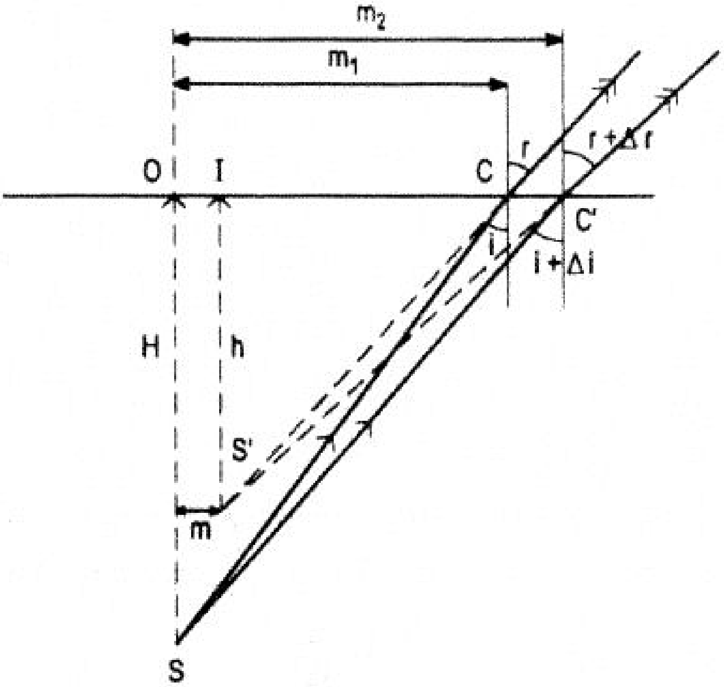
$$h = H\frac{\text{tg}(i+\Delta i)\ \text{tg}\, i}{\text{tg}(r+\Delta r)-\text{tg}\, r}$$

Sử dụng công thức hiệu các tg, ta có:

$$h = H\ \frac{\sin\Delta i\cos r\cos(r+\Delta r)}{\cos i\cos(i+\Delta i)\sin\Delta r}$$

Vì Δi và Δr đều nhỏ nên:

$$h = H\ \frac{\cos^2 r\,\Delta i}{\cos^2 i\,\Delta r} \qquad (2)$$



Hình 5.20

Tỉ số Δi / Δr được tìm theo định luật khúc xạ:

$$\frac{\sin(i+\Delta i)}{\sin(r+\Delta r)} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\frac{\sin i\cos\Delta i+\sin\Delta i\cos i}{\sin r\cos\Delta r+\cos r\sin\Delta r} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\sin i\sin r\cos\Delta i+\sin r\cos i\sin\Delta i =$$

$$= \sin i \sin r \cos \Delta r + \sin i \cos r \sin \Delta r$$

$$\sin i \sin r + \sin r \cos i \,\Delta i = \sin i \sin r + \sin i \sin r \,\Delta r$$

hay:

$$\frac{\Delta i}{\Delta r} = \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i} = \frac{\cos r}{n \cos i}$$

Thay vào (2):

$$h = \frac{H}{n}\left(\frac{\cos r}{\cos i}\right)^3$$

$r = 30^0$, $\cos r = \sqrt{3}/2$,

$\sin i = 3/4 \sin r = 0,375 \rightarrow i = 22^0$, $\cos i = 0,927$

Thay số ta tìm được : $h = 61$ cm

Và $m = 5,2$ cm

Vậy, mắt nhìn thấy hòn sỏi cách mặt nước 61 cm và dịch ngang đi một đoạn 5, 2 cm.

5. 2. Bài toán quan sát ảnh ảo với yêu cầu về sự điều tiết của mắt

Đó là những bài toán về các dụng cụ dùng cho mắt như kính chữa mắt, kính lúp, kính hiển vi, kính thiên văn và ống nhòm.

Bài toán 5.2.1

Một người cận thị nhìn xa nhất được 1 m, gần nhất được 10 cm.

1. Muốn nhìn được những vật ở xa mà không phải điều tiết mắt, như người mắt tốt, phải đeo kính loại nào? Có độ tụ bằng bao nhiêu?

2. Khi đeo kính đó, người này có thể nhìn rõ nhất những vật ở cách mắt bao nhiêu? Xác định khoảng nhìn rõ nhất của mắt đã đeo kính chữa.

3 Muốn đọc sách rõ nhất như người mắt tốt, người này phải thay kính có độ tụ bằng bao nhiêu? Nếu không muốn thay kính, người này phải dán vào phần dưới kính cũ một thấu kính loại nào và có độ tụ bằng bao nhiêu? Sau khi đeo kính hai chòng, khoảng nhìn rõ của mắt bằng bao nhiêu?

Giải.

1. Đeo kính chữa là để trở thành người mắt tốt, có khả năng nhìn rõ vật ở xa (coi như ở vô cực) mà không phải điều tiết mắt.

Muốn thế kính chữa phải tại một ảnh ảo nằm ở điểm cực viễn V của mắt:

$$d = +\infty \qquad d' = -(OV - a) = -1\ \text{m}$$

a là khoảng cách từ kính chữa đến mắt, thường coi là nhỏ không đáng kể.

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-1} = -1\ \text{dp} < 0 : \text{thấu kính phân kì.}$$

2. Khi chưa đeo kính, phải đặt vật ở điểm cực cận C mắt sẽ nhìn rõ nhất. Nhung sau khi đeo kính, nếu vẫn giữ vật ở vị trí này, sẽ không nhìn rõ vật nữa vì kính đã tạo một ảnh ảnh ảo gần mắt hơn (quá giới hạn điều tiết).

Vì thế, phải dịch vật ra xa, đến một điểm C' nào đó (cách kính một khoảng d), để kính tạo một ảnh ảo nằm ở điểm cực cận C của mắt:

$$d' = -(OC - a) = -10\ \text{cm}$$

$$d = \frac{d'f}{d'-f} = \frac{-10(-100)}{-10+100} = \frac{11}{9}\text{cm}$$

C' được gọi là điểm cực cận của mắt đã đeo kính và khoảng OC' = 11, 11 cm là khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt đã đeo kính.

1. Muốn đọc sách rõ nhất như người mắt tốt, tức là sách đặt cách mắt (cũng là cách kính) một khoảng d = 25 cm, kính thay thế phải tạo một ảnh ảo nằm ở điểm cực cận của mắt :

$$d' = -(OC - a) = -10 \text{ cm}$$

$$D' = \frac{1}{D} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{-0,1} = -6 \text{ dp} < 0$$:thấu kính phân kì.

Khi dán vào dưới kính cũ một thấu kính, ta đã được một hệ kính ghép sát có độ tụ - 6 dp . Muốn thế kính ghép thêm này phải có độ tụ:

$D'' = D' - D = -5$ dp< 0 : thấu kính phân kì.

Sau khi đeo kính hai chồng, khoảng nhìn rõ của mắt là từ điểm cực cận C'' (cách mắt 25 cm) đến xa vô cùng.

Bài toán 5.2.2

Một người viễn thị nhìn gần nhất được 50 cm.

1. Muốn đọc sách rõ nhất ở khoảng cách 20 cm, phải đeo kính có độ tụ bằng bao nhiêu?

2. Sau khi đeo kính, người đó nhìn gần nhất và xa nhất được bao nhiêu?

Kính đặt sát mắt.

Giải

1. Sách đặt cách mắt 20 cm và cách kính một khoảng d = 20 cm vì (a = 0) và kính phải tạo một ảnh ảo cách mắt một khoảng OC = 50 cm, tức cách kính một khoảng

$$d' = -(OC - a) = -50 \text{ cm}.$$

Tiêu cự và độ tụ của kính:

$$f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{20(-50)}{20 - 50} = \frac{100}{3} \text{cm} \rightarrow D = 3 \text{diốp}.$$

2. Sau khi đeo kính, người viễn thị có thể nhìn được những vật gần nhất cách mắt 20 cm và những vật xa nhất từ tiêu điểm của kính trở ra vì ở những vị trí này của vật, kính tạo một ảnh thật nằm sau thủy tinh thể. Ảnh này trở thành vật ảo đối với thủy tinh thể và thủy tinh thể tạo một ảnh thật. Nếu mắt có khả năng điều tiết được thì ảnh đó sẽ nằm trên võng mạc và mắt nhìn được vật.

Bài toán 5.2.3

Một người khi về già phải đeo kính hai chòng : chòng trên có độ tụ $D_1 = -1$ dp và chòng dưới có độ tụ $D_2 = 2$ dp.

1. Hỏi mắt người này mắc tật gì? Giải thích.

2. Tìm khoảng nhìn rõ của mắt người này khi bỏ kính ra.

3. Độ tụ của thuỷ tinh thể thay đổi một lượng bằng bao nhiêu khi chuyển từ nhìn xa nhất sang nhìn gần nhất?

Giải

1. Chòng trên được dùng khi nhìn các vật ở xa, chòng dưới được dùng để nhìn những vật ở gần.

Chòng trên có độ tụ âm nên là kính phân kì, được dùng để chữa mắt cận thị.

Chòng dưới có độ tụ dương nên là kính hội tụ, được dùng để chữa mắt viễn thị

Mắt người này mắc đồng thời hai tật: cận thị khi nhìn xa và viễn thị khi nhìn gần.

2. Khi nhìn qua chòng trên, mắt thấy rõ được những vật ở xa mà không phải điều tiết. Muốn thế, chòng này phải tạo một ảnh ảo nằm ở điểm cực viễn của mắt.

$$d_X = +\infty \quad , d'_V = -(OV - a) \, , f_T = -100 \text{ cm}$$

$$d_V' = \frac{d_x f_T}{d_x - f_T} = f_T = -1 = -100\,\text{cm}.$$

Suy ra: OV = 100 cm.

Khi nhìn qua chòng dưới, mặt thấy rõ nhất những vật ở cách mắt một khoảng d_G = 25 cm, như người mắt tốt.

$$D'_G = -(OC - a) \quad , f_D = 50\,\text{cm}$$

$$d'_G = \frac{d_G f_D}{d_G - f_D} = \frac{25.50}{25-50} = 50\,\text{cm}$$

Suy ra: OC = 50 cm.

Vậy bỏ kính ra, khoảng nhìn rõ của mắt:

$$CV = OV - OC = 50\,\text{cm}.$$

Mắt nhìn vật ở dù bất cứ ở vị trí nào, khoảng cách d' từ võng mạc đến thuỷ tinh thể cũng không đổi.

Khi nhìn vật ở điểm cực viễn : d_V = OV = 100 cm, độ tụ của thuỷ tinh thể:

$$D_V = \frac{1}{D_V} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{1} + \frac{1}{d'}$$

Khi nhìn vật ở điểm cực cận: d_C = OC = 10 cm, độ tụ của thủy tinh thể:

$$D_C = \frac{1}{d_C} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{0{,}1} + \frac{1}{d'}$$

Trừ hai phương trình cho nhau, ta được: $D_C - D_V = 9$ dp

Bài toán 5.2.4

Một kính lúp trên vành có ghi ×5.

12. Một người mắt tốt sử dụng kính quan sát không điều tiết một chi tiết đã đặt chi tiết cách kính bao nhiêu biết mắt đặt sau kính 2 cm. Tìm độ bội giác của ảnh.

3. Một người cận thị nhìn gần nhất được 12 cm và xa nhất 42 cm dùng kính quan sát không điều tiết chi tiết trên đã đặt chi tiết cách mắt bao nhiêu biết mắt đặt sau kính 2 cm? Tìm độ bội giác của ảnh. Nếu người đó đeo kính chữa nhìn xa để quan sát không mỏi mắt thì phải đặt chi tiết cách kính bao nhiêu ? So sánh độ bội giác của ảnh với trường hợp không dùng kính. Coi như kính chữa sát mắt.

4. Một người viễn thị nhìn gần nhất được 50 cm đặt kính cách mắt 5 cm muốn quan sát rõ nhất chi tiết đã phải đặt chi tiết cách kính bao nhiêu ? Tìm độ bội giác của ảnh.

Giải

1. Tiêu cự của kính lúp:

$$f = \frac{25}{G} = \frac{25}{5} = 5\,\text{cm}$$

2. Người mắt tốt muốn quan sát không điều tiết, đã phải điều chỉnh cho ảnh A'B' của chi tiết AB, nằm ở vô cực và AB nằm ở tiêu điểm của kính tức là cách kính 5 cm và cách mắt 7 cm.

Vì ngắm chừng ở vô cực nên:

$$G_V = \frac{Đ}{f} = \frac{25}{5} = 5$$

3. Người cận thị muốn quan sát không điều tiết, phải điều chỉnh cho ảnh A'B' nằm ở điểm cực viễn, tức là cách mắt 42 cm và cách kính 40 cm và vật AB các kính một khoảng:

$$d = \frac{d'f}{d'-f} = \frac{-40.5}{-40-5} = \frac{40}{9} = 4{,}44\,\text{cm}$$

và cách mắt một khoảng: 4, 44 + 2 = 6, 44 cm

Độ bội giác: $G_C = \left|\frac{d'}{d}\right| \frac{Đ_C}{|d'|+a} = \frac{40.12.9}{40.42} = 2{,}57$

Kính chữa nhìn xa có tiêu cự $f_V = -(OV - a) = -42$ cm

Sau khi đeo kính chữa, người cận thị phải đặt vật cách kính một khoảng d để kính tạo một ảnh ảo cách mắt 12 cm và cũng là cách kính 12 cm: d' = - 12 cm.

$$d = \frac{d'f_c}{d'-f_c} = \frac{-12(-42)}{-12+42} = 16{,}8\,\text{cm}.$$

Đó cũng là khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt đã đeo kính: Đ' = 16, 8 cm.

Khi đeo kính, người cận thị đã ngắm chừng ở vô cực nên độ bội giác của ảnh :

$$G_c = \frac{Đ'}{f} = \frac{16{,}8}{5} = 3{,}36\ .$$

4. Người viễn thị muốn quan sát rõ nhất chi tiết thì ảnh tạo bởi kính lúp phải nằm ở điểm cực cận của mắt tức là cách 50 cm và cách kính một khoảng:

$$d' = -(OC - a) = -45\text{ cm}.$$

Muốn thế, chi tiết phải đặt cách kính một khoảng d:

$$d = \frac{d'f}{d'-f} = \frac{-45.5}{-45-5} = 4{,}5\,\text{cm}\ .$$

Độ bội giác của ảnh:

$$G_V = \left|\frac{d'}{d}\right| \frac{Đ_V}{|d'|+a} = \frac{45.50}{4{,}5(45+5)} = 10$$

Bài toán 5.2.5

Một kính lúp có độ tụ 50 điốp.

1. Tìm độ bội giác thương mại của kính.

2. Một người cận thị, chỉ nhìn rõ những vật trong khoảng cách mắt từ 10 cm đến 150 cm, sử dụng kính sẽ quan sát rõ những vật nằm trong khoảng nào trước mắt khi mắt đặt ở tiêu điểm sau của kính.

Nếu người đó muốn quan sát mà không điều tiết mắt, thì độ bội giác của ảnh bằng bao nhiêu?

3. Dùng kính lúp này làm kính mắt của một ống kính mà kính vật có tiêu cự 1 m. Tìm chiều dài của ống kính để người cận thị quan sát không điều tiết một vật ở xa (mắt vẫn đặt ở tiêu điểm sau kính mắt).

Giải

1. Tiêu cự của kính:

$$f = \frac{1}{D} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}.$$

Độ bội giác thương mại:

$$G = \frac{25}{2} = 12,5.$$

2. Khi ngắm chừng ở điểm cực cận: $d'_1 = -(OC - a) = -8$ cm

$$d_C = \frac{d'_1 f}{d_1 - f} = \frac{-8.2}{-8-2} = 1,60 \text{ cm}.$$

Khi ngắm chừng ở điểm cực viễn: $d'_2 = -(OV - a) = -148$ cm

$$d_V = \frac{d'_2 f}{d_2 - f} = \frac{-148.2}{-148-2} = 1,97 \text{ cm}.$$

Khoảng nhìn rõ của mắt khi sử dụng kính:

$$d_V - d_C = 0,37 \text{ cm}$$

Khi người cận thị quan sát không điều tiết, độ bội giác của ảnh (mắt đặt ở tiêu điểm sau kính):

$$G = \frac{Đ}{f} = \frac{10}{2} = 5.$$

3. Kính vật cho vật AB ở xa, một ảnh thật A_1B_1 nằm ở tiêu diện của kính, tức là cách kính 100 cm. Ảnh A_1B_1 trở thành vật

thật đối với kính mắt. Muốn ảnh A_2B_2 tạo bởi kính này nằm ở điểm cực viễn, cách mắt 150 cm và cách kính 148 cm thì A_1B_1 phải nằm cách kính 1, 97 cm. Do đó khoảng cách hai kính:

$$O_1O_2 = 100 + 1,97 = 101,97 \text{ cm}.$$

Bài toán 5.2.6

Một kính hiển vi gồm hai kính có tiêu cự và 25 điốp.

1. Kính nào giữ vai trò kính vật.

2. Một người cận thị, có khoảng thấy rõ ngắn nhất bằng 14 cm, sử dụng kính hiển vi để quan sát một chi tiết cao 0, 01 mm. Khi mắt điều tiết căng nhất và đặt ở tiêu điểm sau kính mắt thì khoảng cách hai kính bằng 20 cm.

a. Tìm khoảng cách từ ảnh quan sát đến kính mắt.

b. Tìm khoảng cách từ vật AB đến kính vật.

c. Tìm độ bội giác của ảnh.

Giải

1. Kính thứ nhất có tiêu cự $f_1 = 3$ mm và kính thứ hai có tiêu cự 4 cm. Kính có tiêu cự nhỏ, giữ vai trò kính vật:

$$f_1 = 3 \text{ mm}.$$

2. Khi mắt điều tiết căng nhất, nhìn thấy ảnh ảo A_2B_2 ở điểm cực cận, cách mắt 14 cm và cách kính mắt:

$$d'_2 = -(OC - a) = -(14 - 4) = -10 \text{ cm}.$$

Vật A_1B_1 cách kính mắt một khoảng d_2:

$$d_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-10.4}{-10-4} = 2,86 \text{ cm}.$$

Khoảng cách d'_1 từ ảnh A_1B_1 đến kính vật:

$$d'_1 = O_1O_2 - d_2 = 20 - \frac{20}{7} = \frac{120}{7} \text{ cm}.$$

Khoảng cách d_1 từ vật AB đến kính vật:

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{40}{131} = 0,3053 \text{ cm}.$$

3. Độ bội giác của ảnh:

Khi ngắm chừng ở điểm cực cận thì độ bội giác bằng độ phóng đại:

$$G = |k_1 k_2| = \left|\frac{d'_1 d'_2}{d_1 d_2}\right| = \frac{120.10.131.7}{7.40.20} = 196.$$

Bài toán 5.2.7

Một kính hiển vi gồm kính vật và kính mắt có độ tụ 100 điôp và 20 điốp, được dùng cho người mắt tốt quan sát không điều tiết.

1. Khoảng cách hai kính bằng 16 cm:

a. Tìm độ bội giác thương mại của kính.

b. Tìm góc trông của mắt khi quan sát một hồng cầu có đường kính 22 μm.

c. Tìm đường kính của một vật khi quan sát trực tiếp bằng mắt thường, dưới góc trông đã tính ở trên, khi vật ở cách mắt 25 cm.

2. Dịch kính vật ra xa kính mắt 10 cm.

a. Tìm độ bội giác mới của kính.

b. Hỏi phải dịch hệ quang học theo chiều nào và đi một đoạn bằng bao nhiêu để lại ngắm chừng như cũ ?

c. Để dịch hệ quang học đi một khoảng tính được, người ta đã quay ốc vi điều chỉnh đi 2, 5 vòng. Tìm bước răng của ốc.

3. Phủ lên vật quan sát một bản mặt song song thủy tinh dày 0, 25 mm. Muốn nhìn thấy ảnh lại rõ nét, người đó phải quay ốc điều chỉnh 45 phần trăm vòng. Tìm chiết suất của thủy tinh.

Giải

1. Tiêu cự của kính vật và kính mắt:

$$f_1 = 1 \text{ cm và } f_2 = 5 \text{ cm}.$$

Độ dài quang học của kính hiển vi:

$$\delta = 16 - 1 - 5 = 10 \text{ cm}$$

Độ bội giác thương mại:

$$G = \frac{\delta Đ}{f_1 f_2} = \frac{10.25}{1.5} = 50$$

2a. Người mắt tốt quan sát không điều tiết hồng cầu đã điều chỉnh cho ảnh A_2B_2 ở vô cực. Khi đó vật và cũng là ảnh A_1B_1 nằm ở tiêu điểm trước kính mắt nên (hình 5.21):

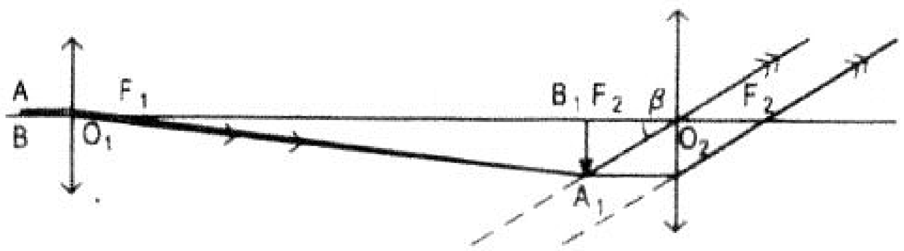
$$A_1B_1 = 10\ AB = 220\ \mu m$$

$$= 0,\ 22 \text{ mm}$$

b. Góc trông β của mắt khi nhìn

A_1B_1 qua kính mắt:

$$\beta = \frac{A_1B_1}{f_2} = \frac{0,22}{50} 0,0044 \text{ rad} = 15'$$



Hình 5.21

c. Nếu D là đường kính của vật quan sát, dưới góc trông trên thì :

$$\frac{D}{25} = 0{,}0044$$

Suy ra: $D = 0,\ 11$ cm.

2a. Nếu tăng khoảng cách hai kính thêm 10 cm thì độ dài quang học mới của kính hiển vi:

$$\delta' = 20 \text{ cm}$$

Độ bội giác mới tăng lên hai lần tức là G' = 100

b. Khi chưa dịch kính mắt, khoảng cách từ AB đến kính vật:

$$d_{11} = \frac{d_{11}f}{d_{11} - f} = \frac{11.1}{11 - 1} = 1{,}1\,\text{cm}$$

Sau khi dịch kính mắt, khoảng cách từ AB đến kính vật:

$$d_{12} = \frac{d_{12}f}{d_{12} - f} = \frac{21.1}{21 - 1} = 1{,}05\,\text{cm}$$

Vậy đã dịch hệ quang học đi một đoạn:

$$d_{11} - d_{12} = 0,\ 5 \text{ mm}.$$

c. Khi quay đi một vòng, ốc tiến được một bước răng, do đó bước răng của ốc bằng:

$$\frac{0{,}5}{2{,}5} = 0{,}20 \text{ mm}$$

3. Khi đặt bản mặt lên trên hồng cầu, bản mặt song song đã tạo một ảnh ảo dịch lên trên một đoạn Δ, do đó phải dịch hệ quang học lên một đoạn đúng bằng độ dịch Δ:

$$\Delta = h\,\frac{n-1}{n} = 0{,}2\ .\ 0{,}45 = 0.090 \text{ mm}$$

Suy ra: $n = 1{,}56$

Bài toán 5.2.8

Một kính thiên văn gồm một kính vật có tiêu cự f_1 = 1,2 m và một kính mắt.

1. Dùng kính thiên văn để quan sát đồng thời hai ngôi sao có khoảng cách góc bằng 1''. Tìm độ bội giác của kính.

Tìm tiêu cự kính mắt, biết rằng mắt phân biệt được riêng biệt hai ảnh của hai ngôi sao khi khoảng cách góc của chúng bằng năng suất phân ly của mắt mà ta coi bằng 1'.

2. Tại tiêu diện của kính vật, đặt một màn chắn có lỗ thủng với đường kính 24 mm. Kính mắt không giới hạn các chùm tia sáng. Tìm đường kính góc lớn nhất giữa hai ngôi sao có thể quan sát đồng thời qua dụng cụ.

3. Kính được điều chỉnh để ngắm chừng ở vô cực, sau đó dịch kính mắt đi một khoảng để thu một ảnh thật trên phim, lớn gấp 5 lần ảnh tạo bởi kính vật. Tìm khoảng dịch chuyển của kính mắt và khoảng cách từ phim đến kính mắt.

4. Ảnh của hai ngôi sao chỉ phân biệt được trên phim khi khoảng cách giữ hai tâm ảnh lớn hơn 30 μm. Tìm khoảng cách góc nhỏ nhất giữa hai ngôi sao, để hai ảnh của chúng tách rời nhau ở điều kiện nêu ra ở câu hỏi 3.

Giải

1. Độ bội giác của kính thiên văn:

$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1'}{1''} = 60$$

Tiêu cự kính mắt:

$$f_2 = \frac{f_1}{G} = \frac{120}{60} = 2\,\text{cm}$$

2. Khi đặt màn chắn ở tiêu diện kính vật, chùm sáng bị giới hạn bởi kích thước A'B' của lỗ nên khoảng cách góc lớn nhất của hai ngôi sao, quan sát đồng thời qua dụng cụ (hình 5.2.2):

$$\alpha \; \frac{A'B'}{f_2} = \frac{24}{1200} = 0,02 \text{ rad} = 1,14^0$$

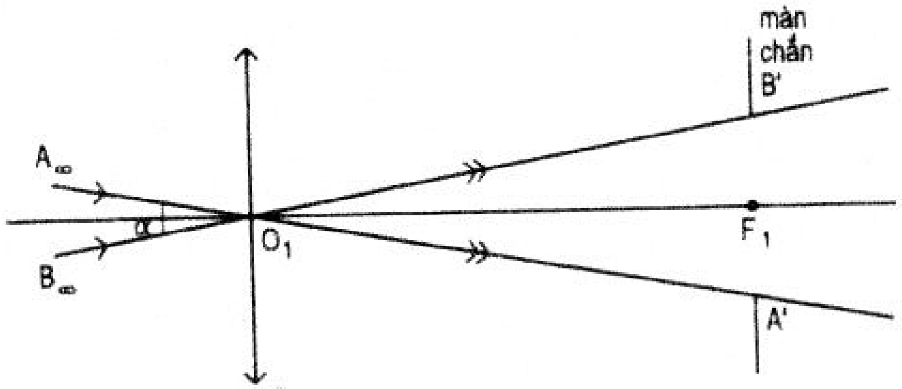
3. Muốn kính mắt tạo một ảnh thật A_2B_2 lớn gấp 5 lần A_1B_1 thì A_1B_1 phải nằm cách kính mắt một khoảng d_2 :

$$k_2 = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{f_2}{f_2 - d_2} = -5$$

$$d_2 = \; 2,4 \text{ cm}$$

Khoảng cách từ phim đến kính mắt:

$$d'_2 = 5\, d_2 = 12 \text{ cm}$$



Hình 5.22

4. Nếu khoảng cách giữa hai ảnh trên phim bằng 30 μm = 0,030 mm thì khoảng cách hai ảnh tạo bởi kính vật bằng:

$$\frac{0,030}{5} = 0,006 \text{ mm}$$

Khoảng cách góc của hai ngôi sao:

$$\alpha = \frac{0,006}{1200} = 5.10^{-6} \text{ rad}$$

Bài toán 5.2.9

1. Một người mắt tốt dùng kính thiên văn, quan sát không điều tiết một vật ở vô cực. Khoảng cách hai kính bằng 55 cm và độ bội giác bằng 10. Tìm tiêu cự của hai kính . Vẽ đường truyền của một chùm sáng xuất phát từ một điểm trên vật và nằm ngoài trục chính.

2. Một người cận thị nhìn xa nhất được 20 cm, dùng kính quan sát không điều tiết vật nói trên, đã phải dịch kính mắt đi một đoạn bằng bao nhiêu? (Mắt đặt ở tiêu điểm sau kính mắt). Vẽ ảnh.

3. Vật quan sát là mặt trăng, có đường kính góc bằng 0, 01 rad. Muốn thu được ảnh thật có đường kính bằng 5 cm đã phải dịch kính mắt đi một đoạn bằng bao nhiêu so với vị trí lúc đầu?

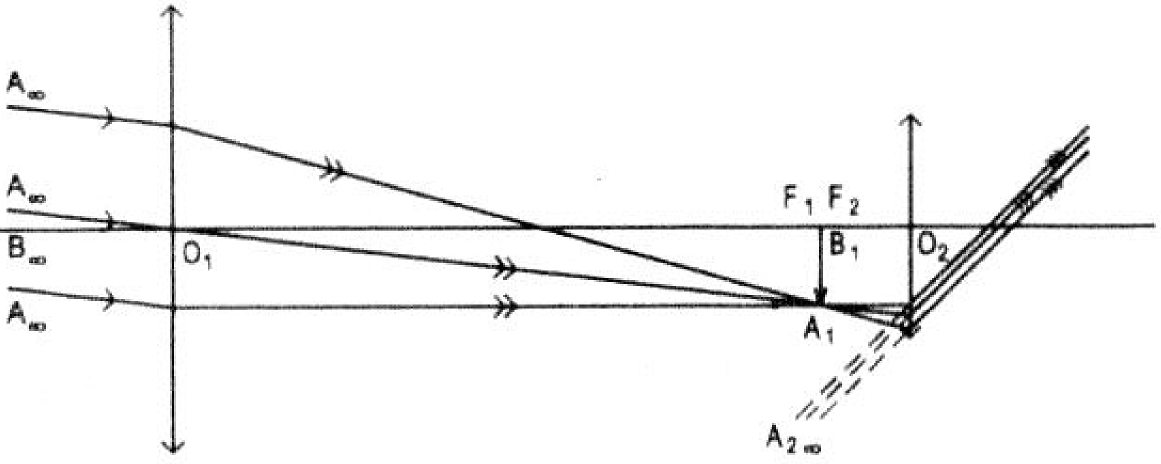
Giải

1. Khi ngắm chừng ở vô cực, khoảng cách hai kính bằng tổng tiêu cự của chúng và độ bội giác bằng tỉ số giữa hai tiêu cự:

$$O_1O_2 = f_1 + f_2 = 50 \qquad \text{và} \qquad G = \frac{f_1}{f_2} = 10$$

Suy ra : $f_1 = 50$ cm $\qquad f_2 = 5$ cm

Hình 5. 23 là đường truyền của chùm tia sáng xuất phát từ A:



Hình 5 - 23

2. Ảnh A_2B_2 là ảnh ảo, nằm cách mắt 20 cm và cách kính mắt một khoảng:

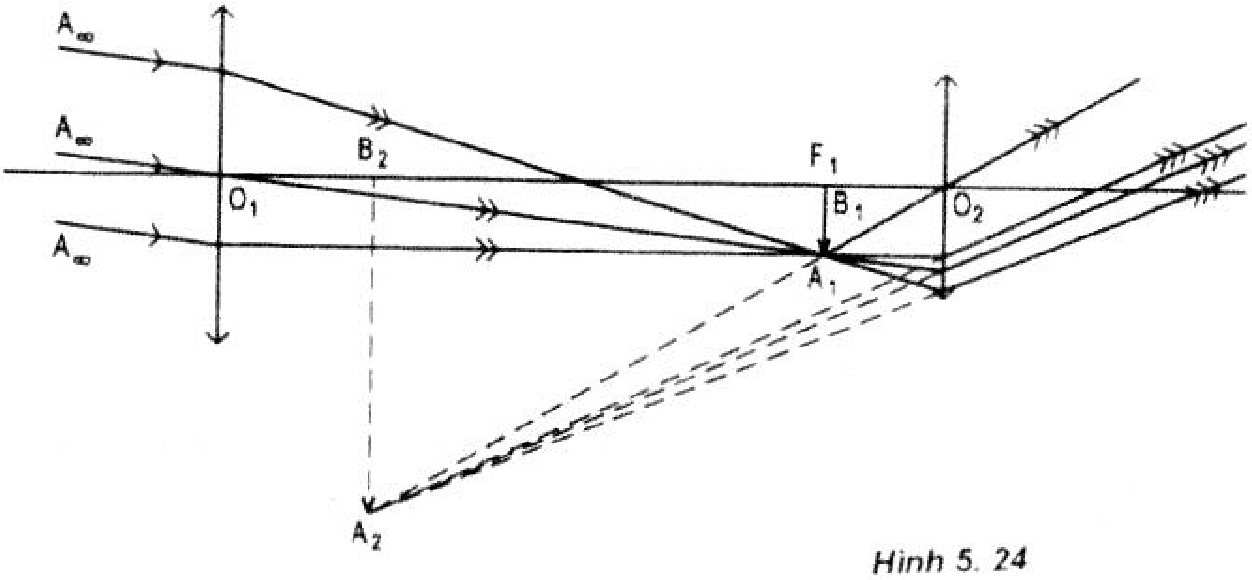
$$d'_2 = -(OV - a) = -(20 - 5) = -15 \text{ cm}$$

Vật A_1B_1 và cũng là ảnh A_1B_1 nằm cách kính mắt một khoảng d_2:

$$d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{-15.5}{-15-5} = 3{,}75 \text{cm}$$

Phải dịch kính mắt đi 1,25 cm lại gần kính vật .

Hình 5.24 vẽ ảnh A_2B_2.



Hình 5. 24

3. Ảnh A_1B_1 tạo bởi kính vật có đường kính:

$$A_1B_1 = f_1\,\alpha = 50.\,0,01 = 0,5 \text{ cm}$$

Độ phóng đại của kính mắt:

$$k_2 = \frac{f_2}{f_2 - d_2} = -10$$

hay : $\frac{5}{5 - d_2}$ suy ra : $d_2 = 5,5$ cm

Từ vị trí đầu, phải dịch kính mắt ra xa kính vật một đoạn bằng 0, 5 cm.

Bài toán 5.2.10

Một ống kính gồm 3 thấu kính hội tụ đặt đồng trục : kính vật L_1 có độ tụ 5 điôp, kính L_2 có độ tu 50 điôp đặt cách kính L_1 22, 4 cm, kính mắt L_3 có tiêu cự 2, 5 cm. Ống kính được dùng để quan sát một vật ở xa.

1. Tìm khoảng cách từ kính mắt L_3 đến kính trung gian L_2, để ảnh tạo bởi hệ nằm ở vô cực. Vẽ đường truyền của một chùm sang. Kính trung gian L_2 giữ vai trò gì?

2. Tìm độ bội giác của ống kính. Nếu dùng hai kính L_1 và L_3 tạo thành kính thiên văn thì kính có độ bội giác bằng bao nhiêu? Tìm tỷ số giữa hai độ bội giác.

3. Phải dịch kính L_3 theo chiều nào và đi một đoạn bằng bao nhiêu để thu được một ảnh thật cách kính đó 50 cm.

Giải

1. Tiêu cự của các kính:

$$f_1 = 20\text{ cm} \qquad f_2 = 2\text{ cm} \qquad f_3 = 2,5\text{ cm}$$

Thấu kính L_1 cho vật AB ở xa, một ảnh thật A_1B_1 nằm ở tiêu diện. Ảnh này lại trở thành vật thật đối với kính L_2 và cách kính này một khoảng $d_2 = 2,4$ cm, nên kính tạo một ảnh thật A_2B_2, cách kính một khoảng d'_2:

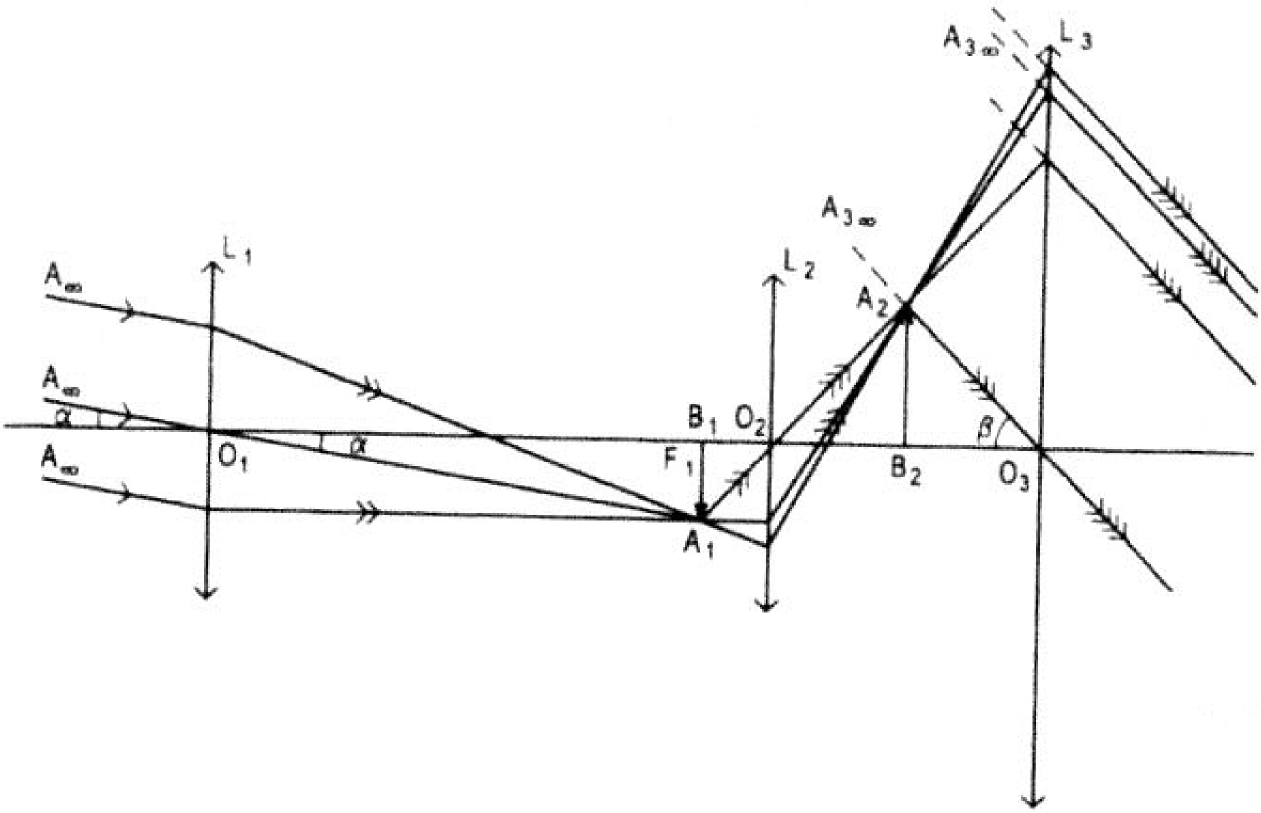
$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{2,4.2}{2,4-2} = 12\,\text{cm}$$

Muốn ảnh A_3B_3 tạo bởi kính L_3 nằm ở vô cực thì A_2B_2 phải là vật thật đối với kính và nằm ở tiêu diện của kính, do đó khoảng cách giữa hai kính L_2 và L_3 bằng:

$$O_2O_3 = 12 + 2,5 = 14,5\text{ cm}$$

Kính L_2 giữ vai trò đảo ảnh.

Đường truyền của chùm sáng được vẽ ở hình 5.25


$A_{3\infty}$
L_3
$A_{3\infty}$
L_1
L_2
A_2
A_∞
A_∞
α
A_∞
O_1
α
B_1
O_2
F_1
A_1
B_2
O_3
β

Hình 5.25

2. Độ bội giác của ống kính được tính theo tỷ số giữa góc trông ảnh (β) qua hệ dụng cụ và góc trông vật (α) trực tiếp:

$$G = \frac{\beta}{\alpha}$$

Qua hình vẽ 5.26, ta thấy (giả thiết các góc đều nhỏ):

$$\beta = \frac{A_2B_2}{f_3} \qquad \alpha = \frac{A_1B_1}{f_1}$$

$$G = \frac{f_1}{f_3} \times \frac{A_2B_2}{A_1B_1}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{20}{2,5} = 8 \qquad \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{d'_2}{d_2} = \frac{12}{2,4} = 5$$

$$G = 8.5 = 40$$

Khi lắp kính thiên văn bởi hai thấu kính L_1 và L_3 thì độ bội giác:

$$G' = \frac{f_1}{f_3} = 8$$

Tỷ số $\frac{G}{G'} = 5$ lại là độ phóng đại của kính trung gian L_2.

3. Ảnh thật A_3B_3 cách kính L_3 một khoảng $d'_3 = 50$ cm thì vật tương ứng A_2B_2 cách kính một khoảng d_3:

$$d_3 = \frac{d'_3 f_3}{d'_3 - f_3} = \frac{50.2,5}{50 - 2,5} = 2,63 \text{cm}$$

Khoảng cách hai kính L_2 và L_3:

$$O_2O_3 = d'_2 + d_3 = 12 + 2,63 = 14,63 \text{ cm}$$

Phải dịch kính L_3 ra xa kính L_2 một đoạn 14,63 - 14,5 = 0,13 cm.

Bài toán 5.2.11

Một ống nhòm Galilê gồm kính vật có độ tụ 5 điốp và kính mắt có độ tụ 50 điốp, được dùng để ngắm chừng ở vô cực, một ngôi nhà cao 30 m và ở cách xa 1500 m.

1. Tìm góc trông ảnh qua kính.

2. Tìm khoảng cách hai kính.

3. Sau kính mắt 1 m đặt một màn vuông góc với trục chính, để thu một ảnh thật trên màn. Hỏi phải dịch kính vật đi một đoạn bằng bao nhiêu? Tìm chiều cao của ảnh thu được.

Giải

1. Tiêu cự của kính vật và kính mắt:

$$f_1 = 20 \text{ cm} \qquad f_2 = -5 \text{ cm}$$

Độ bội giác của ống nhòm bằng tỷ số trị tuyệt đối của hai tiêu cự:

$$G = \frac{f_1}{|f_2|} = \frac{20}{5} = 4 .$$

Đường kính góc của vật, quan sát bằng mắt thường:

$$\alpha = \frac{30}{1500} = \frac{1}{50} \text{rad} .$$

Góc trông vật qua kính:

$$\beta = G\alpha = \frac{4}{50} \text{ rad} = 4°35'.$$

2. Khi ngắm chừng ở vô cực, tiêu điểm sau của kính vật trùng với tiêu điểm sau của kính mắt nên khoảng cách hai kính:

$$O_1O_2 = 20 - 5 = 15 \text{ cm}$$

3. Ảnh A_2B_2 là ảnh thật, cách kính mắt 100 cm, nên vật A_1B_1 cách kính một khoảng d_2:

$$d_2 = \frac{d_2'f_2}{d_2' - f_2} = \frac{100(-5)}{100+5} = -4,76 \text{cm} .$$

Vì A_1B_1 là ảnh thật của AB tạo bởi kính vật, nên khoảng cách hai kính:

$$(O_1O_2)' = d_2 + d_1' = -4,76 + 20 = 15,24 \text{ cm}.$$

Do đó phải dịch kính vật đi một khoảng:

$$(O_1O_2)' - O_1O_2 = 15,24 - 15 = 0,24 \text{ cm}.$$

Chiều cao của ảnh A_1B_1:

$$A_1B_1 = f_1\,\alpha = 20.\,0,02 = 0,4 \text{ cm}.$$

Chiều cao của ảnh A_2B_2 :

$$A_2B_2 = A_1B_1 \frac{d_2'}{d_2} = \frac{0,4 . 100}{4,76} = 8,4 \text{ cm}.$$

PHƯƠNNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 5. 2

Các dụng cụ quang học như kính lúp, kính hiển vi, kính thiên văn và ống nhòm Galilê chỉ có ý nghĩa khi có sự tham gia của mắt. Do đó khi giải loại bài toán này, phải quan tâm đến yêu cầu quan sát của mắt bởi vì yêu cầu này quyết định khoảng cách d'_n từ ảnh quan sát đến kính mắt và độ bội giác của ảnh. Thường gặp những yêu cầu sau và giá trị của d_n' tương ứng:

1. Nếu ngắm chừng ở vô cực (mắt tốt không phải điều tiết), thì $d'_n = \infty$.

2. Nếu ngắm chừng ở điểm cực viễn, quan sát không phải điều tiết, quan sát không mỏi mắt, quan sát được lâu, thì $d'_n = -(OV - a)$.

3. Nếu ngắm chừng ở điểm cực cận, quan sát rõ nhất, điều tiết căng nhất, thì $d'_n = -(OC - a)$.

4. Nếu chỉ là quan sát rõ, thì $OC - a \leq |d'_n| \leq OV - a$

Công thức độ bội giác của từng loại dụng cụ đã tóm tắt ở mục 5. 2 .

Chú ý: đối với mắt có tật đã dùng kính chữa, phải tính lại khoảng thấy rõ ngắn nhất Đ' trong các công thức của độ bội giác.

Một số bài toán áp dụng

Bài toán 5.2.12

Khoảng cách từ võng mạc đến quang tâm thuỷ tinh thể là $d' = 1,52$ *cm. Khi không điều tiết thuỷ tinh thể có tiêu cự* $f_1 = 1,50$ *cm và khi điều tiết căng nhất, nó có tiêu cự* $f_2 = 1,415$ cm.

1. Tìm khoảng nhìn rõ của mắt.

2. Dùng kính chữa có tiêu cự bằng bao nhiêu để nhìn rõ vật ở vô cực mà không phải điều tiết ?

3. Tìm khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt khi đeo kính chữa này.

Giải

1. Khoảng cách d_C từ điểm cực cận tới mắt:

$$d_C = \frac{d'f_2}{d'-f_2} = \frac{1{,}52.1{,}415}{1{,}52-1{,}415} = 20{,}5\,\text{cm}$$

Khoảng cách d_V từ điểm cực viễn tới mắt:

$$d_V = \frac{d'f_1}{d'-f_1} = \frac{1{,}52.1{,}50}{1{,}52-1{,}50} = 114\,\text{cm}$$

Mắt này cận thị có khoảng nhìn rõ : CV = d_V - d_C = 93, 5 cm

2. Dùng kính chữa có tiêu cự :

$$f = d' = -(OV - a) = -114\text{ cm}$$

để nhìn rõ vật ở vô cực mà không phải điều tiết.

3. Khoảng thấy rõ ngắn nhất $d_{C'}$ của mắt khi đã đeo kính chữa:

$$d_{C'} = \frac{d_C f}{d_C\ f} = \frac{-20{,}5(-114)}{-20{,}5+114} = 25\,\text{cm}$$

C' là điểm cực cận của mắt khi đã đeo kính chữa.

Bài toán 5.2.13

Một mắt cận thị trở thành viễn thị, nhìn gần nhất được 40 cm và xa nhất được 100 cm.

1. Muốn nhìn rõ vật ở vô cực mà không phải điều tiết phải đeo kính chữa L_1 có độ tụ bằng bao nhiêu ?

2. Muốn nhìn rõ nhất những vật ở cách mắt 20 cm, người ta dán vào phần dưới kính L_1 một thấu kính L_2. Tìm độ tụ của L_2.

3. Thấu kính L_2 bằng thuỷ tinh, chiết suất 1, 5, giới hạn bởi hai mặt cầu cùng bán kính R. Tìm R.

Hướng dẫn

1. Muốn nhìn rõ vật ở vô cực mà không phải điều tiết, thì ảnh ảo tạo bởi kính L_1, phải nằm ở điểm cực viễn của mắt:

$$d' = -(OV - a) = -100\ cm \quad , d = +\infty$$

$$f_1 = -100\ cm\ ;\ D_1 = -1\ dp$$

2. Khi dán thêm thấu kính L_2, ta được một hệ thấu kính ghép sát, có tiêu cự f_h. Muốn nhìn rõ nhất những vật ở cách mắt một khoảng d = 20 cm, kính phải cho một ảnh ảo nằm ở điểm cực cận của mắt, tức là cách mắt một khoảng d' = - OC = - 40 cm.

$$f_h = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{20.(-40)}{20-40} = 40 cm\ ,\ D_h = 2.5 dp$$

Độ tụ của thấu kính L_2:

$$D_2 = D_h - D_1 = 2, 5 + 1 = 3, 5\ dp.$$

3. Dùng công thức:

$$\frac{1}{f_2} = (1, 5 - 1)\frac{2}{R} \quad \text{tính được } R = 28, 6\ cm.$$

Bài toán 5.2.14

Một người có thể nhìn rõ được những vật cách mắt từ 45 cm đến vô cùng.

1. Hỏi người này phải đeo kính có độ tụ D_1 bằng bao nhiêu để đọc sách ở cách mắt 25 cm mà không mỏi mắt? Mắt cách kính 1 cm.

2. Bỏ kính chữa. Người này dùng một kính lúp để đọc được lâu các chữ cao 2 mm dưới góc trông 0, 04 rad. Tìm độ tụ của kính lúp.

3. Người này để mắt trần trên mặt nước 10 cm có thể nhìn rõ những vật gần mặt nước nhất một khoảng bằng bao nhiêu? Chiết suất của nước bằng 4/3.

Giải

1. Sách cách mắt 25 cm và cách kính một khoảng

$$d = 25 - 1 = 24 \text{ cm}$$

Ngắm chừng ở vô cực: $d' = -(OV - a) = +\infty$

$$f_1 = d = 24 \text{ cm}.$$

2. Muốn đọc sách được lâu, mắt không phải điều tiết. Khi đó ảnh A'B' ở xa vô cùng và chữ AB nằm ở tiêu điểm của kính lúp. Góc trông $\beta = 0{,}04$ rad mà mắt nhìn ảnh không phụ thuộc vào vị trí của mắt nên:

$$\beta = \frac{AB}{f}$$

suy ra : $$f = \frac{AB}{\beta} = \frac{2}{0{,}04} = 50 \text{ cm}$$

Kính lúp có tiêu cự f = 5 cm và độ tụ 20 dp.

3. Dụng cụ là một lưỡng chất phẳng:

Muốn nhìn vật rõ nhất, tức là nhìn ảnh rõ nhất, ảnh phải cách mắt 45 m, do đó cách mặt nước một khoảng

$$d' = -(45 - 10) = -35 \text{ cm}.$$

Theo công thức của lưỡng chất phẳng, khoảng cách d từ vật đến mặt nước:

$$d = -n\,d' = \frac{4.35}{3} = 47 \text{ cm}$$

Bài toán 5.2.15

1. Mắt một người chỉ có thể nhìn rõ những vật trước mắt từ 6 cm đến 13,5 cm. Hỏi mắt này mắc tật gì? Muốn nhìn rõ vật ở *vô cùng mà không phải điều tiết, phải đeo kính L_1 có độ tụ bằng bao nhiêu? Coi như kính cách mắt 1 cm. Khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt đã đeo kính bằng bao nhiêu?*

2. So sánh góc trông của mắt đã đeo kính với góc trông của một mắt tốt khi quan sát cùng một vật ở xa.

3. Khi về già, khả năng điều tiết kém, khoảng nhìn rõ của mắt chỉ còn từ 12 cm đến 13, 5 cm. Nếu cứ đeo kính chữa cũ thì khoảng nhìn rõ của mắt là bao nhiêu ?

Khi đọc sách không điều tiết mắt, người này áp sát vào kính chữa L_1, một thấu kính L_2 để đọc được rõ nhất các dòng chữ cách mắt 34, 5 cm. Tìm tiêu cự kính L_2

Giải

1. Mắt mắc tật cận thị vì không nhìn được xa bằng mắt tốt.

Muốn nhìn rõ những vật ở vô cực mà không phải điều tiết mắt, kính L_1 phải cho một ảnh ảo nằm ở điểm cực viễn của mắt:

$$d = +\infty,\ d' = -(OV - a) = -(13,5 - 1) = -12,5\text{ cm}$$

$$f_1 = -12,5\text{ cm}$$

Sau khi đeo kính L_1, khoảng thấy rõ ngắn nhất D' của mắt là khoảng cách từ vật, ở điểm C', đến mắt để kính L_1 tạo một ảnh ảo ở điểm cực cận C

$$D' = d_{C'} + 1$$

$$d' = -(OC - a) = -5\text{ cm}$$

$$d_C = \frac{d'f_1}{d'-f_1} = \frac{-5.(12,5)}{-5+12,5} = 8,33\text{cm}$$

Vậy khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt đã đeo kính:

$$D' = 9,33\text{ cm}$$

2. Giả sử một vật AB ở xa vô cùng, có đường kính góc là α. Kính L_1 cho AB một ảnh ảo A_1B_1 nằm ở tiêu diện và có độ lớn:

$$A_1B_1 = f_1\,\alpha$$

ảnh A_1B_1 nằm cách mắt một khoảng $f_1 + 1$ và mắt nhìn nó dưới góc trông β:

$$\beta = \frac{A_1B_1}{f_1+1} = \frac{f_1\alpha}{f_1+1}.$$

Tỉ số hai góc trông: $$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_1}{f_1+1} = \frac{12{,}5}{13{,}5} = 0{,}926.$$

3. Về già, nếu cứ đeo kính cũ L_1 thì:

- Khi nhìn vật ở vô cực, kính cho một ảnh ảo nằm cách kính 12,5 cm, tức cách mắt 13,5 cm. Vô cực là giới hạn nhìn xa khi đeo kính L_1.

- Khi nhìn gần, kính cho vật một ảnh ảo cách mắt 12 cm, tức cách kính một khoảng $d' = -11$ cm. Khi đó vật ở cách kính một khoảng d:

$$d = \frac{d'f_1}{d'-f_1} = \frac{-11(-12{,}5)}{-11+12{,}5} = 92\,\text{cm}.$$

Vật cách kính 92 cm, tức cách mắt 93 cm.

Vậy, khoảng nhìn rõ của mắt đã đeo kính : từ 93 cm ra xa vô cùng.

Muốn nhìn vật ở cách mắt 34, 3 cm (không phải điều tiết), tức cách hệ kính 33, 3 cm, kính L_2 phải cho vật một ảnh ảo ở xa vô cùng, có nghĩa là kính L_2 phải có tiêu cự :

$$f_2 = 33,\ 3\ \text{cm}$$

Bài toán 5.2.16

Một người già, khi nhìn những vật ở xa thì không phải đeo kính, nhưng khi đeo kính 1 đp sẽ đọc được những trang sách gần mắt nhất bằng 25 cm.

1. Tìm khoảng nhìn rõ của mắt khi không đeo kính.

2. Độ tụ của thuỷ tinh thể biến thiên trong khoảng nào khi điều tiết mắt để quan sát các vật trong khoảng nhìn rõ của mắt.

3. Đặt một kính lúp, có tiêu cự 3, 125 cm, trước mắt trần 30 cm để quan sát một chi tiết. Hỏi độ bội giác của ảnh có thể biến thiên trong khoảng nào?

Giải

1. Khi về già, người này phải đeo kính lão là một thấu kính hội tụ có tiêu cự 100 cm để đọc sách, cách mắt một khoảng d = 25cm. Ảnh của chữ phải nằm ở điểm cực cận của mắt: d' = - (OC - a).

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{25.100}{25-100} = -33.33\text{cm}$$

Khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt là OC = 33,33 cm.

Khoảng nhìn rõ của mắt là từ 33,33 cm đến vô cùng.

2. Khoảng cách d' từ thủy tinh thể đến võng mạc không thay đổi trong hai trường hợp nên:

$$\frac{1}{d'} = Đ_{\min} - \frac{1}{OV} = Đ_{\max} - \frac{1}{OC}$$

Suy ra : $Đ_{\max} - Đ_{\min} = 3$ đp

3. Khi ngắm chừng ở điểm cực cận ảnh ảo A'B' ở điểm cực cận C :

$$d'_C = -(OC - a) = -3,33 \text{ cm}$$

và vật quan sát cách kính một khoảng:

$$d_c = \frac{-3,33.3,125}{-3,33-3,125} = 1,61 \text{ cm}$$

Độ bội giác: $G_c = |k| = \left|\frac{d_c}{d_c}\right| \quad 2,07$

Khi ngắm chừng ở vô cực: ảnh ảo A'B ' ở xa vô cùng:

$$d'_V = \infty$$

và vật quan sát nằm ở tiêu điểm của kính:

Độ bội giác:

$$G_V = \frac{Đ}{f} = \frac{33,33}{3,125} = 10,67$$

Độ bội giác biến thiên trong khoảng:

$$2,07 \leq G \leq 10,67.$$

Bài toán 5.2.17

Một người cận thị nhìn gần nhất được 15 cm, xa nhất được 50 cm. Người này dùng một kính lúp có tiêu cự 5 cm để quan sát một chi tiết. Mắt đặt ở tiêu điểm sau kính lúp.

1. Phải đặt chi tiết trong khoảng nào?

2. Tìm độ bội giác của ảnh trong hai trường hợp: ngắm chừng ở điểm cực viễn và ngắm chừng ở điểm cực cận.

Đáp số: $3,33\text{ cm} \leq d \leq 4,5\text{ cm}$

$G_C = 3$; $G_V = 3$

Bài toán 5.2.18

Một người cận thị nhìn xa nhất được 50 cm.

1. Người này phải đeo kính chữa có độ tụ bằng bao nhiêu để nhìn rõ vật ở xa vô cùng mà không phải điều tiết mắt.

2. Khi đeo kính, người này đọc sách rõ nhất ở khoảng cách 20 cm. Tìm khoảng thấy rõ ngắn nhất của mắt.

3. Bỏ kính chữa. Đặt sát mắt một kính lúp có tiêu cự 5 cm. Khi đó, các chi tiết phải nằm ở đâu, mắt quan sát không phải điều tiết ? Tìm độ bội giác của ảnh.

Đáp số: D = - 2 điốp ; OC = 14, 3 cm

d = 4, 54 cm ; G = 3, 14

Bài toán 5.2.19

Một người có khoảng thấy rõ ngắn nhất bằng 15 cm và khoảng nhìn rõ bằng 35 cm, để mắt sau một kính lúp có tiêu cự 5 cm, một khoảng 10 cm, quan sát một chi tiết.

1. Hỏi phải đặt chi tiết cách kính lúp một khoảng bao nhiêu để quan sát được rõ ?

2. Tính độ bội giác của ảnh khi ngắm chừng ở điểm cực cận và ở điểm cực viễn.

Đáp số: $2,5\ \text{cm} \le d \le 4,44\ \text{cm}$

$G_c = 2\ ;\ G_v = 2,7$

Bài toán 5.2.20

Kính vật và kính mắt của một kính hiển vi có tiêu cự $f_1 = 1$ cm và $f_2 = 4$ cm. Một người mắt tốt có khoảng thấy rõ ngắn nhất bằng 20 cm, khi dùng kính, đã điều chỉnh độ dài quang học bằng 16 cm, để quan sát rõ một chi tiết.

1. Hỏi người này phải đặt chi tiết trong khoảng nào trước kính vật.

2. Tính độ bội giác của ảnh trong trường hợp ngắm chừng ở vô cực và ở điểm cực cận.

3. Năng suất phân li của mắt người này bằng 2′(1′= 1/3500 rad). Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm trên vật mà mắt còn phân biệt được, khi ngắm chừng ở vô cực.

Giải

1. Khoảng cách hai kính:

$$O_1O_2 = \delta + f_1 + f_2 = 21\ \text{cm}$$

Tìm khoảng cách d_1 từ chi tiết đến kính vật:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{d_1}{d_1 - 1}$$

$$d'_2 = O_1O_2 - d'_1 = 21 - \frac{d_1}{d_1 - 1} = \frac{20d_1 - 21}{d_1 - 1}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{80d_1 - 84}{16d_1 - 17}$$

Khi ngắm chừng ở vô cực: $d'_2 = \infty$ $d_1 = 17/16$ cm

Khi ngắm chừng ở điểm cực cận: $d'_2 = -(OC - a) = -20$ cm

$d_1 = 53/50$ cm

2. Độ bội giác:

Khi ngắm chừng ở vô cực:

$$G = \frac{\delta Đ}{f_1 f_2} = 80$$

Khi ngắm chừng ở điểm cực cận:

3. Góc trông α của mắt khi nhìn ảnh ảo A_2B_2:

A_2B_2 gần nhau nhất khi $\alpha = \alpha_{min}$ (năng suất phân li của mắt)

$$\text{tg}\,\alpha_{min} = \frac{A_2B_2}{|d'_2|} = \frac{A_1B_1}{d_2}$$

Nhưng : $A_1B_1 = AB\,\dfrac{d'_1}{d_1}$

nên : $\text{tg}\,\alpha_{min} = \dfrac{ABd'_1}{d_1 d_2}$

Suy ra:

$$AB = \frac{d_1 d_2\,\text{tg}\,\alpha_{min}}{d'_1} = 0{,}000\ 143 \text{ cm.}$$

Bài toán 5.2.21

Kính vật và kính mắt của một kính hiển vi có tiêu cự $f_1 = 0,8$ cm và $f_2 = 2$ cm.

1. Một người mắt tốt điều chỉnh hai kính, cách nhau 16 cm, để quan sát một tiêu bản không phải điều tiết, đã phải đặt tiêu bản trước kính vật một khoảng bao nhiêu? Tìm độ bội giác của ảnh.

2. Muốn chiếu tiêu bản lên một màn ảnh, người ta xê dịch kính mắt. Nếu khoảng cách từ kính mắt đến màn bằng 30 cm mà thu được ảnh rõ thì phải dịch kính theo chiều nào và đi một đoạn bằng bao nhiêu ? Tìm độ phóng đại của ảnh.

Đáp số: $d_1 = 0,8484$ cm ; G = 206

Dịch kính mắt đi 0, 143 cm; k = 231

Bài toán 5.2.22

Một kính thiên văn gồm hai thấu kính hội tụ tiêu cự 120 cm và 2 cm. Giả thiết, người mắt tốt đặt mắt ở tiêu điểm sau kính mắt và quan sát không điều tiết một vật ở xa.

1. Tìm độ bội giác của ảnh.

2. Tìm khoảng cách hai kính để ảnh của một vật ở xa nằm cách quang tâm của mắt 25 cm.

3. Áp sát vào kính vật, một thấu kính phân kỳ có tiêu cự $f' = -6$ m. Hỏi phải dịch kính mắt đi một đoạn bằng bao nhiêu với điều kiện quan sát không đổi?

4. Bỏ kính phân kỳ, hướng kính thiên văn về tâm mặt trời có đường kính góc 0, 5 độ, rồi dịch kính mắt cách kính vật 123 cm. Xác định vị trí và kích thước của ảnh mặt trời.

Giải

1. Kính vật có tiêu cự $f_1 = 120$ cm

Kính mắt có tiêu cự $f_2 = 2$ cm.

Độ bội giác của ảnh : $G = \frac{f_1}{f_2} = 60.$

2. Ảnh thu được là ảnh ảo, nằm cách mắt 25 cm, tức cách kính mắt một khoảng $d'_2 = -23$ cm.

Ảnh A_1B_1 nằm ở tiêu điểm sau kính vật và cách kính mắt một khoảng d_2:

$$\frac{d'_2f_2}{d'_2-f_2} = \frac{-23.2}{-23-2} = 1{,}84\,\text{cm}$$

Khoảng cách hai kính: $O_1O_2 = f_1 + d_2 = 121,84$ cm

3. Gọi f là tiêu cự của hệ gồm kính vật và thấu kính phân kì ghép sát.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{120} - \frac{1}{600} \rightarrow f = 150\,\text{cm}.$$

Tiêu cự kính vật đã tăng thêm 30 cm. Muốn quan sát được ảnh với điều kiện như cũ, phải dịch kính mắt ra xa thêm 30 cm.

4. Nếu kính vật và kính mắt cách nhau 123 cm thì ảnh A_1B_1, tạo bởi kính vật nằm cách kính mắt một khoảng $d_2 = 3$ cm. Khi đó, kính mắt tạo một ảnh thật A_2B_2 nằm cách kính một khoảng d'_2 :

$$d_2 = \frac{d_2f_2}{d_2-f_2} = \frac{3.2}{3-2} = 6\,\text{cm}$$

Chiều cao của ảnh A_1B_1:

$$A_1B_1 = f_1\alpha = 120.\,\frac{3{,}14.0{,}5}{180} = \frac{3{,}14}{3}\ \text{cm}$$

Chiều cao của ảnh A_2B_2:

$$A_2B_2 = A_1B_1\,\frac{d'_2}{d_2} = 2,09\ \text{cm}.$$

Bài toán 5.2.23

Kính vật của một ống kính là một hệ thấu kính ghép sát: gồm một là thấu kính hai mặt lồi, bán kính 1 m và 0,45 m, chiết suất 1,5 và một là thấu kính phẳng lõm bán kính 1 m, chiết suất 1,6.

1. Tìm độ tụ của từng kính và độ tụ của hệ.

2. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh một ngôi nhà cao 20 m và ở cách xa 2 km.

3. Sau vật kính 1,04 m, đặt một kính hội tụ L_2, tiêu cự 5 cm, để làm kính mắt. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh ngôi nhà. Tìm độ bội giác của ảnh.

4. Thay kính hội tụ bằng một thấu kính phân kỳ L'_2, cùng tiêu cự. Hỏi phải đặt thấu kính này cách kính vật một khoảng bằng bao nhiêu để ảnh tạo bởi hệ, cùng chiều với vật và cách kính 20 cm. Tìm chiều cao của ảnh.

Giải

1. Độ tụ của các thấu kính:

$$D_1 = (1,5-1)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{0,45}\right) = 1,60\,\text{dp}$$

$$D_2 = (1,6-1)\left(\frac{1}{\infty}+\frac{1}{1}\right) = -0,6\,\text{dp}.$$

Hệ hai thấu kính ghép sát có độ tụ :

$$D = D_1 + D_2 = 1\text{ dp}.$$

2. Ảnh A_1B_1 của ngôi nhà tạo bởi hệ kính:

- cách hệ một khoảng:

$d'_1 = f = 100$ cm (coi như ngôi nhà ở xa vô cùng).

- cao: $A_1B_1 = f\,\text{tg}\,\alpha = 100.\ 0,01 = 1$ cm.

3. Khi thêm thấu kính hội tụ L_1, ảnh A_1B_1 trở thành vật đối với kính này và nằm cách kính một khoảng:

$$d_2 = OO_1 = 104 - 100 = 4\text{ cm}.$$

Ảnh A_2B_2 của ngôi nhà:

- ở vị trí :

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{4.5}{4-5} \; -20\,\text{cm}$$

- cao: $$A_2B_2 = A_1B_1 \frac{|d'_2|}{d_2} = 5\,\text{cm}$$

Độ bội giác: $G = \frac{\beta}{\alpha}$

β là góc trông ảnh A_2B_2, nằm cách mắt 25 cm (coi như mắt đặt ở tiêu điểm sau kính mắt):

$$\beta = \frac{A_2B_2}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

α là góc trông trực tiếp vật:

$$\alpha = \frac{AB}{d_1} = \frac{20}{2000} = 0{,}01$$

Vậy: $G = 20$.

4. Thay thấu kính L_1 bằng thấu kính phân kì L_2, ta được một ống nhòm Galilê.

Ảnh A_1B_1 là ảnh thật, ngược chiều với vật AB, ảnh A_2B_2 cùng chiều với vật AB, tức ngược chiều với vật A_1B_1. Suy ra, A_2B_2 và A_1B_1 khác tính chất : A_1B_1 là ảnh thật thì A_2B_2 là ảnh ảo.

Khoảng cách từ A_2B_2 đến thấu kính phân kì:

$$d'_2 = -20\text{ cm}.$$

Khoảng cách d_2 từ A_1B_1 đến kính phân kì:

$$d_2 = \frac{d'_2 f'_2}{d'_2 - f'_2} = -6{,}67\text{ cm}$$

Khoảng cách hai thấu kính :

$$OO'_2 = d'_1 + d_2 = 100 - 6{,}67 = 93{,}33\text{ cm}.$$

Chương VI

ẢNH TẠO BỞI HỆ ĐA DỤNG CỤ

Có thể có những hệ sau:

1. Hệ thấu kính - lưỡng chất phẳng - bản mặt song song - lăng kính.
2. Hệ gương -lưỡng chất phẳng - bản mặt song song - lăng kính.
3. Hệ thấu kính - gương - lưỡng chất phẳng - bản mặt song song.
4. v. v. . . .

Bài toán 6.1

Phía trên đáy chậu nằm ngang 30 cm, có một thấu kính hội tụ, tiêu cự 20 cm, trục chính thẳng đứng. Phía trên kính, ngay trên trục chính có một bóng đèn. Ảnh của bóng đèn hiện rõ ở đáy chậu.

1. Tìm khoảng cách từ bóng đèn đến kính.

2. Đổ nước vào chậu. Sau khi đổ nước phải dịch chậu đi 5 cm mới lại thu được ảnh rõ tại đáy chậu. Đã dịch chậu về phía nào? Tìm chiều cao của nước trong chậu.

3. Nếu sau khi đổ nước, không muốn dịch chậu mà vẫn thu được ảnh rõ tại đáy chậu thì phải dịch bóng đèn về phía nào và đi một đoạn bằng bao nhiêu?

4. Vì không muốn dịch chậu cũng như bóng đèn, mà vẫn thu được ảnh ở đáy chậu, người ta áp sát vào thấu kính hội tụ *một thấu kính nữa. Hỏi đã dùng thấu kính loại nào ? Tiêu cự bằng bao nhiêu ?*

5. Bỏ thấu kính ghép thêm. Đổ thêm nước cho ngập kính 10 cm. Xác định vị trí, tính chất của ảnh tạo bởi hệ.

Chiết suất của thủy tinh làm kính bằng 1,5, của nước bằng 4/3

Giải

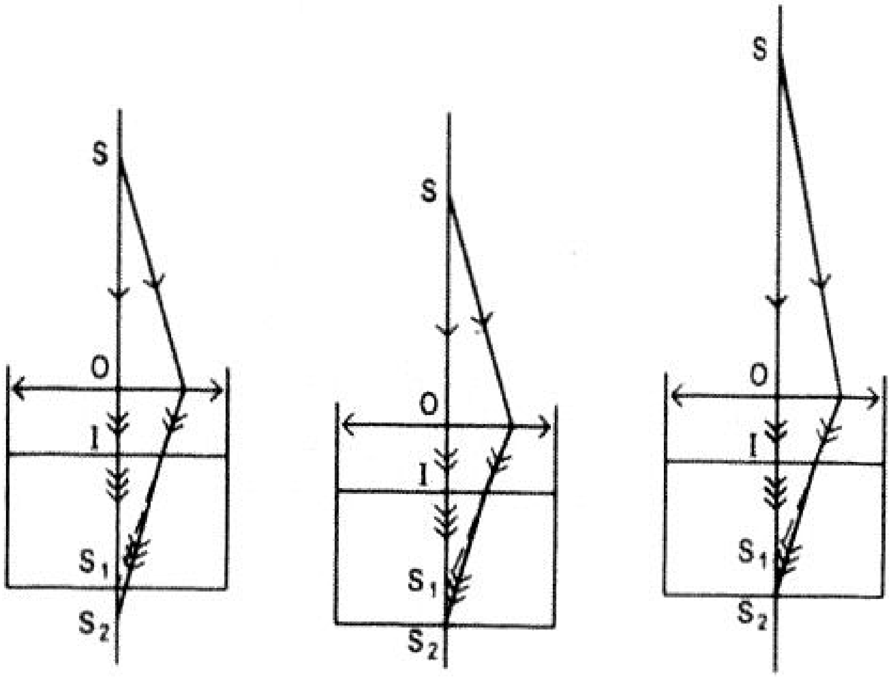
1.

$$S \underbrace{\quad}_{d} \overset{O}{k'} \underbrace{\quad}_{d'} S'$$

$$d = \frac{d'f}{d'-f} = \frac{30.20}{30-20} = 60\,\text{cm}.$$

Bóng đèn cách thấu kính 60 cm.

2. Khi đổ nước, ảnh S_1 của S, tạo bởi thấu kính trở thành vật ảo đối với lưỡng chất phẳng (không khí - nước) và có ảnh S_2 dịch ra xa hơn, do đó phải dịch chậu xuống dưới 5 cm (hình 6.1).



Hình 6 - 1

Qua hình vẽ ta thấy:

$$d_2 = -(d'_2 - 5) = -\frac{3}{4}d'_2$$

Suy ra: $d'_2 = h = 20$ cm.

Cũng có thể giải theo sơ đồ tạo ảnh và hệ phương trình của hệ kính - lưỡng chất phẳng:

$$d'_1 = 30 \text{ cm}$$

$$d_2 = IO - d'_1 = 35 - h - 30 = 5 - h$$

$$d'_2 = -n\,d_2 = -\frac{4}{3}\,(5 - h) = h$$

Suy ra : $h = 20$ cm

3. Với độ cao của nước bằng 20 cm thì khoảng cách S_1S_2 = 5cm, nên S_1 chỉ còn cách kính một khoảng d'_1 = 25 cm, do đó khoảng cách d_1 từ S đến kính :

$$d_1 = \frac{d_1 f'}{d_1 - f} = 100\,\text{cm}\,.$$

Như vậy phải dịch S đi một khoảng (100 - 60) = 40 cm lên phía trên.

4. Muốn ảnh S_2 vẫn hiện trên đáy chậu, vật S_1 phải ở trên đáy chậu 5 cm, tức là cách hệ kính 25 cm. Nhưng S_1 lại là ảnh của S (cách hệ một khoảng d = 30 cm) tạo bởi hệ, nên d' = 25 cm. Tiêu cự của hệ :

$$d_1 = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{30.25}{30 - 25} = \frac{150}{11}\,\text{cm}$$

Tiêu cự của kính ghép thêm:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_h} - \frac{1}{f} = \frac{11}{150} - \frac{1}{20} \rightarrow f' = 42{,}85\,\text{cm}$$

5. Khi đổ nước cho ngập kính, tiêu cự đã thay đổi:

$$\frac{1}{f} = (n_{tt}\ 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{n_{tt}}{n_{nc}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Chia 2 phương trình:

$$f' = f\,\frac{n_{nc}(n_{tt-1})}{n_{tt} - n_{nc}} = 80\,\text{cm}$$

Bây giờ là hệ lưỡng chất phẳng - kính:

$$d_1 = 50 \text{ cm}$$

$$d'_1 = -\ n_{nc}\ d_1 = -\ \frac{4}{3}\ \ 50 = -\ \frac{200}{3}\ \text{ cm}$$

$$d_2 = IO\ -\ d'_1 = 10 + \frac{200}{3} = \frac{230}{3}\ \text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f'}{d_2 - f'} = -\ 1840 \text{ cm} < 0 : \text{ảnh ảo.}$$

Bài toán 6.2

Tại đáy chậu có một vật sáng AB nằm ngang. Nước trong chậu cao 80 cm và có chiết suất $n_1 = 4/3$. Phía trên đáy chậu 60 cm có một thấu kính thủy tinh, chiết suất $n_2 = 1,5$, giới hạn bởi một mặt lồi bán kính 3 cm và một mặt lõm bán kính 6 cm, trục chính thẳng đứng qua B. Phía trên mặt nước 10 cm đặt một bản mặt song song thủy tinh, chiết suất $n_2 = 1,5$, dày 6 cm, nằm song song với mặt nước.

1. Xác định vị trí, tính chất và độ phóng đại của ảnh tạo bởi hệ.

2. Đổ thêm nước cho bản mặt nằm dưới mặt nước 10 cm. Hỏi ảnh của AB đã dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu ?

3. Rút nước trong chậu cho đến khi chỉ còn độ cao 40 cm. Chuyển AB lên phía trên bản mặt. Xác định vị trí của vật sáng AB để có một ảnh hiện rõ trên đáy chậu.

Giải

1. Sơ đồ tạo ảnh và hệ phương trình (hình 6.2):

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & O & & & & I & & & & \\ AB & & k & & A_1B_1 & & lcf & & A_2B_2 & bm & A_3B_3 \\ & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & & \Delta & \\ & BO & & B_1O & & B_1I & & B_2I & & B_2B_3 & \end{array}$$

Tiêu cự f của thấu kính trong nước:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_{\text{lồi}}} + \frac{1}{R_{\text{lõm}}}\right) = \frac{1}{48}$$

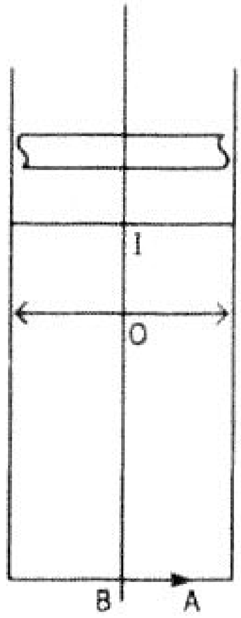
$$f = 48\ \text{cm}$$

$$d_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{60.48}{60 - 48} = 240\ \text{cm}$$

$$d_2 = IO - d'_1 = 20 - 240 = -220\ \text{cm}$$

$$d'_2 = -\frac{1}{n_1} d_2 = \frac{3.220}{4} = 165\ \text{cm}$$

$$\Delta = h\frac{n_2 - 1}{n_2} = \frac{6.0,5}{1,5} = 2\ \text{cm}$$



Hình 6 - 2

Ảnh A_2B_2 trở thành vật ảo đối với bản mặt nên:

$$IB_3 = d'_2 + \Delta = 167 \text{ cm}$$

$$k = \frac{d'_1}{d_1} = \frac{240}{60} = 4 > 0$$

A_3B_3 là ảnh thật, nằm phía trên mặt nước 167 cm và ngược chiều với AB.

2. Khi đổ nước cho ngập bản mặt thì sơ đồ tạo ảnh và hệ phương trình như sau (hình 6.3):

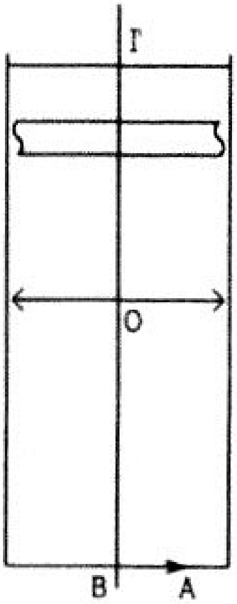
$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & OI' & & & \\
 & O & & & & I' & \\
AB & \xrightarrow{k'} & A_1B_1 & \xrightarrow{bm} & A_2B_2 & \xrightarrow{lcf\ nc/kk} & A_3B_3 \\
d_1 & d'_1 & & \Delta' & d_2 & & d'_2 \\
BO & B_1O & & B_1B_2 & B_2I' & & B_3I'
\end{array}$$

$$d'_1 = 240 \text{ cm}$$

$$\Delta' = h\,\frac{n_{21}-1}{n_{21}} \quad \frac{2}{3}\text{cm}$$

$$d_2 = OI - d'_1 - \Delta' = 46 - 240 - \frac{2}{3} = -\frac{584}{3} \text{ cm.}$$

$$d'_2 = \frac{1}{n_1}\ d_2 = \frac{3.584}{4.3} = 146 \text{ cm} > 0\text{: ảnh thật}$$



Hình 6 - 3

Vậy ảnh đã dịch lên trên một đoạn = $B_3I' + II' - IB_2 = 146 + 26 - 167 = 35$ cm

3. Khi rút nước, thấu kính và bản mặt đều nằm trong không khí (hình 6.4):

Tiêu cự f' của kính trong không khí:

$$\frac{1}{f'} = (1,5-1)\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{-6}\right) = \frac{1}{12} \rightarrow f' = 12\,\text{cm}$$

$$d_1 = BO - \Delta$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & O & & I'' & \\ AB & \text{bm} & A_1B_1 & k' & A_2B_2 & \text{lcf kk-nc} & A_3B_3 \\ & \Delta & & d_1 \quad d'_1 & & d_2 \qquad d'_2 & \\ & BB_1 & & B_1O \quad B_2O & & B_2I'' \qquad B_3I'' & \end{array}$$

$$\Delta = 2\,\text{cm}$$

$$d_1 = \frac{d_1 f'}{d_1 - f'} = \frac{12d_1}{d_1 - 12}$$

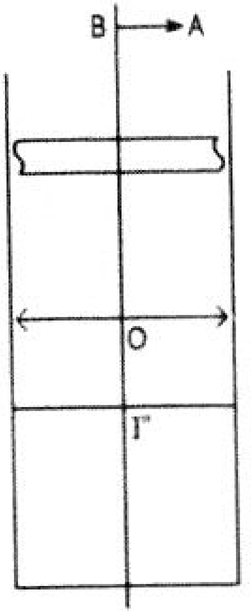
$$d_2 = OI'' - d'_1 = 20 - \frac{12d_1}{d_1 - 12} = \frac{8d_1 - 24}{d_1 - 12}$$

$$d'_2 = -\,n_{nc}\,d_2 = \frac{-4(8d_1 - 240)}{3(d_1 - 12)} = 40$$

$$d_1 = 9,47\,\text{cm}$$

BO = 11,47 Khoảng cách BK từ AB đến mặt trên bản mặt = BO - KO = - 24,53 cm < 0.

Vậy không thể tìm được vị trí của vật sáng AB để có ảnh thật A_3B_3 nằm ở đáy chậu .



Hình 6 - 4

Bài toán 6.3

Đặt một vật AB cao 6 cm trước thấu kính hội tụ L_1, có tiêu cự 20 cm. Sau kính này 50 cm, đặt đồng trục một thấu kính phân kỳ L_2, có tiêu cự 30 cm, thì thấy phải đặt một màn sau kính L_2 một khoảng 15 cm mới thu được một ảnh rõ nét.

1. Tìm khoảng cách từ AB đến kính L_1 và chiều cao của ảnh thu được.

2. Nếu đặt xen vào bên trong vật và kính L_1 một bản mặt song song thủy tinh, chiết suất 1,5, nằm vuông góc với trục chính thì thấy phải dịch màn ra xa 45 cm mới lại thu được ảnh rõ nét. Tìm chiều dày bản mặt.

3. Nếu chuyển bản mặt vào bên trong khoảng hai kính thì phải dịch màn đi một khoảng bao nhiêu so với vị trí đầu, mới thu được ảnh rõ? Tìm chiều cao của ảnh.

Giải

1. Sơ đồ tạo ảnh:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & \multicolumn{5}{c}{O_1O_2} & & \\
 & & O_1 & & & & O_2 & & \\
AB & \smile & kL_1 & \smile & A_1B_1 & \smile & kL_2 & \smile & A_2B_2 \\
 & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & \\
 & BO_1 & & B_1O_1 & & B_1O_2 & & B_2O_2 &
\end{array}$$

$$d_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 50 - \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$

Mặt khác:

$$d_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{15(-30)}{15 + 30} = 10\,\text{cm}$$

$$50 - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = -10 \qquad \text{Suy ra } d_1 = 30\text{ cm}$$

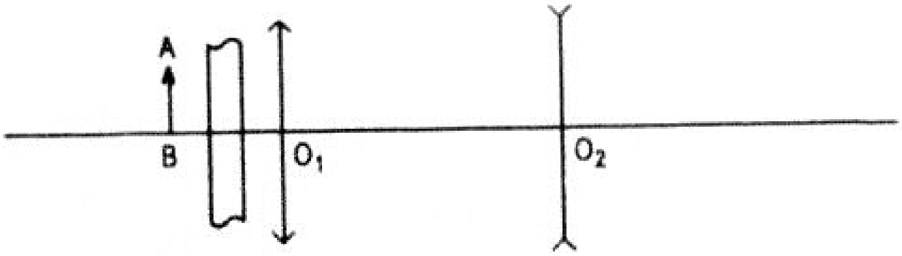
2. Khi đặt thêm bản mặt (hình 6.5):

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & \multicolumn{5}{c}{O_1O_2} & & \\
 & & & & O_1 & & & & O_2 & & \\
AB & \smile & bm & A_1B_1 & \smile & kL_1 & \smile & A_2B_2 & \smile & kL_2 \smile & A_3B_3 \\
 & \Delta & & & d_1 & & d'_1 & & d_2 & d'_2 & \\
 & BB_1 & & & B_1O_1 & & B_2O_1 & & B_2O_2 & B_3O_2 &
\end{array}$$

$$\Delta = h\frac{n-1}{n}\; h\frac{1,5-1}{1,5} = \frac{h}{3}$$

$$d_1 = BO_1 - \Delta = 30 - \Delta$$

$$d'_1 = \frac{(30 - \Delta)20}{10 - \Delta}$$



Hình 6 - 5

$$d_2 = 50 - \frac{600 - 20\Delta}{10 - \Delta}$$

Nếu dịch màn đi 45 cm ra xa vị trí cũ thì khoảng cách d'_2 = 60 cm:

$$d_2 = \frac{60(-30)}{60 + 30} = -20\,\text{cm}$$

$$50 - \frac{600 - 20\Delta}{10 - \Delta} = -20$$

Suy ra : $\Delta = 2$ cm và $h = 6$ cm.

3. Khi chuyển bản mặt vào bên trong hai kính (hình 6.6):

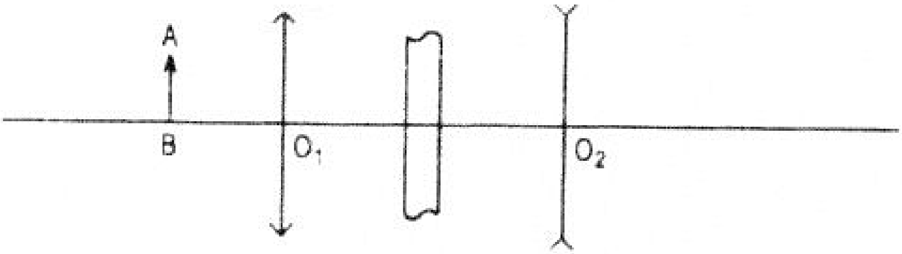
$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & O_1O_2 & & & & & \\
 & & O_1 & & & & & & O_2 & & \\
AB & & kL_1 & & A_1B_1 & bm & A_2B_2 & & kL_2 & & A_3B_3 \\
 & d_1 & & d'_1 & & \Delta & & d_2 & & d'_2 & \\
 & BO_1 & & B_1O_1 & & B_1B_2 & & B_2O_2 & & B_3O_2 &
\end{array}$$

$$d'_1 = 60\text{ cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d'_1 - \Delta = -12\text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{-12(-30)}{-12 + 30} = 20\,\text{cm}$$

Phải dịch màn đi (20 - 15) = 5 cm so với vị trí đầu.



Hình 6.6

Bài toán 6.4

Từ không khí chiếu thẳng đứng một chùm sáng hẹp tới mặt nước. Điểm hội tụ nằm dưới mặt nước 40 cm. Nếu trên mặt nước đặt một bản mặt song song thủy tinh, chiết suất 1,5, dày 3 cm, song song với mặt nước và cách mặt nước 10 cm thì điểm hội tụ dịch về phía nào và đi một đoạn bằng bao nhiêu?

Nếu tịnh tiến bản mặt xuống dưới mặt nước 10 cm thì điểm hội tụ dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu?

2. Thay bản mặt bằng một thấu kính phân kỳ ở trên mặt nước 10 cm, trục chính thẳng đứng qua điểm hội tụ thì thấy điểm hội tụ dịch xuống phía dưới 90 cm. Tìm tiêu cự của kính.

Giải

1. Chùm sáng hội tụ tới mặt nước, tạo một vật ảo B ở dưới nước một khoảng d. Chùm khúc xạ tương ứng hội tụ tại một điểm B' ở trong nước, chính là ảnh thật của B:

$$d = -\frac{d'}{n_{nc}} = -\frac{3.40}{4} = -30\,\text{cm}$$

Khi đặt thêm bản mặt, B lại trở thành vật ảo đối với bản mặt và bản mặt tạo một ảnh thật B_1 dịch xuống sâu hơn một đoạn Δ:

$$\Delta = h\frac{n_{tt} - 1}{n_{tt}} = 3\frac{1,5 - 1}{1,5} = 1\text{cm}.$$

B_1 lại trở thành vật ảo đối với lưỡng chất phẳng không khí - nước và nằm cách mặt nước một khoảng $d_2 = -31$ cm. Lưỡng chất phẳng tạo ảnh thật B_2 cách mặt nước một khoảng d'_2 :

$$d'_2 = n_{nc}d_2 = \frac{4.31}{3} = \frac{124}{3}\text{cm}.$$

Nếu ngâm bản mặt vào trong nước, B trở thành vật ảo đối với mặt nước và có ảnh thật B ' nằm dưới mặt nước 40 cm, B' lại trở thành vật ảo đối với bản mặt và bản mặt tạo một ảnh thật B" dịch sâu xuống dưới một đoạn Δ':

$$\Delta' = h\frac{n_{tt}n_{nc} - 1}{n_{tt.nc}} = \frac{1}{3}\text{cm}.$$

2. Khi đặt thấu kính phân kì, B trở thành vật ảo đối với kính và nằm cách kính 40 cm

$$d_1 = -40 \text{ cm}$$

Ảnh B_1 cách kính một khoảng:

$$d'_1 = \frac{df}{d - f} = \frac{-40f}{-40 - f} = \frac{40f}{40 + f}.$$

B_1 trở thành vật đối với lưỡng chất phẳng không khí - nước và cách mặt nước một khoảng d_2:

$$d_2 = OI - d'_1 = 10 - \frac{40d}{40 + f} = \frac{400 - 30f}{40 + f}$$

$$d'_2 = -n_{nc}d_2 = -\frac{4(400 - 30f)}{3(40 + f)} = 130$$

$$f = -27,45 \text{ cm}$$

Bài toán 6.5

Một thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm, trục chính nằm ngang. Phía trước kính 25 cm có một bóng đèn nằm trên trục chính. Phía sau kính đặt một chậu thủy tinh hình hộp, thành phẳng dày 1,2 cm nằm vuông góc với trục chính của kính và mặt trước cách kính 40 cm. Trong chậu chứa nước chiết suất 4/3 và rộng 20 cm (hình 6.7).

1. Xác định vị trí và tính chất của ảnh bóng đèn.

2. Ảnh sẽ di chuyển một đoạn bằng bao nhiêu nếu rút hết nước trong chậu ra?

Giải

Có thể giải theo nhiều sơ đồ tạo ảnh. Thí dụ:

Sơ đồ 1: Coi như giữa nước và thủy tinh có một khe không khí mỏng để có ba bản mặt đều nằm trong không khí.

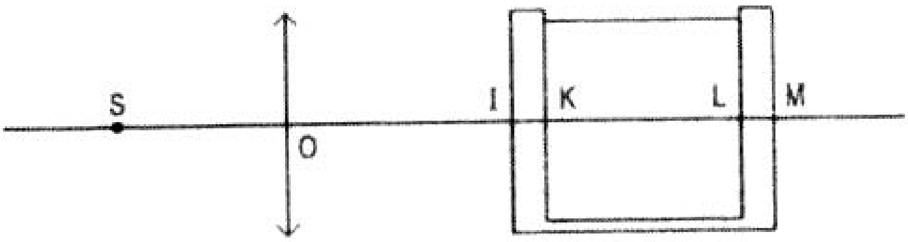
$$S \underbrace{\quad}_{d} \overset{O}{k} \underbrace{\quad}_{d'} \overbrace{S_1 \underbrace{\quad \text{bmtt} \quad}_{\Delta_1} S_2 \underbrace{\quad \text{bmnc} \quad}_{\Delta_2} S_3 \underbrace{\quad \text{bmtt} \quad}_{\Delta_3}}^{OS_4} S_4$$

$$d = \frac{df}{d-f} = \frac{25.20}{25-20} = 100\,\text{cm}$$

$$\Delta_1 = \Delta_3 = h_1\,\frac{n_{tt}-1}{n_{tt}} = \frac{1{,}2.0{,}5}{1{,}5} = 0{,}4\ \text{cm}$$

$$\Delta_2 = h_2\,\frac{n_{nc}-1}{n_{nc}} = \frac{20.1/3}{4/3} = 5\ \text{cm}$$

$$OS_4 = d' + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 105,\ 8\ \text{cm}$$



Hình 6 - 7

Sơ đồ 2:

$$\overset{OI}{\frown}\quad\overset{IK}{\frown}\quad\overset{KL}{\frown}\quad\overset{LM}{\frown}$$

$$O \qquad I \qquad K \qquad L \qquad M$$

$$S \quad k \quad S_1 \quad lcf \quad S_2 \quad lcf \quad S_3 \quad lcf \quad S_4 \quad lcf \quad S_5$$

$$kk\text{-}tt \qquad tt\text{-}nc \qquad nc\text{-}tt \qquad tt\text{-}kk$$

$$d_1 \quad d'_1 \quad d_2 \quad d'_2 \quad d_3 \quad d'_3 \quad d_4 \quad d'_4 \quad d_5 \quad d'_5$$

$$SO \quad S_1O \quad S_1I \quad S_2I \quad S_2K \quad S_3K \quad S_3L \quad S_4L \quad S_4M \quad S_5M$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = 100 \text{ cm}$$

$$d_2 = OI - d'_1 = 40 - 100 = -60 \text{ cm}$$

$$d'_2 = -n_{tt}\, d_2 = 1{,}5.\ 60 = 90 \text{ cm}$$

$$d_3 = IK - d'_2 = 1{,}2 - 90 = -88{,}8 \text{ cm}$$

$$d'_3 = -\frac{n_{nc}}{n_\theta} d_3 = \frac{8.88{,}8}{9} = 78{,}93 \text{ cm}$$

$$d_4 = KL - d'_4 = 20 - 78{,}93 = -58{,}93 \text{ cm}$$

$$d'_4 = -\frac{n_\theta}{n_{nc}} d_4 = \frac{9.58{,}93}{8} = 66{,}3 \text{ cm}$$

$$d_5 = LM - d'_4 = 1{,}2 - 66{,}3 = -65{,}1 \text{ cm}$$

$$d'_5 = -\frac{1}{n_{tt}} d_5 = \frac{2.65{,}1}{3} = 43{,}4 \text{ cm}$$

Ảnh S_5 cách kính hội tụ :

$$OS_5 = 40 + 1{,}2 + 20 + 1{,}2 + 43{,}4 = 105{,}8 \text{ cm}$$

2. Khi rút hết nước trong chậu, $\Delta_2 = 0$:

$$OS_4 = 100{,}8 \text{ cm}.$$

Bài toán 6.6

Đáy chậu là một gương cầu lõm tiêu cự 4 cm. Nước trong chậu có chiết suất 4/3 và cao 8 cm. Phía trên mặt nước 4 cm có một thấu kính hội tụ tiêu cự 5 cm đặt đồng trục với gương. Phía dưới kính 1 cm có một điểm sáng B nằm trên trục chính.

1. Xác định vị trí của các ảnh tạo bởi hệ.

2. Vẽ chính xác đường truyền của hai tia sáng bất kỳ xuất phát từ B.

Giải

1. Ánh sáng từ B tới mặt nước bị khúc xạ tạo ảnh B_1, tới gương phản xạ tạo ảnh B_2, đi từ nước lên bị khúc xạ tạo ảnh B_3, cuối cùng qua kính tạo ảnh B_4.

Mặt khác ánh sáng từ B qua kính tạo ảnh A'B'.

$$\begin{array}{ccccc}
 & & O_1 & & \\
B & \smile & k & \smile & B' \\
 & d & & d' &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccccccccc}
 & & & & IO_2 & & & & O_2I & & & & IO_1 & & & & \\
 & & I & & & & O_2 & & & & I & & & & O_1 & & \\
B & \smile & \text{lcfkk. nc} & \smile & B_1 & \smile & g & \smile & B_2 & \smile & \text{lcfnc. kk} & \smile & B_3 & \smile & k & \smile & B_4 \\
 & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & & d_3 & & d'_3 & & d_4 & & d'_4 & \\
 & BI & & B_1I & & B_1O_2 & & B_2O_2 & & B_2I & & B_3I & & B_3O_1 & & B_4O_1 &
\end{array}$$

$$d' = \frac{df_k}{d - f_k} = \frac{5}{1-5} = -1{,}25\text{cm}$$

$$d_1 = 3 \text{ cm}$$

$$d'_1 = -\,n_{nc}\,d_1 = -\,\frac{4.3}{3} = -\,4\text{ cm}$$

$$d_2 = IO_2 - d'_1 = 8 + 4 = 12\text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_g}{d_2 - f_g} = \frac{12.4}{12-4} = 6\text{cm}$$

$$d_3 = O_2I - d'_2 = 8 - 6 = 2\text{ cm}$$

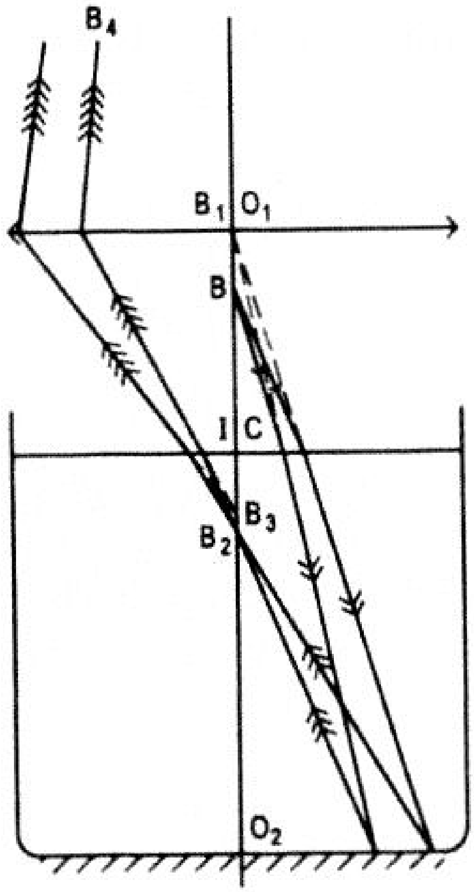
$$d'_3 = -\frac{1}{n_{nc}}d_3 = -\frac{3.2}{4} = -1{,}5\text{cm}$$

$$d_4 = IO_1 - d'_3 = 4 + 1{,}5 = 5{,}5\text{ cm}$$

$$d'_5 = \frac{d_5 f_k}{d_5 - f_k} = \frac{5{,}5.5}{5{,}5-5} = 55\text{cm} > 0$$

B_4 là ảnh thật, nằm phía trên kính 55 cm.

Đường truyền của các tia sáng được vẽ ở hình 6.8



Hình 6.8

Bài toán 6.7

Một thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm được đặt cho trục chính nằm ngang. Phía sau kính đặt một chậu thủy tinh chiết suất 1,5, thành trước phẳng dày 1,2 cm, nằm vuông góc với trục chính của kính và sau kính 60 cm. Nước trong chậu chiết suất 4/3 cao hơn trục chính của kính 10 cm. Trong nước đặt một gương phẳng nghiêng với trục chính của kính một góc 45°, mặt phản xạ hướng lên trên, giao điểm O_2 của gương với trục cách mặt trong thành chậu 15 cm. Trước kính 25 cm đặt một vật sáng AB cao 4 cm (hình 6.9).

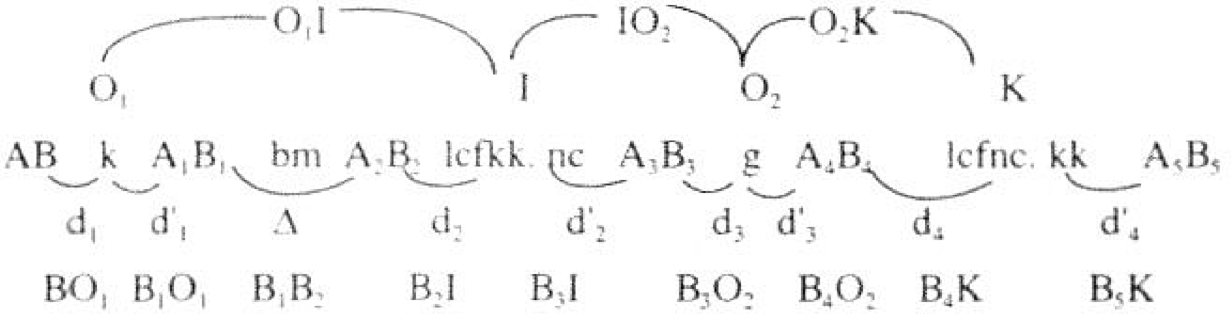
1. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh.

2. Vẽ đường truyền của một tia sáng xuất phát từ A nằm ngoài trục chính.

3. Phía trên mặt nước đặt một thấu kính phân kỳ có tiêu cự 15 cm, trục chính thẳng đứng qua O_2. Hỏi phải đặt kính cách mặt nước bao nhiêu để khi mắt nhìn qua kính xuống dưới, thấy AB?

Giải

1. Có thể giải theo sơ đồ sau:



O₁I
IO₂
O₂K
O₁
I
O₂
K
AB
k
A₁B₁
bm
A₂B₂
lcfkk. nc
A₃B₃
g
A₄B₄
lcfnc. kk
A₅B₅
d₁
d'₁
Δ
d₂
d'₂
d₃
d'₃
d₄
d'₄
BO₁
B₁O₁
B₁B₂
B₂I
B₃I
B₃O₂
B₄O₂
B₄K
B₅K

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{25.20}{25-20} = 100\,\text{cm}$$

Giả thiết giữa thủy tinh và nước có một khe không khí mỏng:

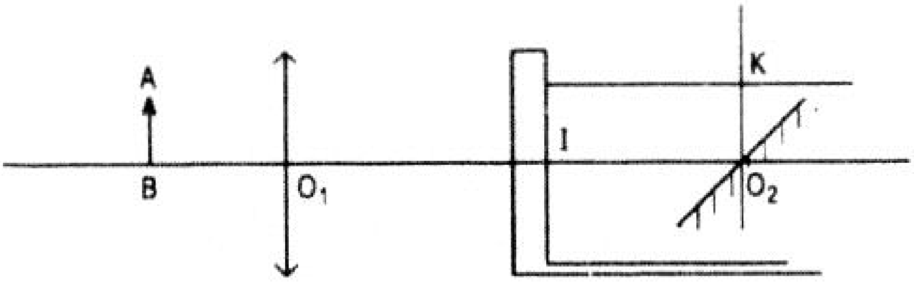
$$\Delta = h\frac{n_{tt}-1}{n_{tt}} = 1{,}2\frac{1{,}5-1}{1{,}5} = 0{,}4\,\text{cm}$$

$$d_2 = O_1I - d'_1 - \Delta = 61{,}2 - 100 - 0{,}4 = -39{,}2\text{ cm}$$

$$d'_2 = -n_{nc}d_2 = \frac{4.39{,}2}{3} = \frac{156{,}8}{3}\text{ cm}$$

$$d_3 = IO_2 - d'_2 = 15 - \frac{156{,}8}{3} = -\frac{111{,}8}{3}\text{cm}$$

$$d'_3 = -d_3 = \frac{111{,}8}{3}$$



Hình 6 - 9

$$d_4 = O_2K - d'_3 = 10 - \frac{111{,}8}{3} = -\frac{81{,}8}{3}\text{cm}$$

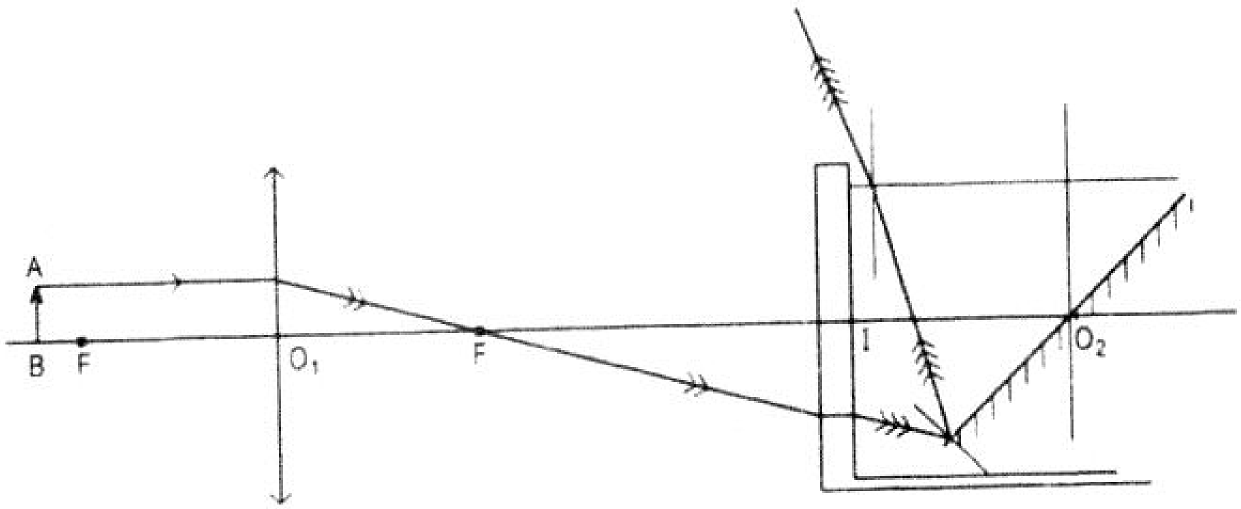
$$d'_4 = -\frac{1}{n_{nc}}d_4 = \frac{81{,}8}{4} = 20{,}45\text{ cm} > 0 : \text{ảnh thật}$$

$$A_5B_5 = A_4B_4 = A_3B_3 = A_2B_2 = A_1B_1 = AB\frac{1}{2} = 16\text{ cm.}$$

Người làm bài có thể giải theo hệ:

kính - lcf (kk. t t) - lcf (tt. nc) - gương - lcf (nc. kk)

2. Đường truyền của tia sáng xuất phát từ A được vẽ ở hình 6.10:



Hình 6 - 10

3. Khi nhìn qua kính phân kỳ xuống dưới không thể thấy AB mà chỉ thấy ảnh ảo A_6B_6 của vật A_5B_5, tạo bởi kính. Do đó:

$$d_5 = O_3K - d'_4 = x - 20{,}45$$

$$d_5 = \frac{d_5 f'}{d_5 - f'} = \frac{(x - 20{,}45)(-15)}{x - 5{,}45} < 0$$

Suy ra: $x < 5{,}45$ cm và $x > 20{,}45$ cm

Bài toán 6.8

Trước thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm một khoảng 25 cm đặt một vật sáng AB cao 2 cm. Sau thấu kính 40 cm, đặt một lăng kính phản xạ toàn phần CDE (tam giác vuông cân), bằng thuỷ tinh chiết suất 1.5, mặt vào CE = 4 cm,vuông góc với trục chính, có trung điểm nằm trên trục chính và cách quang tâm kính 40 cm .

1. Vẽ ảnh của AB tạo bởi hệ.

2. Xác định vị trí, tính chất và chiều cao của ảnh.

Giải

Sơ đồ tạo ảnh (hình 6.11):

$$\begin{array}{ccccccccccccccccc}
 & & & & O_1I & & & & IO_2 & & & & O_2K & & & & \\
 & & O_1 & & & & I & & & & O_2 & & & & K & & \\
AB & & k & & A_1B_1 & & \text{lcf kk. tt} & & A_2B_2 & & Gf & & A_3B_3 & & \text{lcf tt. kk} & & A_4B_4 \\
 & d_1 & & d'_1 & & d_2 & & d'_2 & & d_3 & & d'_3 & & d_4 & & d'_4 & \\
 & BO_1 & & B_1O_1 & & B_1I & & B_2I & & B_2O_2 & & B_3O_2 & & B_3K & & B_4K &
\end{array}$$

$$d_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{25.20}{25-20} = 100\,\text{cm}$$

$d_2 = O_1i - d'_1 = 40 - 100 = -60$ cm

$d'_2 = -n_{tt}d_2 = 1{,}5\ .\ 60 = 90$ cm

$d_3 = IO_2 - d'_2 = 2 - 90 = -98$ cm

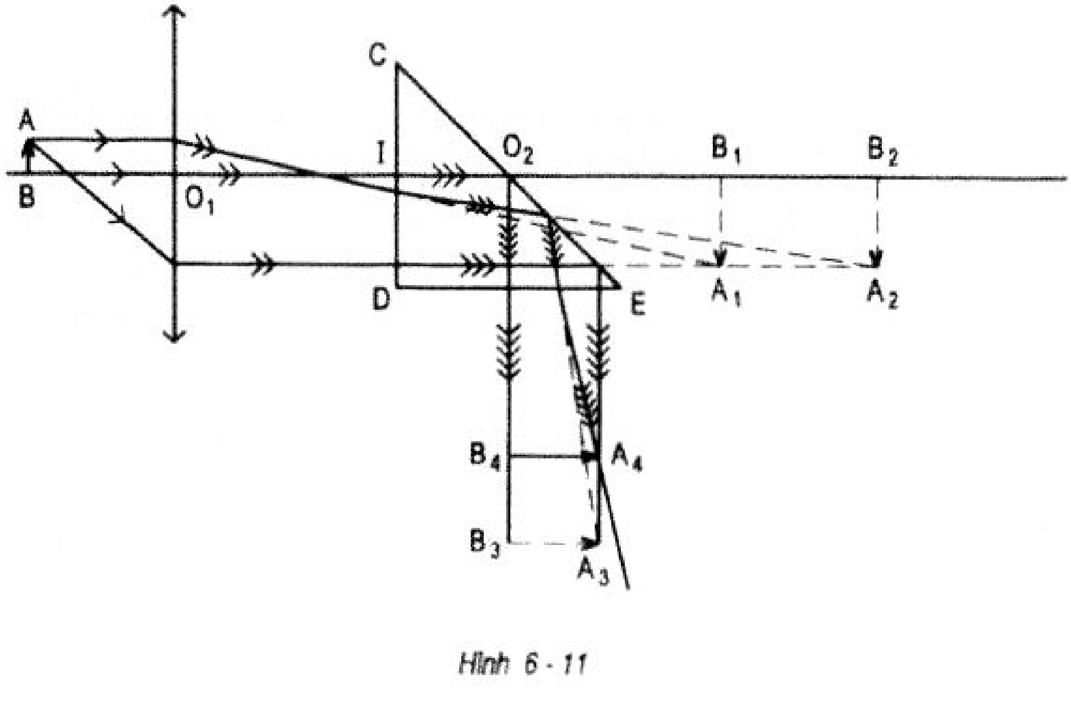
$d'_3 = -d_3 = 98$ cm

$d_4 = O_2K - d'_3 = 2 - 98 = -96$ cm

$$d'_4 = -\frac{1}{n_{tt}} d_4 = \frac{96}{1{,}5} = 64\,\text{cm}$$

$$\frac{A_4B_4}{AB} = \frac{A_3B_3}{AB} = \frac{A_2B_2}{AB} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{d'_1}{d_1} = 4$$

$A_4B_4 = 8$ cm



Hình 6 - 11

Bài toán 6.9

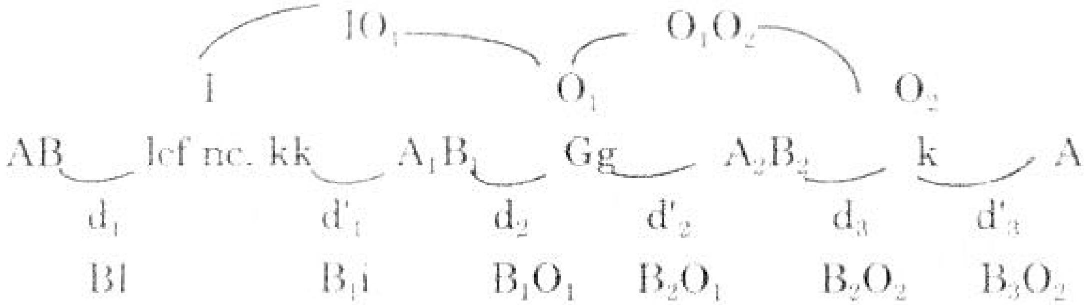
Tại đáy chậu có một vật sáng AB nằm ngang. Nước trong chậu có chiết suất 1,5 và cao 40 cm. Trên mặt nước đặt một gương phẳng nghiêng với mặt nước một góc 45° và một thấu kính hội tụ có trục chính nằm ngang, cách mặt nước 10 cm và giao điểm O_1 của trục với gương nằm trên đường thẳng đứng qua B.

Quang tâm O_2 của thấu kính cách O_1 một khoảng 20 cm.

Nếu để mắt nhìn qua thấu kính thì thấy một ảnh cao gấp 4 lần AB. Tìm tiêu cự của kính.

Giải

Sơ đồ tạo ảnh:


IO_1
O_1O_2
I
O_1
O_2
AB
lcf nc. kk
A_1B_1
Gg
A_2B_2
k
A_3B_3
d_1
d'_1
d_2
d'_2
d_3
d'_3
BI
B_1i
B_1O_1
B_2O_1
B_2O_2
B_3O_2

$$d_1 = -\frac{1}{n_{m}} d_1 = -\frac{3.40}{4} = -30\,\text{cm}$$

$$d_2 = IO_1 - d'_1 = 10 + 30 = 40\ \text{cm}$$

$$d'_2 = -d_2 = -40\ \text{cm}$$

$$d_3 = O_1O_2 - d'_2 = 20 + 40 = 60\ \text{cm}$$

$$A_2B_2 = A_1B_1 = AB$$

A_2B_2 là ảnh ảo tạo bởi gương và trở thành vật thật đối với thấu kính.

A_3B_3 là ảnh ảo, cùng chiều với A_2B_2 nên :

$$k = \frac{f}{f - d_3} = 4$$

$$f = 80\ \text{cm}$$

Bài toán 6.10

Đặt một vật AB trước một thấu kính, tiêu cự f, rồi sau kính đặt một màn vuông góc với trục chính. Đặt thêm một bản mặt song song, chiều dày h = 5,7 cm, chiết suất n = 1,5, vuông góc với trục chính của thấu kính.

Giữ vật AB và màn cố định, dịch chuyển thấu kính và bản mặt, thì thấy có thể tìm được một vị trí của thấu kính mà dù có đặt bản mặt trước hay sau thấu kính, vẫn thu được ảnh rõ nét trên màn. Khi bản mặt nằm trước thấu kính thì ảnh cao 10 mm, Khi bản mặt ở sau thấu kính thì ảnh cao 8,1 mm. Tìm tiêu cự của thấu kính, chiều cao của vật AB, khoảng cách từ AB đến thấu kính và đến màn

Giải

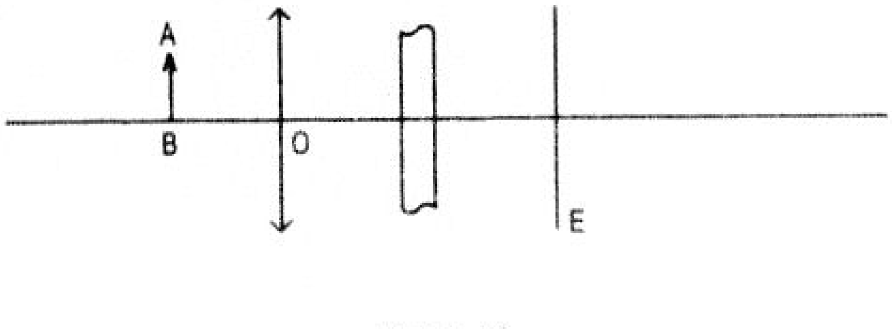
Độ dịch $\Delta = 1,9$ cm

Khi bản mặt nằm sau kính (hình 6.12):

$$\begin{array}{ccccc} & \text{O} & & & \\ AB & k & A_1B_1 & \text{bm} & A_2B_2 \\ & d_1 \quad d'_1 & & \Delta & \\ & BO \quad B_1O & & B_1B_2 & \end{array}$$

$A_2B_2 = A_1B_1 = 8,1$ cm

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{f}{f-d_1} = \frac{f-d_1}{f}$$



Hình 6 - 12

Khi bản mặt đặt trước kính (hình 6.13):

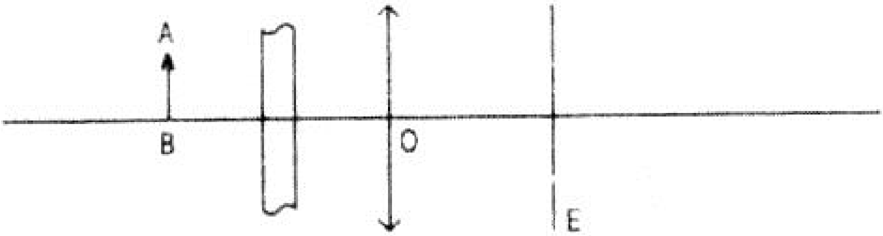
$$\begin{array}{ccccc} & & & O & \\ AB & \xrightarrow{bm} & A'_1B'_1 & \xrightarrow{k} & A'_2B'_2 \\ & \Delta & d_2 & & d'_2 \\ & BB'_1 & B'_1O & & B'_2O \end{array}$$

$$d_2 = d_1 - \Delta$$

$$d'_2 = d'_1 + \Delta$$

$$A'_1B'_1 = AB = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{A_2B_2}{AB} = \frac{f}{f - \Delta - d} = \frac{d_1 + \Delta - f}{f}$$



Hình 6 - 13

Chia hai phương trình cho nhau ta được:

$$\frac{8,1}{10} = \frac{d_1 - \Delta - f}{d_1 - f} = \frac{d_1 - f}{d_1 + \Delta - f}$$

$$8,1\ (d_1 - f) = 10\ (d_1 - f) - 19$$

$$(d_1 - f) = 10$$

$$d_1 = 10 + f$$

và $$8,1\ (d'_1 - f) + 8,1\ \Delta = 10\ (d'_1 - f)$$

$$(d'_1 - f) = 8,1$$

$$d'_1 = 8,1 + f$$

$$f = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{(10 + f)(8,1 + f)}{18,1 + 2f}$$

Rút ra : $f = 9$ cm

suy ra $AB = 9$ mm, $d_1 = 19$cm, $d'_1 = 17{,}1$ cm.

Bài toán 6.11

Một hệ đồng trục gồm một thấu kính hội tụ, tiêu cự $f_1 = 80$ cm, và một thấu kính phân kì, tiêu cự $f_2 = -30$ cm, đặt cách nhau 60 cm. Một điểm sáng S nằm trên trục chính của hệ, trước kính hội tụ và xa vô cùng.

1. Xác định vị trí, tính chất của ảnh tạo bởi hệ.

2. Trước thấu kính hội tụ, đặt một lăng kính tam giác ABC, có góc chiết quang $A = 6^0$, bằng thuỷ tinh chiết suất $n = 1{,}5$, mặt vào vuông góc với trục chính. Hỏi ảnh trên đã dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu ?

3. Chuyển S về nằm tại tiêu điểm trước thấu kính hội tụ rồi chuyển lăng kính vào bên trong hai thấu kính và đặt sao cho mặt vào vuông góc với trục chính của hệ. Xác định vị trí, tính chất ảnh của S tạo bởi hệ.

Giải

1. S ở xa vô cùng: $d_1 = +\infty$

$$d'_1 = f_1 = 80 \text{ cm}$$

$$d_2 = -20 \text{ cm}$$

$$d'_2 = 60 \text{ cm}$$

S_2 là ảnh thật, nằm trên trục chính và cách kính phân kì 60 cm.

2. Các tia sáng xuất phát từ S đi song song với trục chính tới hệ thấu kính. Vì thế, khi đặt lăng kính để mặt vào vuông góc với trục chính, các tia sáng qua lăng kính bị lệch đi một góc δ, cũng là góc lệch của chúng với trục chính (hình 6.14)

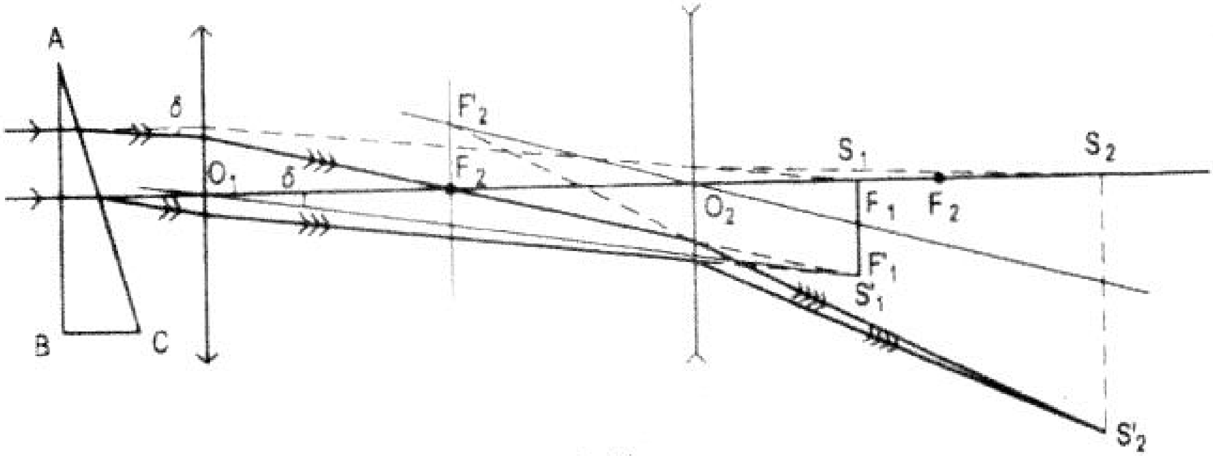
$$\delta = A (n - 1)3^0$$

Qua hình vẽ, ta thấy ảnh S_1 dịch đi một đoạn:

$$S_1S'_1 = O_1F_1 \operatorname{tg} \delta = f_1\delta_{rad} = 80\ \frac{3,14.3^\circ}{180^\circ} = 4,19 \text{ cm}$$

và ảnh S_2 dịch đi một đoạn :

$$S_2S'_2 = S_1S'_1 \left|\frac{d'_2}{d_2}\right| = \frac{4,19.60}{20} = 12,57 \text{ cm.}$$


A
δ
F'2
S1
S2
O1
δ
F2
O2
F1
F2
F'1
S'1
B
C
S'2

Hình 6 - 14

3. S nằm ở tiêu điểm trước kính hội tụ :

$d_1 = f_1$

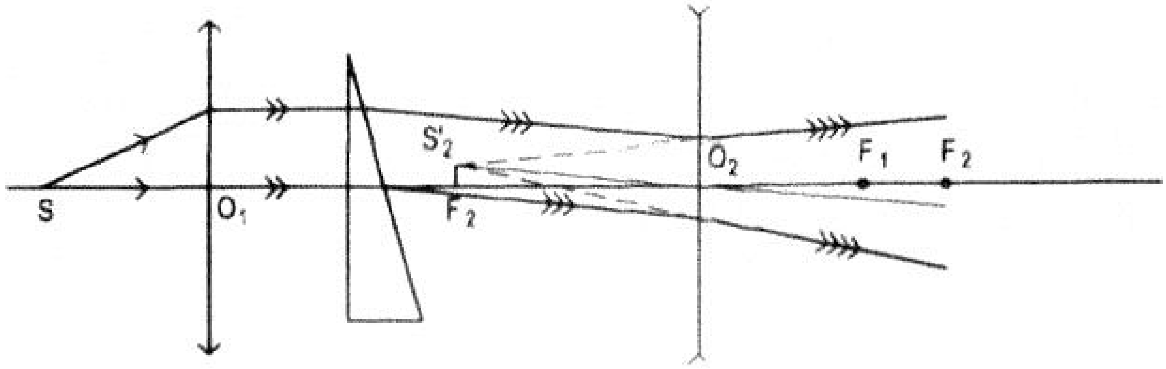
$d'_1 = \infty$

$d_2 = -\infty$

$d'_2 = f_2 = -30$ cm

Đường truyền của các tia sáng xuất phát từ S được vẽ ở hình 6.15.

Hình 6.15


S'2
O2
F1
F2
S
O1
F2

Qua hình vẽ, ta thấy:

S''_2 là ảnh ảo,nằm ở tiêu diện trước kính phân kì và cách trục chính của kính một khoảng :

$$F_2S''_2 = O_2F_2 \text{ tg}\delta = \frac{30.3{,}14.3^\circ}{180^\circ} = 1{,}57 \text{cm} .$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ HỆ ĐA DỤNG CỤ

1. Vẽ vật và các dụng cụ theo đề bài

2. Trên cơ sở hình vẽ, hình dung một cách cụ thể đường truyền của các tia sáng. Dựa và các định nghĩa, xác định các vật và các ảnh.

3. Lập sơ đồ tạo ảnh.

4. Trên cơ sở sơ đồ tạo ảnh, lập hệ phương trình để xác định vị trí, tính chất, chiều cao và độ phóng đại của các ảnh.

Một số bài toán áp dụng

Bài toán 6.12

Một hệ gồm hai thấu kính hội tụ L_1 và L_2, tiêu cự $f_1 = 10$ cm và $f_2 = 15$ cm, đặt đồng trục và cách nhau một khoảng không đổi bằng 25 cm.

Tại tiêu diện trước của thấu kính L_1, đặt một vật AB cao 12 mm.

1. Bằng cách vẽ, chứng minh rằng hệ tạo một ảnh thật A''B'', ngược chiều, nằm ở tiêu diện sau của thấu kính L_2.

2. Tìm độ phóng đại của hệ kính và kích thước của ảnh A''B''.

3. Người ta dùng một kính thiên văn, gồm kính vật và kính mắt, tiêu cự $f_3 = 60$ cm và $f_4 = 3$ cm, để ngắm chừng ở vô cực một *ngôi nhà cao 25 m, ở cách xa 4000 m. Hỏi đã quan sát ngôi nhà qua kính dưới một góc trông bằng bao nhiêu ?*

Người ta đặt vào bên trong kính vật và kính mắt của kính thiên văn, hệ hai thấu kính hội tụ L_1L_2 (đã được điều chỉnh để hoạt động như câu hỏi 1 và 2). Hỏi làm như vậy có lợi gì? Phải dịch kính mắt đi một đoạn bằng bao nhiêu ?

Xác định vị trí của tất cả các thấu kính, chiều dài tổng cộng của ống kính và độ bội giác của nó.

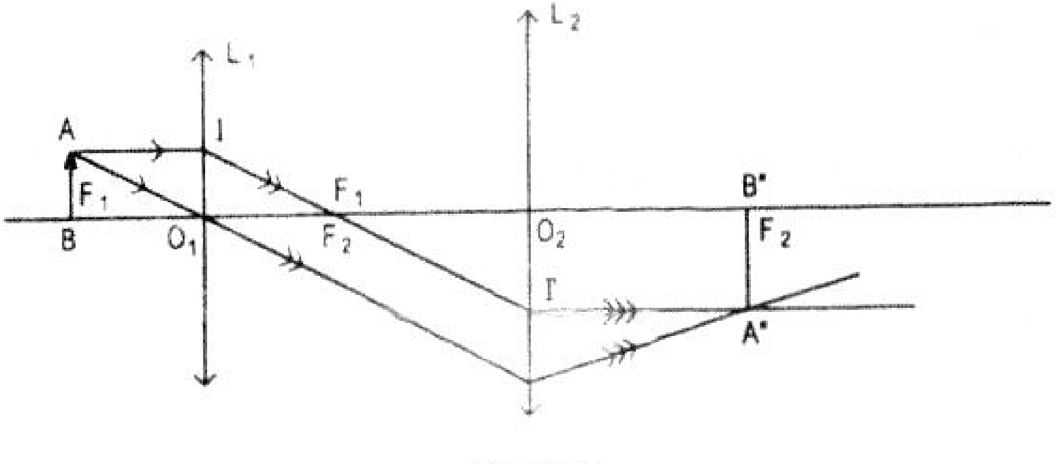
Giải

1. Tiêu điểm sau của thấu kính L_1 nằm trùng với tiêu điểm trước của thấu kính L_2.

Tia sáng AI đi song song với trục chính của thấu kính L_1, ló qua tiêu điểm F_1 và F_2, tới thấu kính L_2 rồi ló song song với trục chính của thấu kính này.

Tia AO đi qua quang tâm O_1 của thấu kính L_1, tới thấu kính L_2 và hội tụ tại tiêu điểm phụ của thấu kính này.

Hai tia ló khỏi thấu kính L_2 giao nhau tại A'' Đoạn A''B'' là ảnh của AB tạo bởi hệ. Ảnh này là thật, ngược chiều với AB và nằm ở tiêu diện sau kính L_2. Đường truyền của các tia sáng được vẽ ở hình 6.16.



Hình 6 - 16

2. Qua hình vẽ ta thấy:

$$A''B'' = O_2I' \qquad \text{và} \quad AB = O_1I$$

Độ phóng đại :

$$k = \frac{A''B''}{AB} = \frac{O_2I'}{O_1I}$$

Hai tam giác đồng dạng $F_2\,O_2I'$ và F_2O_1I :

$$\frac{O_2I'}{O_1I} = \frac{f_2}{f_1} = 1{,}5$$

Suy ra : $k = 1{,}5$ và $A''B'' = 1{,}8$ cm

3. Ngôi nhà coi như ở xa vô cùngvà có đường kính góc :

$$\alpha = \frac{25}{4000} = \frac{1}{160}\,\text{radian}$$

Độ bội giác của kính thiên văn khi ngắm chừng ở vô cực:

$$G = \frac{f_3}{f_4} = \frac{60}{3} = 20$$

Mắt quan sát ngôi nhà qua kính dưới góc trông:

$$\beta = G.\alpha = 2 - \frac{1}{160} = \frac{1}{8}\,\text{radian} = 7^\circ 10'$$

Khoảng cách giữa hai kính : $O_3O_4 = f_3 + f_4 = 63$ cm

4. Khi đặt hệ hai thấu kính L_1L_2 vào bên trong kính thiên văn thì sự tạo ảnh sẽ xảy ra như sau:

Kính vật cho ngôi nhà AB ở xa, một ảnh thật A_1B_1 nằm ở tiêu diện sau của kính và ngược chiều với AB. Muốn hệ hai thấu kính L_1L_2 hoạt động như cũ, A_1B_1 phải nằm ở tiêu điểm trước thấu kính L_1 để hệ tạo một ảnh thật A"B" ngược chiều với nó, tức là cùng chiều với AB.

Như vậy hệ hai thấu kính có tác dụng đảo ảnh (hình 6.17)

Muốn ngắm chừng ngôi nhà ở vô cực thì ảnh A"B" phải nằm ở tiêu điểm kính mắt. Khoảng cách giữa kính vật và kính mắt khi đó :

$(O_3O_4)' = f_3 + f_1 + O_1O_2 + f_2 + f_4 = 60 + 10 + 25 + 15 + 3 = 113$ cm.

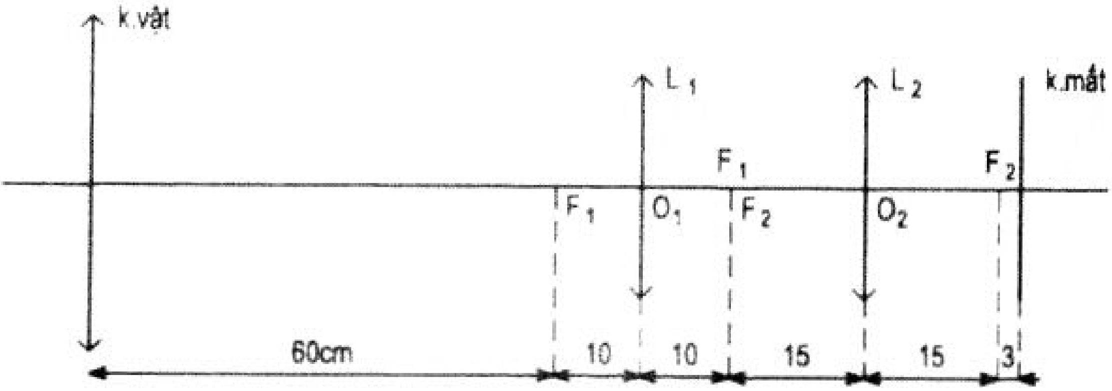
Như vậy, phải dịch kính mắt đi một khoảng $= (O_3O_4)' - O_3O_4 = 50$ cm.

Độ bội giác :

$$G = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\beta = \frac{A''B''}{f_4} \qquad \alpha = \frac{A_1B_1}{f_4}$$

$$G = \frac{A''B''}{A_1B_1}\,\frac{f_3}{f_4} = 1{,}5.20 = 30\ .$$



Hình 6 - 17

Bài toán 6.13

Một trụ bằng thuỷ tinh, chiết suất 1,5, dài 1,5 cm, một đầu phẳng, một đầu là một chỏm cầu lồi tráng bạc, bán kính 6 cm.

1. Bằng cách vẽ, xác định tiêu điểm của hệ.

2. Xác định khoảng các từ tiêu điểm đến đầu trụ gần nhất.

3. Một vật AB nằm trước mặt phẳng của trụ 4,5 cm. Xác định vị trí tính chất của ảnh tạo bởi hệ.

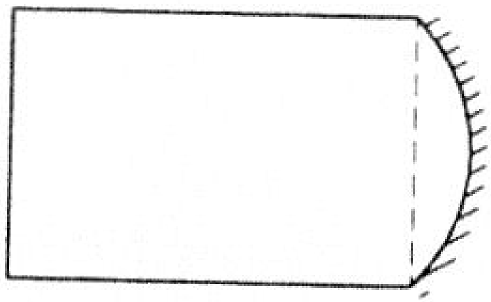
Giải

1. Trước hết, cần xác định tiêu điểm của hệ là ảnh cuối cùng của một điểm sáng nằm trên trục chính và xa vô cùng. Và cũng có thể hiểu, đó là giao điểm của tia ló cuối cùng với trục chính ứng với tia tới ban đầu song song với trục chính.

Cần coi đây là một hệ gồm các dụng cụ ghép sát : bản mặt song - thấu kính phẳng lồi - gương cầu lõm (hình 6.18):

Bản mặt song song dày h = 1,5 cm

Thấu kính mỏng có tiêu cự



Hình 6 - 18

$$\frac{1}{f_k} = (n-1)\left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_1}\right) = \frac{1}{12}$$

$f_k = 12$ cm

Gương cầu lõm có tiêu cự $f_g = 3$ cm.

Từ đó, tiêu điểm của hệ được xác định bằng hình vẽ như sau (hình 6.19):

Kẻ một tia sáng song song với trục chính tới mặt phẳng. Tia sáng này qua bản mặt và ló song song với trục chính tới thấu kính, ló qua tiêu điểm F_k. Nhưng vừa ló khỏi thấu kính lại gặp gương cầu và phản xạ lại qua tiêu điểm phụ của gương. Tia phản xạ lại gặp thấu kính và ló qua tiêu điểm phụ của kính, tới bản mặt rồi ló song song. Tia ló này cắt trục chính tại F, là tiêu điểm của hệ.

2. Xác định vị trí của tiêu điểm F

Sơ đồ tạo ảnh:

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & O_1 & & O_2 & & O_1 & & & \\ S & \xrightarrow{bm} & S_1 & \xrightarrow{k} & S_2 & \xrightarrow{gg} & S_3 & \xrightarrow{k} & S_4 & \xrightarrow{bm} & S_5\ (F) \\ & \Delta & & d_1 \quad d'_1 & & d_2 \quad d'_2 & & d_3 \quad d'_3 & & \Delta & \\ & SS_1 & & S_1O_1 \quad S_2O_1 & & S_2O_2 \quad S_2O_1 & & S_3O_1 \quad S_4O_1 & & S_4S_5 & \end{array}$$

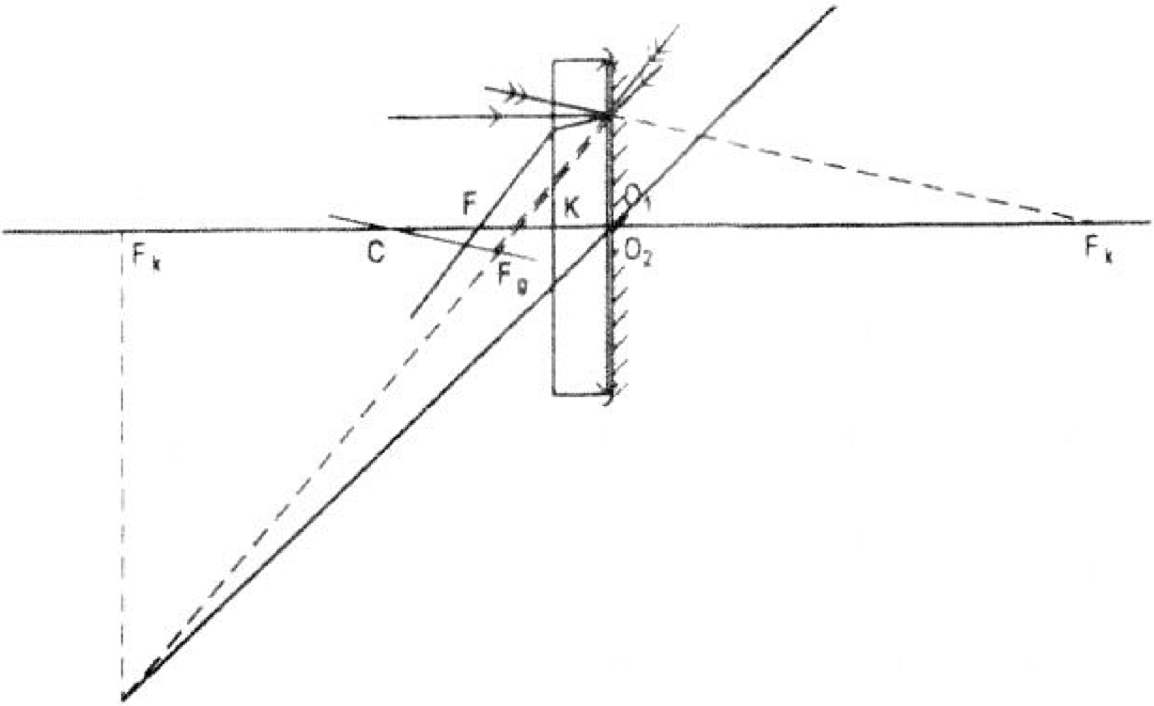
S ở xa vô cùng: $d_1 = +\infty$

$$\Delta = \frac{h(n-1)}{1,5} = 0,5\,cm$$

$d_1 = +\infty$

$d'_1 = f_k = 12$ cm

$d_2 = O_1O_2 - d'_1 = -12$ cm



Hình 6 - 19

$$d'_2 = \frac{d_2 f_g}{d_2 - f_g} = \frac{-12.3}{-12-3} = 2{,}4\,\text{cm}$$

$$d_3 = O_1O_2 - d'_2 = -2{,}4\ \text{cm}$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_k}{d_3 - k_f} = \frac{-2{,}4.12}{-2{,}4-12} = 2\,\text{cm}$$

Tiêu điểm F cách thấu kính một khoảng:

$$FO_1 = d'_3 + \Delta = 2 + 0{,}5 = 2{,}5\ \text{cm}$$

Và cách mặt phẳng của trụ :

$$FK = FO_1 - h = 1\ \text{cm}$$

3. Đối với vật AB:

$$d_1 = OB - \Delta = 4{,}5 - 0{,}5 = 4\ \text{cm}$$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_k}{d_1 - f_k} = \frac{4.12}{4-12} = -6\,\text{cm}$$

$$d_2 = 6\ \text{cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_g}{d_2 - f_g} = \frac{6.3}{6-3} = 6\,\text{cm}$$

$$d_3 = -6\ \text{cm}$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_k}{d_3 - f_k} = \frac{-6.12}{-6-12} = 4\,\text{cm}$$

Ảnh A_4B_4 trở thành vật ảo đối với bản mặt song song và có một ảnh thật A_5B_5 nằm cách bản mặt một khoảng :

$$B_5K = d'_3 + \Delta - h = 3\ \text{cm}.$$

Bài toán 6.14

Một trụ bằng thuỷ tinh, chiết suất 1,5, dài 3 cm, hai đầu là hai chỏm cầu lồi bán kính $R_1 = 4$ cm và $R_2 = 6$ cm.

1. Bằng cách vẽ xác định tiêu điểm của hệ và tìm khoảng cách từ các tiêu điểm đó đến đầu trụ gần nhất.

2. Vẽ ảnh của một điểm sang S nằm trên trục của trụ và cách đầu trụ có bán kính nhỏ một khoảng 6 cm. Tìm khoảng cách từ ảnh đó đến đầu trụ gần nhất.

Giải

1. Coi trụ là một hệ gồm 3 dụng cụ ghép sát: thấu kính phẳng lồi L_1 (bán kính R_1) - bản mặt song song - thấu kính phẳng lồi L_2 (bán kính R_2).

Thấu kính L_1:

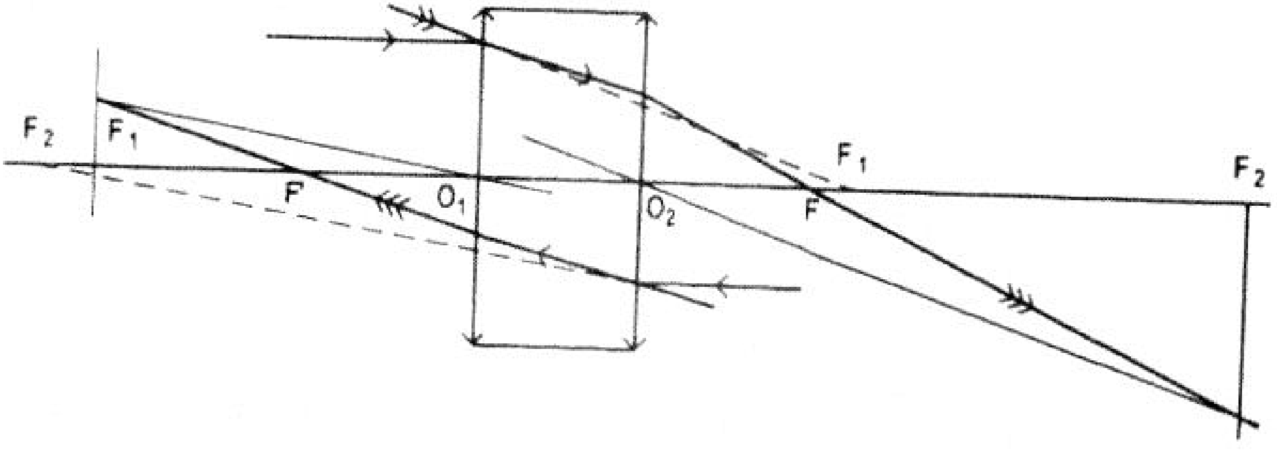
$$\frac{1}{f_1} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}\right) = 0{,}5\frac{1}{4} \to f_1 = 8\,\text{cm}$$

Bản mặt song song dày 3 cm

Thấu kính L_2:

$$\frac{1}{f_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = 0{,}5\frac{1}{6} \to f_2 = 12\,\text{cm}$$

Đường truyền của tia sáng để xác định tiêu điểm của hệ được vẽ ở hình 6.20:



Hình 6 - 20

Xác định hai tiêu điểm hai bên:

Sơ đồ tạo ảnh:

$$S \underbrace{\qquad}_{d_1} k \underbrace{\qquad}_{d'_1} S_1 \underbrace{\qquad bm \qquad}_{\Delta} S_2 \underbrace{\qquad}_{d_2} k \underbrace{\qquad}_{d'_2} S_3\,(F)$$

$d_1 = +\infty$

$d'_1 = f_1 = 8$ cm

$\Delta = 1$ cm

$d_2 = 3 - 8 - 1 = -6$ cm

$d_1 = +\infty$

$d'_1 = f_2 = 12$ cm

$\Delta = 1$ cm

$d_2 = 3 - 12 - 1 = -10$ cm

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-6.12}{-6-12} = 4\,\text{cm}$$

Tiêu điểm F nằm cách đầu O_2 4 cm

$$d'_2 = \frac{d_2 f_1}{d_2 - f_1} = \frac{-10.8}{-10-8} = 4{,}44\,\text{cm}$$

Tiêu điểm F' nằm cách đầu O_1 4,44 cm

2. Vị trí của ảnh của S:

$d_1 = 6$ cm

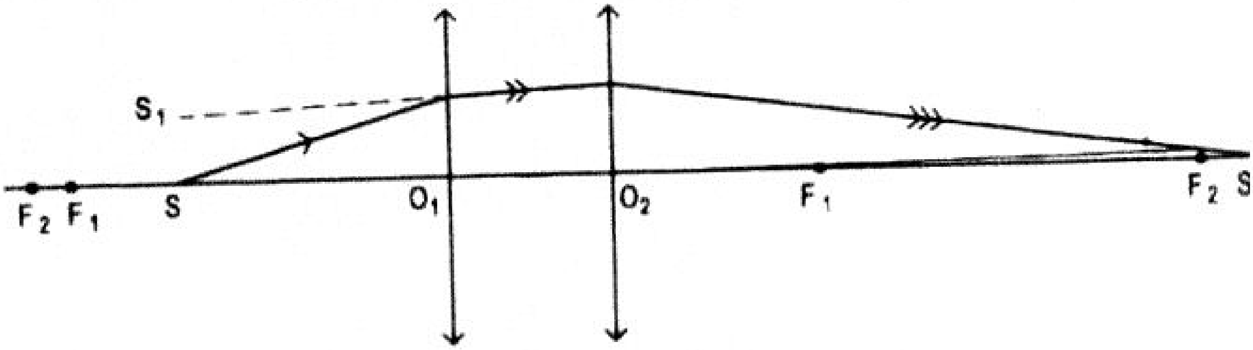
$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{6.8}{6-8} = -24\,\text{cm}$$

$$d_2 = O_1O_2 - d_1 - \Delta = 3 + 24 - 1 = 26\text{ cm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{26.12}{26-12} = 13\,\text{cm}$$

Ảnh S_3 là ảnh thật, nằm cách đầu O_2 một khoảng bằng 13 cm.

Hình 6.21 vẽ ảnh S_3.



Hình 6 - 21

Bài toán 6.15

Một kính quang phổ gồm các bộ phận sau:

+ một lăng kính tam giác đều.

+ một ống chuẩn trực gồm một khe hở rộng 1/20 mm, nằm ở tiêu diện thấu kính L_1, có tiêu cự 20 cm,

+ một ống kính gồm kính vật L_2 và kính mắt L_3, có tiêu cự 40 cm và 50 cm.

Lăng kính được đặt ở vị trí sao cho ánh sáng đơn sắc từ khe hở, ló khỏi ống chuẩn trực, qua lăng kính bị lệch đi một góc nhỏ nhất. Chiết suất của thuỷ tinh làm lăng kính đối với ánh sáng đơn sắc này bằng 1,5.

1. Vẽ sơ đồ cấu tạo kính.

2. Tìm góc tới lăng kính để tia sáng đi qua lăng kính bị lệch đi một góc nhỏ nhất.

3. Tìm chiều rộng của ảnh thật của khe hở, hiện trên tiêu diện kính vật L_2.

4. Tìm góc trông của mắt (nhìn qua ống kính) để quan sát ảnh này khi ngắm chừng ở vô cực.

5. Một mắt cận thị nhìn xa nhất được 1 m, để mắt sát kính mắt L_3 quan sát không điều tiết ảnh trên. Hỏi người này đã phải dịch kính mắt theo chiều nào và đi một đoạn bằng bao nhiêu và nhìn ảnh dưới góc trông bằng bao nhiêu ?

Giải

1. Hình 6.22 vẽ sơ đồ kính quang phổ và đường truyền của ánh sáng xuất phát từ khe hở.

2. Khi ánh sáng qua lăng kính bị lệch đi một góc nhỏ nhất:

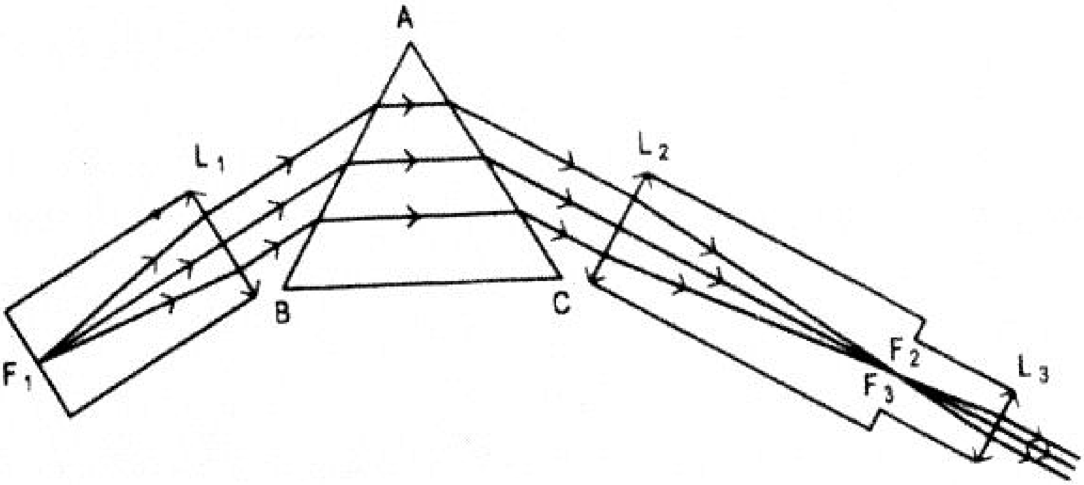
$$i = i' \quad ; r = r' = A/2 = 30^0$$

$$\sin i = n \sin r = 0,75 \qquad \rightarrow \qquad i = 48^0 35'$$

$$\delta_{min} = 37^0 10'$$

3. Các tia sáng xuất phát từ hai mép của khe hở được thấu kính L_1 biến thành hai chùm song song lệch với nhau một góc:

$$\alpha = \frac{0,05}{200} = \frac{1}{4000} \text{ radian}$$



Hình 6 - 22

Khi ló khỏi lăng kính, hai chùm ló vẫn giữ song song và lệch với nhau một góc α. Do đó, ảnh thật của khe hở trên tiêu diện kính vật L_2 có chiều rộng:

$$l = f_2\alpha = 40\frac{1}{4000} = 0,01\,\text{cm} = 0,1\,\text{mm}$$

4. Khi nhìn qua ống kính, thấy ảnh dưới góc trông:

$$\beta = \frac{l}{f_3} = \frac{0,1}{50} = \frac{1}{500} \text{ radian} = 6'53''$$

5. Người mắt cận thị phải điều chỉnh kính mắt để ảnh quan sát nằm ở điểm cực viễn của mắt:

$$d' = -\,(OV - a) = -\,100 \text{ cm}$$

Khi đó, ảnh của khe hở phải nằm cách kính mắt một khoảng d:

$$d = \frac{d'f_3}{d' - f_1} = 4{,}76\,\text{cm}$$

Trước khi điều chỉnh kính mắt, tiêu điểm trước của nó nằm trùng với tiêu điểm sau kính vật, tức là nó cách ảnh của khe hở 5 cm. Vậy người cận thị đã phải dịch kính mắt đi 0,26 cm lại gần kính vật.

Khi đó, góc trông của mắt khi nhìn ảnh của khe hở:

$$\beta = \frac{1}{476}\,\text{radian} = 7'13''$$

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc:	NGUYỄN VĂN THỎA
Tổng biên tập:	NGUYỄN THIỆN GIÁP

Biên tập:	VŨ XUÂN BAN HẢI ĐĂNG
Trình bày bìa:	HOÀNG DƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÝ THEO CHỦ ĐIỂM

Mã số: 01-154 ĐH 2000. 746.2000
In 1000 bản, tại Nhà in Bộ Lao động - TBXH
Số xuất bản: 34/746/CXB. Số trích ngang 59 KH/XB.
In xong và nộp lưu chiểu Quý I năm 2001.